

## 1. Potencias de exponente natural y entero

## PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente las siguientes potencias:

- a)  $2^3$                       b)  $(-2)^3$                       c)  $-2^3$                       d)  $-(-2)^3$

**Solución:**

- a) 8                      b) -8                      c) -8                      d) 8

## APLICA LA TEORÍA

- 1** Calcula mentalmente los cinco primeros cuadrados perfectos.

**Solución:**

0, 1, 4, 9, 16

- 2** Calcula mentalmente:

- a)  $2^4$                       b)  $(-2)^4$                       c)  $-2^4$                       d)  $-(-2)^4$

**Solución:**

- a) 16                      b) 16                      c) -16                      d) -16

- 3** Calcula mentalmente:

- a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3$                       b)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$                       c)  $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$                       d)  $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

**Solución:**

- a)  $\frac{8}{27}$                       b)  $-\frac{8}{27}$                       c)  $-\frac{8}{27}$                       d)  $\frac{8}{27}$

- 4** Calcula mentalmente:

- a)  $0^7$                       b)  $(-5)^0$                       c)  $1^6$                       d)  $(-6)^1$

**Solución:**

- a) 0                      b) 1                      c) 1                      d) -6

- 5** Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

- a)  $4,23^2$                       b)  $2,5^3$   
c)  $0,9^{12}$                       d)  $5,3 \cdot 10^7 \cdot 8,4 \cdot 10^3$

**Solución:**

- a) 17,89                      b) 15,63  
c) 0,28                      d)  $4,45 \cdot 10^{11}$

- 6** Escribe en forma de potencia de base 2:

- a) 32                      b) 2                      c) 1                      d)  $1/32$

**Solución:**

- a)  $2^5$                       b)  $2^1$                       c)  $2^0$                       d)  $2^{-5}$

- 7** Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

- a)  $(12,7^2 + 83) \cdot \sqrt{34,2}$   
b)  $(5,6^3 - 5,2 \cdot 47,5) : \sqrt{333,3}$   
c)  $(2,5^5 - 67,7 : 4,3) \cdot \sqrt{444,4}$

**Solución:**

- a) 1 428,63  
b) -3,91  
c) 1 726,77

**8** Calcula mentalmente:

- a)  $(3 + 4)^2$    b)  $3^2 + 4^2$    c)  $(5 - 3)^2$    d)  $5^2 - 3^2$

**Solución:**

- a) 49   b) 25   c) 4   d) 16

**9** Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a)  $x^3 \cdot x^4$    b)  $x^7 : x^3$    c)  $(x^3)^2$    d)  $x^3 \cdot x^4 : x^5$

**Solución:**

- a)  $x^7$    b)  $x^4$    c)  $x^6$    d)  $x^2$

**10** Una pecera tiene forma cúbica y su arista mide 75 cm. Si está llena, ¿cuántos litros de agua contiene?

**Solución:**

$$V = 75^3 = 421\,875 \text{ cm}^3 = 421,875 \text{ litros.}$$

## 2. Radicales

### PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente el valor de  $x$  en los siguientes casos:

- a)  $\sqrt[3]{1000} = x$    b)  $\sqrt[6]{x} = 10$    c)  $\sqrt[3]{81} = 3$    d)  $\sqrt[4]{16} = x$

**Solución:**

- a)  $x = 10$    b)  $x = 1\,000\,000$    c)  $x = 4$    d)  $x = \pm 2$

### APLICA LA TEORÍA

**11** Calcula mentalmente el valor de los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{25}$    b)  $\sqrt[3]{-8}$    c)  $\sqrt[4]{16}$    d)  $\sqrt{-36}$

**Solución:**

- a)  $\pm 5$    b)  $-2$    c)  $\pm 2$    d) No tiene raíces reales.

**12** Utilizando la calculadora, halla las siguientes raíces. Redondea los resultados a dos decimales.

- a)  $\sqrt{345,67}$    b)  $\sqrt[3]{895,34}$   
c)  $\sqrt[4]{89,45}$    d)  $\sqrt[5]{1000}$

**Solución:**

- a) 18,59   b) 9,64  
c) 3,08   d) 3,98

**13** Escribe en forma de radical las potencias:

- a)  $5^{1/3}$    b)  $x^{-1/2}$    c)  $a^{2/3}$    d)  $6^{-3/4}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[3]{5}$    b)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$    c)  $\sqrt[3]{a^2}$    d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{6^3}}$

**14** Escribe en forma de potencia los radicales:

- a)  $\sqrt{7}$    b)  $\sqrt[5]{a^2}$    c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$    d)  $\frac{1}{\sqrt[7]{6^5}}$

**Solución:**

- a)  $7^{1/2}$    b)  $a^{2/5}$    c)  $a^{-1/3}$    d)  $6^{-5/7}$

**15** Simplifica los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{5^4}$    b)  $\sqrt[6]{x^2}$    c)  $\sqrt[8]{5^6}$    d)  $\sqrt[12]{a^8}$

**Solución:**

- a) 25   b)  $\sqrt[3]{x}$    c)  $\sqrt[4]{5^3}$    d)  $\sqrt[3]{a^2}$

**16** Introduce dentro del radical el factor que está delante:

- a)  $3\sqrt{5}$    b)  $a\sqrt[3]{4}$   
c)  $2^4 a^5 \sqrt[5]{2a^2}$    d)  $3^2 x^3 \sqrt[4]{5x}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{45}$    b)  $\sqrt[3]{4a^3}$   
c)  $\sqrt[5]{2^{13}a^5}$    d)  $\sqrt[4]{5 \cdot 3^8 x^{13}}$

**17** Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{50}$

b)  $\sqrt[3]{32a^7}$

c)  $\sqrt[4]{81a^{11}b^6}$

d)  $\sqrt[5]{64x^{17}y^{11}z}$

**Solución:**

a)  $5\sqrt{2}$

b)  $2a^2\sqrt[3]{4a}$

c)  $3a^2b\sqrt[4]{a^3b^2}$

d)  $2x^3y^2\sqrt[5]{2x^2yz}$

**18** El volumen de un cubo es  $2 \text{ m}^3$ . ¿Cuánto mide la arista? Redondea el resultado a dos decimales.

**Solución:**

$V = 2 \text{ m}^3$

$a = \sqrt[3]{2} = 1,26 \text{ m}$

### 3. Operaciones con radicales

#### PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente el resultado de las siguientes operaciones:

a)  $\sqrt{9 + 16}$

b)  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$

c)  $\sqrt{25 - 9}$

d)  $\sqrt{25} - \sqrt{9}$

**Solución:**

a) 5

b) 7

c) 4

d) 2

#### APLICA LA TEORÍA

**19** Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:

a)  $\sqrt{72} - \sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{200}$

b)  $2\sqrt{75} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 7\sqrt{48} + \sqrt{300}$

**Solución:**

a)  $6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 10\sqrt{2} =$   
 $= (6 - 5 + 3 - 2 + 10)\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

b)  $10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 28\sqrt{3} + 10\sqrt{3} =$   
 $= (10 - 6 + 15 - 28 + 10)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

**20** Utilizando la calculadora, halla la siguiente suma y resta de radicales. Redondea el resultado a dos decimales:

$4\sqrt{35} - 7\sqrt{28} + 2\sqrt{47}$

**Solución:**

0,34

**21** Realiza los siguientes productos:

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$

b)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{50}$

c)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8}$

d)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$

**Solución:**

a)  $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

b)  $\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{2}$

c)  $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

d)  $\sqrt[3]{125} = 5$

**22** Realiza los siguientes cocientes:

a)  $\sqrt{6} : \sqrt{2}$

b)  $\sqrt[3]{40} : \sqrt[3]{5}$

c)  $\sqrt{12} : \sqrt{4}$

d)  $\sqrt[3]{18} : \sqrt[3]{9}$



# Ejercicios y problemas

## 1. Potencias de exponente natural y entero

**25** Calcula mentalmente los cinco primeros cubos perfectos.

**Solución:**

0, 1, 8, 27, 64

**26** Calcula mentalmente:

a)  $3^4$       b)  $(-3)^4$       c)  $-3^4$       d)  $-(-3)^4$

**Solución:**

a) 81      b) 81      c) -81      d) -81

**27** Calcula mentalmente:

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^3$       b)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$       c)  $-\left(\frac{3}{2}\right)^3$       d)  $-(-\frac{3}{2})^3$

**Solución:**

a)  $\frac{27}{8}$       b)  $\frac{27}{8}$       c)  $-\frac{27}{8}$       d)  $-\frac{27}{8}$

**28** Calcula mentalmente:

a)  $0^{10}$       b)  $\left(\frac{3}{4}\right)^0$       c)  $1^{-5}$       d)  $\left(\frac{3}{4}\right)^1$

**Solución:**

a) 0      b) 1      c) 1      d)  $\frac{3}{4}$

**29** Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

a)  $0,55^2$       b)  $7,15^3$   
c)  $1,2^{10}$       d)  $4,7 \cdot 10^{18} : 9,5 \cdot 10^5$

**Solución:**

a) 0,30      b) 365,53  
c) 6,19      d)  $4,95 \cdot 10^{22}$

**30** Escribe en forma de potencia de base 3:

a) 81      b) 3      c) 1      d)  $\frac{1}{27}$

**Solución:**

a)  $3^4$       b)  $3^1$       c)  $3^0$       d)  $3^{-3}$

**31** Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

a)  $(7,5^2 - 23,5) \cdot \sqrt{7,5}$

b)  $(12,5^3 + 7,8 \cdot 12,76) : \sqrt{91}$

c)  $(1,4^6 - 456,5 : 7,28) \cdot \sqrt{24,57}$

**Solución:**

a) 89,69  
b) 215,18  
c) -273,50

**32** Calcula mentalmente:

a)  $(5 + 6)^2$       b)  $5^2 + 6^2$   
c)  $(10 - 8)^2$       d)  $10^2 - 8^2$

**Solución:**

a) 121      b) 61  
c) 4      d) 36

**33** Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a)  $x^{-2} \cdot x^5$       b)  $x^3 : x^7$   
c)  $(x^{-4})^3$       d)  $x^{-3} \cdot x^5 : x^{-4}$

**Solución:**

a)  $x^3$       b)  $x^{-4}$   
c)  $x^{-12}$       d)  $x^6$

## 2. Radicales

**34** Calcula mentalmente el valor de los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{64}$       b)  $\sqrt[3]{64}$       c)  $\sqrt[4]{81}$       d)  $\sqrt{-49}$

**Solución:**

a)  $\pm 8$   
b) 4  
c)  $\pm 3$   
d) No tiene raíces reales.

**35** Utilizando la calculadora, halla las siguientes raíces. Redondea los resultados a dos decimales.

a)  $\sqrt{1000}$       b)  $\sqrt[3]{100}$   
c)  $\sqrt[4]{1,25}$       d)  $\sqrt[5]{524,5}$

**Solución:**

a) 31,62      b) 4,64  
c) 1,06      d) 3,50

**36** Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

- a)  $x^{1/2}$     b)  $5^{-1/3}$     c)  $a^{3/4}$     d)  $7^{-4/5}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{x}$     b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$     c)  $\sqrt[4]{a^3}$     d)  $\frac{1}{\sqrt[5]{7^4}}$

**37** Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{a}$     b)  $\sqrt[3]{5^2}$     c)  $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$     d)  $\frac{1}{\sqrt[6]{7^5}}$

**Solución:**

- a)  $a^{1/2}$     b)  $5^{2/3}$     c)  $a^{-1/4}$     d)  $7^{-5/6}$

**38** Simplifica los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{2^6}$     b)  $\sqrt[6]{x^3}$     c)  $\sqrt[9]{a^6}$     d)  $\sqrt[12]{5^9}$

**Solución:**

- a) 8    b)  $\sqrt{x}$     c)  $\sqrt[3]{a^2}$     d)  $\sqrt[4]{5^3}$

**39** Introduce dentro del radical el factor que está delante:

- a)  $5\sqrt{2}$     b)  $a^2\sqrt[3]{5}$   
c)  $3^2a^4\sqrt[3]{3a}$     d)  $5^2x^2y^4\sqrt[5]{5x^3y^2}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{50}$     b)  $\sqrt[3]{5a^6}$   
c)  $\sqrt[3]{3^7a^{13}}$     d)  $\sqrt[5]{5^9x^{11}y^6}$

**40** Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{18}$     b)  $\sqrt[3]{81x^{15}}$   
c)  $\sqrt[4]{64a^{17}b^9}$     d)  $\sqrt[5]{128x^{19}y^{15}x^{10}}$

**Solución:**

- a)  $3\sqrt{2}$     b)  $3x^5\sqrt[3]{3}$   
c)  $2a^4b^2\sqrt[4]{4ab}$     d)  $2x^3y^3z^2\sqrt[5]{4x^4}$

### 3. Operaciones con radicales

**41** Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:

- a)  $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{300}$   
b)  $3\sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{8} + 2\sqrt{200}$

**Solución:**

- a)  $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} =$   
 $= (5 - 2 + 3 - 4 + 10)\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$   
b)  $15\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 20\sqrt{2} =$   
 $= (15 + 12 - 10 + 20)\sqrt{2} = 37\sqrt{2}$

**42** Utilizando la calculadora, halla la siguiente suma y resta de radicales. Redondea el resultado a dos decimales:

$$5\sqrt{23} - 2\sqrt{47} + 7\sqrt{19}$$

**Solución:**

40,78

**43** Realiza los siguientes productos:

- a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$     b)  $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{10}$   
c)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$     d)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{9}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$   
b)  $\sqrt[3]{120} = 2\sqrt[3]{15}$   
c)  $\sqrt{6}$   
d)  $3\sqrt[3]{2}$

**44** Realiza los siguientes cocientes:

- a)  $\sqrt{6} : \sqrt{3}$   
b)  $\sqrt[3]{40} : \sqrt[3]{5}$   
c)  $\sqrt{3} : \sqrt{12}$   
d)  $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{2}$   
b)  $\sqrt[3]{8} = 2$   
c)  $\sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$   
d)  $\sqrt[3]{8} = 2$

**45** Sustituye los puntos suspensivos por igual, =, o distinto, ≠:

- a)  $\sqrt[3]{7^2} \dots (\sqrt{7})^3$     b)  $\sqrt[3]{\sqrt{5}} \dots \sqrt[6]{5}$

**Solución:**

- a) ≠    b) =

# Ejercicios y problemas

**46** Racionaliza:

a)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$       b)  $\frac{8}{\sqrt[3]{7^2}}$       c)  $\frac{7}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

**Solución:**

a)  $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

b)  $\frac{8 \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt[3]{7}} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{7}}{7}$

c)  $\frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{7 - 5} =$   
 $= \frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{2} = 3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

**47** Racionaliza:

a)  $\frac{10}{\sqrt{6}}$       b)  $\frac{12}{\sqrt[3]{4}}$       c)  $\frac{14}{3-\sqrt{3}}$

**Solución:**

a)  $\frac{10 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{10 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{3}$

b)  $\frac{12}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{2}}{2} = 6 \cdot \sqrt[3]{2}$

c)  $\frac{14(3 + \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{14(3 + \sqrt{3})}{9 - 3} =$   
 $= \frac{14(3 + \sqrt{3})}{6} = \frac{7(3 + \sqrt{3})}{3}$

## Para ampliar

**48** Escribe en forma de radical las siguientes potencias y halla mentalmente el resultado:

a)  $8^{1/3}$       b)  $9^{-1/2}$       c)  $25^{3/2}$       d)  $8^{2/3}$

**Solución:**

a)  $\sqrt[3]{8} = 2$

b)  $\frac{1}{\sqrt{9}} = \pm \frac{1}{3}$

c)  $(\sqrt{25})^3 = (\pm 5)^3 = \pm 125$

d)  $(\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

Efectúa las siguientes operaciones:

**49** a)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$       b)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

**Solución:**

a)  $3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$

b)  $3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$

**50**  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

**Solución:**

$3 - 2 = 1$

**51**  $3\sqrt{50} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{98}$

**Solución:**

$15\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 21\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

**52** a)  $\sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{5}$       b)  $\sqrt{6} : \sqrt{3}$

**Solución:**

a)  $\sqrt{30}$

b)  $\sqrt{2}$

**53** a)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{32}$       b)  $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$

**Solución:**

a)  $\sqrt[3]{96} = 2\sqrt[3]{12}$

b)  $\sqrt[3]{8} = 2$

**54** Escribe con un solo radical:

a)  $\sqrt{\sqrt{a}}$

b)  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$

**Solución:**

a)  $\sqrt[4]{a}$

b)  $\sqrt[8]{x}$

Racionaliza:

**55** a)  $\frac{8}{\sqrt{2}}$       b)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

**Solución:**

a)  $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

b)  $\frac{(1 + \sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

56 a)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

**Solución:**

a)  $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

b)  $\frac{(1-\sqrt{5})\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-5}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} - 1$

57 a)  $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$

b)  $\frac{9}{\sqrt[3]{3^2}}$

**Solución:**

a)  $\frac{4\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{4\sqrt[3]{2^2}}{2} = 2\sqrt[3]{2^2}$

b)  $\frac{9\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{9\sqrt[3]{3}}{3} = 3\sqrt[3]{3}$

58 a)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

**Solución:**

a)  $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{6}}{3 - 2} = 3 - \sqrt{6}$

b)  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6} + 2}{3 - 2} = \sqrt{6} + 2$

59 a)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

b)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

**Solución:**

a)  $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}$

b)  $\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{3 - 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} = 5 - 2\sqrt{6}$

### Con calculadora

Utilizando la calculadora, halla el valor de la siguiente expresión. Redondea el resultado a dos decimales.

60  $(5,3^4 - 3,4 \cdot 7,28)^{\sqrt[5]{12,2}}$

**Solución**

1 260,47

61 a)  $4\pi \cdot 7,5^2$

b)  $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7,5^3$

**Solución**

a) 706,86

b) 1 767,15

62 a)  $5^{2,25}$

b)  $7,5^{3,4}$

**Solución**

a) 37,38

b) 944,51

## Problemas

63 Calcula el volumen de un cubo de área  $5 \text{ m}^2$

**Solución:**

$$6a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{5}{6}} = 0,91 \text{ m}$$

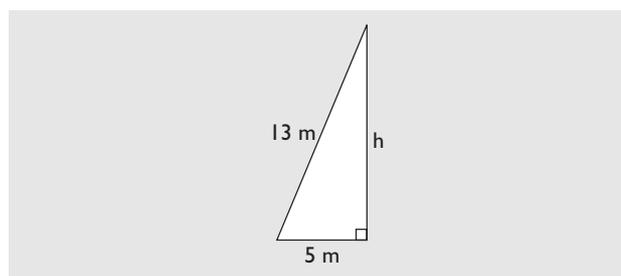
$$V = a^3$$

$$V = 0,91^3 = 0,75 \text{ m}^3$$

64 Una escalera está apoyada sobre la fachada de un edificio. Si la escalera mide 13 m de longitud y el pie de la escalera está a 5 m de la pared, ¿a qué altura de la pared llega la escalera?

**Solución:**

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ m}$$



65 Una población crece según la función dada por  $P(t) = p \cdot 1,0025^t$ , donde  $t$  es el tiempo en años. Si en el año 2000 tenía un millón de habitantes, siendo  $p$  la población inicial, ¿cuántos habitantes tendrá en el año 2050?

**Solución:**

$$P(50) = 1 \cdot 10^6 \cdot 1,0025^{50} = 1 132 972 \text{ habitantes.}$$

# Ejercicios y problemas

- 66** Halla la arista de un cubo cuyo volumen es  $7 \text{ m}^3$ . Redondea el resultado a dos decimales.

**Solución:**

$$V = a^3$$

$$a^3 = 7 \Rightarrow a = \sqrt[3]{7} = 1,91 \text{ m}$$

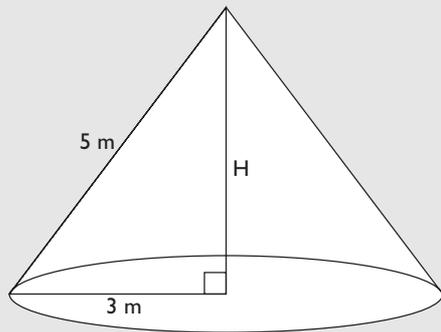
- 67** La cantidad de madera de un bosque crece según la función  $y = x \cdot 1,025^t$ , donde  $t$  es el tiempo en años y  $x$  es la cantidad de madera inicial. Si en el año 2000 el bosque tiene  $1\,000 \text{ km}^3$  de madera, ¿cuánta madera tendrá en el año 2100?

**Solución:**

$$y = 1,025^{100} \cdot 1\,000 = 11\,813,72 \text{ km}^3$$

- 68** Halla el volumen de un cono en el que el radio de la base mide  $3 \text{ m}$ , y la generatriz,  $5 \text{ m}$

**Solución:**



$$H = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi 3^2 \cdot 4 = 37,70 \text{ m}^3$$

- 69** La fórmula del capital final en el interés compuesto es  $C = c(1 + r)^t$ , donde  $C$  es el capital final,  $c$  es el capital inicial,  $r$  es el tanto por uno y  $t$  es el tiempo en años. Calcula en cada caso la incógnita que falta:

- a)  $c = 10\,000 \text{ €}$ ,  $r = 0,05$ ,  $t = 6$  años
- b)  $C = 15\,000 \text{ €}$ ,  $r = 0,03$ ,  $t = 8$  años
- c)  $C = 30\,000 \text{ €}$ ,  $c = 15\,000 \text{ €}$ ,  $t = 10$  años
- d)  $C = 50\,000 \text{ €}$ ,  $c = 25\,000 \text{ €}$ ,  $r = 0,07$

**Solución:**

$$\text{a) } C = 10\,000 \cdot 1,05^6 = 13\,401 \text{ €}$$

$$\text{b) } c \cdot 1,03^8 = 15\,000 \Rightarrow c = 11\,841,14 \text{ €}$$

$$\text{c) } 15\,000 \cdot (1 + r)^{10} = 30\,000$$

$$(1 + r)^{10} = 2$$

$$10 \log(1 + r) = \log 2$$

$$\log(1 + r) = \frac{\log 2}{10}$$

$$\log(1 + r) = 0,0301$$

$$1 + r = 1,072$$

$$r = 0,072 = 7,2\%$$

$$\text{d) } 25\,000 \cdot 1,07^t = 50\,000$$

$$1,07^t = 2$$

$$t \log 1,07 = \log 2$$

$$t = 10,24 \text{ años.}$$

## Para profundizar

- 70** Las medidas de las tarjetas de crédito están en proporción áurea, es decir, el cociente entre la medida del largo y la medida del ancho es

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}. \text{ Si miden } 53 \text{ mm de ancho, ¿cuánto miden de largo?}$$

**Solución:**

$$\text{Longitud} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cdot 53 = 86 \text{ mm}$$

- 71** Supongamos que, en cada uno de los 10 años siguientes, el IPC es de un 2%. Si un producto cuesta actualmente  $100 \text{ €}$ , ¿cuánto costará al cabo de los 10 años?

**Solución:**

$$100 \cdot 1,02^{10} = 121,90 \text{ €}$$

- 72** Una moto se devalúa un 15% cada año. Si nos ha costado  $5\,000 \text{ €}$ , ¿qué valor tendrá al cabo de 10 años?

**Solución:**

$$5\,000 \cdot 0,85^{10} = 984,37 \text{ €}$$

# Aplica tus competencias

**73** Una ciudad tiene 200 000 habitantes, y su población crece un 2,5% cada año. ¿Cuántos habitantes tendrá al cabo de 40 años?

**Solución:**

$$P = 200\,000 \cdot 1,025^{40} = 537\,013 \text{ habitantes.}$$

**74** Una población de algas en un lago cubren una superficie de  $25 \text{ m}^2$ . Si se reproducen a razón de  $0,25 \text{ m}^2$  cada año, ¿cuántos metros cuadrados cubrirán al cabo de 30 años?

**Solución:**

$$P = 25 \cdot 1,25^{30} = 20\,194,84 \text{ m}^2$$

**75** Tenemos una población inicial de 100 conejos en una gran llanura con comida abundante. Si se reproducen a razón de 20 conejos cada año, ¿cuántos conejos habrá al cabo de 5 años?

**Solución:**

$$P = 100 \cdot 20^5 = 32\,000\,000 \text{ conejos.}$$

# Comprueba lo que sabes

- 1** Define que es la raíz enésima de un número y pon un ejemplo.

**Solución:**

La raíz enésima de un número **a** es otro número **b**, tal que **b** elevado a **n** es **a**

$$\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$$

La raíz enésima es la operación inversa de la potencia.

**Ejemplo:**  $\sqrt[3]{8} = 2$  porque  $2^3 = 8$

- 2** Escribe en forma de potencia de base 2:

- a) 64
- b) 1
- c) 2
- d)  $\frac{1}{8}$

**Solución:**

- a)  $2^6$
- b)  $2^0$
- c)  $2^1$
- d)  $2^{-3}$

- 3** Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{98}$
- b)  $\sqrt[3]{81x^8}$
- c)  $\sqrt[4]{128a^{15}b^{10}}$
- d)  $\sqrt[5]{64x^{18}y^{12}z^{10}}$

**Solución:**

- a)  $7\sqrt{2}$
- b)  $3x^2\sqrt[3]{3x^2}$
- c)  $2a^3b^2\sqrt[4]{2^3a^3b^2}$
- d)  $2x^3y^2z^2\sqrt[5]{2x^3y^2}$

- 4** Racionaliza:

- a)  $\frac{12}{\sqrt{6}}$
- b)  $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$
- c)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

**Solución:**

- a)  $\frac{12\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$
- b)  $\frac{8\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2^2}} = \frac{8\sqrt[3]{2^2}}{2} = 4\sqrt[3]{2^2}$
- c)  $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3} = \frac{8 + 2\sqrt{15}}{2} = 4 + \sqrt{15}$

- 5** Halla mentalmente el valor de **x** en los siguientes casos:

- a)  $2^{-4} = x$
- b)  $x^3 = -8$
- c)  $2^x = 1/8$

**Solución:**

- a)  $x = \frac{1}{16}$
- b)  $x = -2$
- c)  $x = -3$

- 6** Realiza las siguientes sumas y restas:

$$5\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} - \sqrt{200}$$

**Solución:**

$$10\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = (10 - 15 + 8 - 10)\sqrt{2} = -7\sqrt{2}$$

- 7** Halla la diagonal de un cubo de forma exacta, es decir, da el resultado en forma de un radical, cuando el volumen mide  $5 \text{ m}^3$

**Solución:**

$$\begin{aligned} V &= a^3 \\ a^3 &= 5 \Rightarrow a = \sqrt[3]{5} \\ d &= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3} \\ d &= \sqrt[3]{5} \sqrt{3} = \sqrt[6]{5^2} \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{5^2 3^3} = \sqrt[6]{675} \text{ m} \end{aligned}$$

- 8** Una célula se reproduce por bipartición cada 5 horas. Si se parte inicialmente de 400 células, ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que haya 1 millón de células?

**Solución:**

$$400 \cdot 2^t = 1\,000\,000$$

$$2^t = 2\,500$$

$$t \log 2 = \log 2\,500$$

$$t = \frac{\log 2\,500}{\log 2} = 11,29$$

$$\text{N}^\circ \text{ de horas} = 11,29 \cdot 5 = 56,45 \text{ horas.}$$

**Paso a paso****76** Calcula:  $2,5^3$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**77** Calcula:  $(3^5 - 19) \cdot \sqrt{28,09}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**78** Calcula:  $\sqrt[5]{47}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**79** Calcula:  $3\sqrt{50} - 4\sqrt{18}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**80** Calcula por aproximación:  $3\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**81** Calcula:  $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**82** Racionaliza:  $\frac{3}{\sqrt{2}}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**83** Racionaliza:  $\frac{6}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ **Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:***84** Un coche cuesta 30 000 € y se devalúa cada año un 17%. ¿Cuántos años tardará en valer menos de 6 000 €.**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**85** **Internet.** Abre: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas, curso y tema.****Practica****86** Calcula:

a)  $(12,7^2 + 83) \cdot \sqrt{34,2}$

b)  $(5,6^3 - 5,2 \cdot 47,5) : \sqrt{333,3}$

**Solución:**

a) 1 428,6

b) -3,9101

**Solución:**

a) 18,592

b) 9,6382

c) 3,0754

d) 3,9811

**87** Calcula:

a)  $\sqrt{345,67}$

b)  $\sqrt[3]{895,34}$

c)  $\sqrt[4]{89,45}$

d)  $\sqrt[5]{1000}$

**88** Calcula:

a)  $\sqrt{72} - \sqrt{50} + \sqrt{18}$

b)  $2\sqrt{75} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27}$

**Solución:**

- a)  $4\sqrt{2}$   
b)  $19\sqrt{2}$

**89** Calcula por aproximación:

$$4\sqrt{35} - 7\sqrt{28} + 2\sqrt{47}$$

**Solución:**

0,3351099782

**90** Calcula por aproximación:

$$5\sqrt{23} - 2\sqrt{47} + 7\sqrt{19}$$

**Solución:**

40,78014102

**91** Racionaliza:

- a)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$       b)  $\frac{10}{\sqrt{5}}$       c)  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

**Solución:**

- a)  $2 \cdot \sqrt{3}$   
b)  $2 \cdot \sqrt{5}$   
c)  $-\sqrt{3} + \sqrt{5}$

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:*

**92** Una pecera tiene forma cúbica y la arista mide 75 cm. Si está llena, ¿cuántos litros de agua contiene?

**Solución:**

$$V = 7,5^3 = 421,88 \text{ dm}^3 = 421,88 \text{ litros.}$$

**93** Supongamos que en cada uno de los 10 años siguientes el IPC es de un 2%. Si un producto cuesta hoy 100 €, ¿cuánto costará al cabo de los 10 años?

**Solución:**

$$100 \cdot 1,02^{10} = 121,9 \text{ €}$$