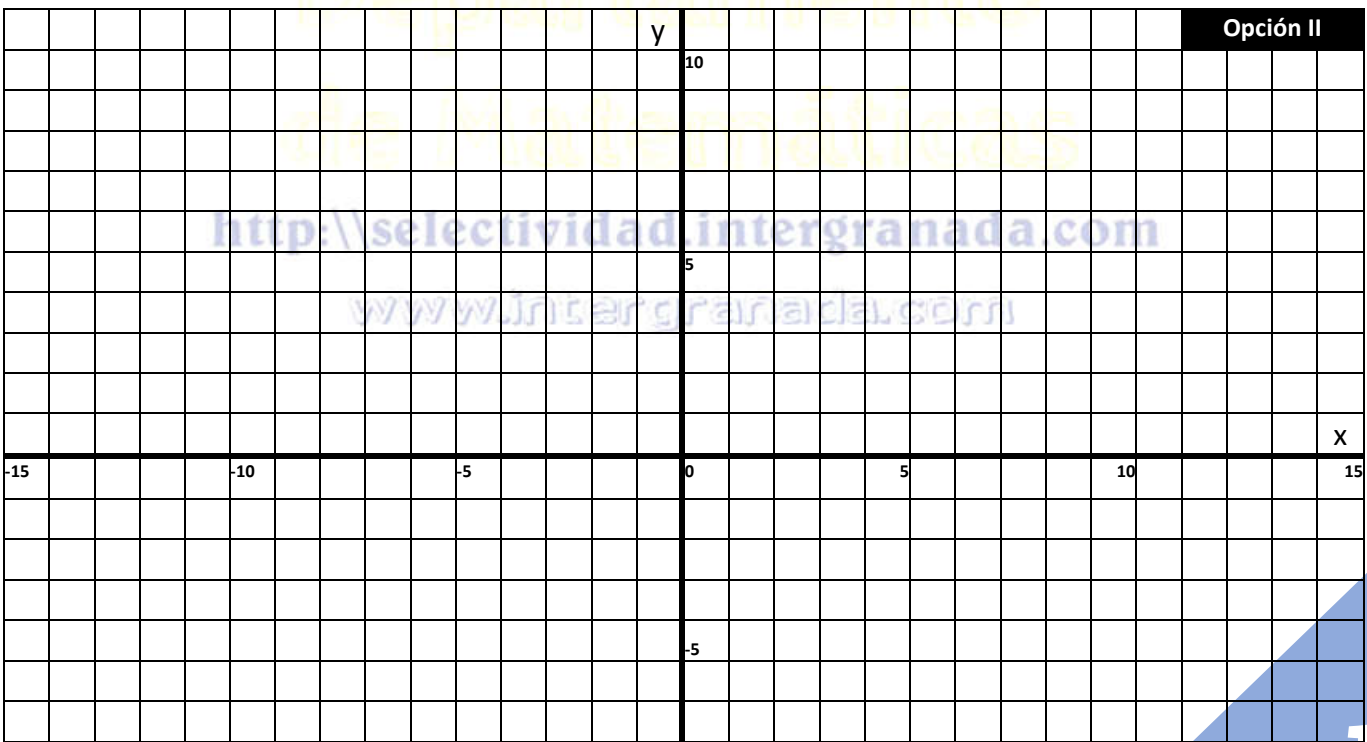
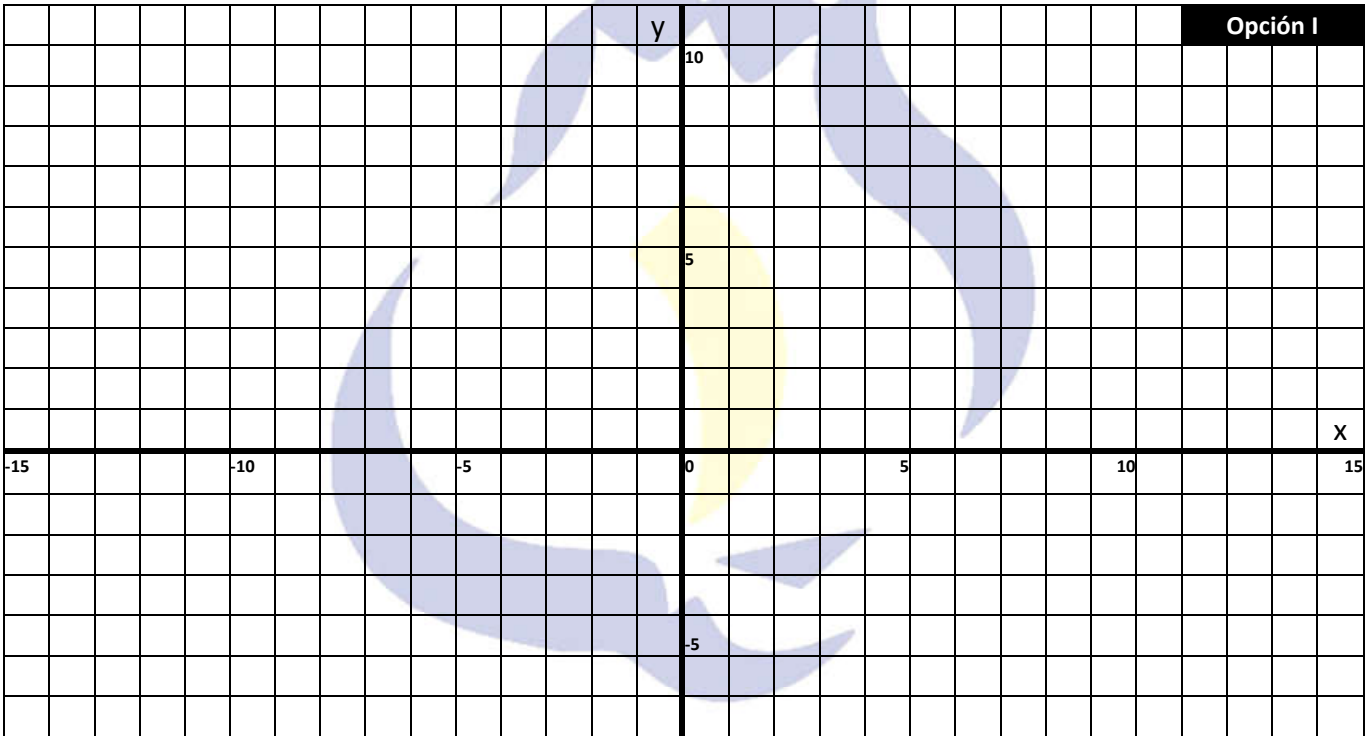
 Departamento de Matemáticas	Nombre:			3ª Evaluación	
	Curso:	4º ESO A	Examen X		
	Fecha:	15 de abril de 2024	Recuperación 2ª evaluación		

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos)

$$\begin{cases} x + 2y \geq 6 \\ x - y \leq 0 \\ 6 \geq y \end{cases}$$


2.- Resuelve DOS de las tres ecuaciones siguientes y escribe debajo sus soluciones: (2 puntos)

$$a) \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}} = -\frac{5}{6}$$

$$b) \log(x+1)^5 + \log(3x+2)^5 = 5$$

$$c) \left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot 16^{x+1} \cdot 2^{1-x} = 0,25$$

3.- Un granjero espera obtener 36 € por la venta de unas docenas de huevos que acaba de recolectar de entre sus gallinas. Si en el camino al mercado se le rompen cuatro docenas y para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de cada una de las docenas restantes, ¿Cuántas docenas de huevos recolectó? (1,5 puntos)

4.- Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25%, en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11%. (1,5 puntos)


5.- Los alumnos de 4º de ESO queremos ir de viaje al parque de las ciencias de la ciudad de Granada y nos cuesta 800 € en total. Si fuésemos 10 alumnos más, el precio se reduciría en 4 € por persona. ¿Cuánto nos cuesta a cada uno la excursión? ¿Cuántas personas vamos? (1,5 puntos)

6.- Para comprar un regalo a su hermano pequeño, Fátima ha estado más de 3 meses reuniendo monedas de 50 céntimos y de 1 euro. Si en total ha reunido 20 monedas y el precio del regalo está comprendido entre 16 euros y 18 euros, ¿Cuántas monedas de 1 € podría haber conseguido? (1,5 puntos)

B.- Resuelve UNO de los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} y^3 - \sqrt{x} = 1 \\ 5y^6 + 2x = 2 + 8y^3\sqrt{x} \end{cases}$$

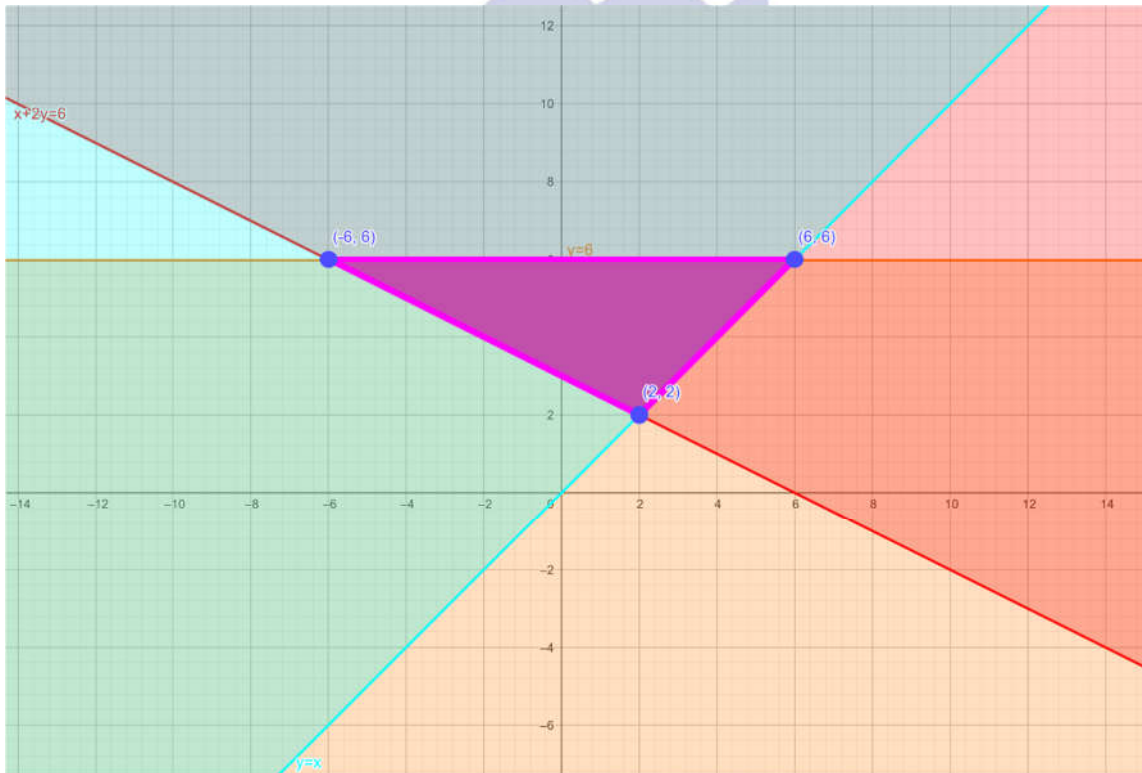
$$\begin{cases} (x+1)^2 - (x-2)(x+1) > 0 \\ \frac{x}{x-2} > 0 \end{cases}$$

 Departamento de Matemáticas	Nombre:	SOLUCIONES		3ª Evaluación	Nota
	Curso:	4º ESO A	Examen X		
	Fecha:	14 de abril de 2023	Recuperación 2ª evaluación		

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y \geq 6 \\ x - y \leq 0 \\ 6 \geq y \end{cases}$$


2.- Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 a) \quad \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}} &= -\frac{5}{6} \quad \xrightarrow{\text{Reducción a común Denominador}} \frac{6 \cdot \sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-4}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} - \frac{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+1}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} = -\frac{5 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} \quad \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} \\
 \rightarrow \quad \frac{6 \cdot \sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-4}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} - \frac{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+1}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} &= -\frac{5 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}}{6 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4}} \quad \rightarrow \quad 6(\sqrt{x-4})^2 - 6(\sqrt{x+1})^2 = -5\sqrt{(x-4)(x+1)} \\
 \text{Operamos} \quad \rightarrow \quad 6(x-4) - 6(x+1) &= -5\sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad \rightarrow \quad 6x - 24 - 6x - 6 = -5\sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad \rightarrow \\
 \text{Agrupamos} \quad \rightarrow \quad -30 &= -5\sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad \xrightarrow{\text{Aislamos el radical}} \quad \frac{-30}{-5} = \sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad \xrightarrow{\text{Operamos}} \quad 6 = \sqrt{x^2 - 3x - 4} \quad \rightarrow \\
 \text{Elevamos al cuadrado} \quad \rightarrow \quad 36 &= x^2 - 3x - 4 \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \quad x^2 - 3x - 40 = 0 \quad \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \quad (x+5)(x-8) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = -5 \\ x = 8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Desechamos la solución $x = -5$ porque hace negativo uno de los radicales y, por tanto, la solución es $x = 8$

$$\begin{aligned}
 & b) \log(x+1)^5 + \log(3x+2)^5 = 5 \quad \xrightarrow{\text{Mediante las propiedades de los logaritmos}} \log[(x+1) \cdot (3x+1)]^5 = 5 \quad \xrightarrow{\text{Por la definición de logaritmo}} [(x+1) \cdot (3x+1)]^5 = 10^5 \\
 & \xrightarrow{\text{Simplificamos}} [(x+1) \cdot (3x+1)]^{\cancel{5}} = 10^{\cancel{5}} \quad \xrightarrow{\text{Operamos}} 3x^2 + 4x + 1 = 10 \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos y Resolvemos}} 3x^2 + 4x - 9 = 0 \quad \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Desechamos la solución $x = -8/3$ porque hace negativo uno de los argumentos y, por tanto, la solución es $x=1$

$$\begin{aligned}
 & c) \left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot 16^{x+1} \cdot 2^{1-x} = 0,25 \quad \xrightarrow{\text{Escribimos todo en potencia de base 2}} 2^{-2x} \cdot (2^4)^{x+1} \cdot 2^{1-x} = 2^{-2} \quad \xrightarrow{\text{Operamos}} 2^{-2x} \cdot 2^{4x+4} \cdot 2^{1-x} = 2^{-2} \quad \rightarrow \\
 & \rightarrow 2^{-2x+4x+4+1-x} = 2^{-2} \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2^{x+5} = 2^{-2} \quad \rightarrow x+5 = -2 \quad \rightarrow x = -7
 \end{aligned}$$

Aquí, la solución es $x = -7$

3.- Un granjero espera obtener 36 € por la venta de unas docenas de huevos que acaba de recolectar de entre sus gallinas. Si en el camino al mercado se le rompen cuatro docenas y para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de cada una de las docenas restantes, ¿Cuántas docenas de huevos recolectó?

Si llamamos x al número de docenas de huevos que recogió, venderá cada docena al precio de $\frac{36}{x}$ euros.

Si por el camino se le rompen 4 docenas, le quedan $x-4$, y si tiene que aumentar el precio en 0,45 euros, tendrá que venderlas a: $\frac{36}{x} + 0,45$, por lo que escribimos la ecuación multiplicando las docenas por su precio y lo igualamos a 36:

$$\left(\frac{36}{x} + 0,45\right) \cdot (x-4) = 36$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{36}{x} + 0,45\right) \cdot (x-4) = 36 \quad \rightarrow \quad 36 - \frac{144}{x} + 0,45x - 1,80 = 36 \quad \xrightarrow{\text{Agrupando}} \quad 0,45x - \frac{144}{x} - 1,80 = 0 \quad \rightarrow \\
 & \rightarrow \frac{9x}{20} - \frac{144}{x} - \frac{9}{5} = 0 \quad \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \quad \frac{9x^2}{20x} - \frac{2880}{20x} - \frac{36x}{20x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{9x^2}{20x} - \frac{2880}{20x} - \frac{36x}{20x} = 0 \\
 & \rightarrow 9x^2 - 36x - 2880 = 0 \quad \xrightarrow{\text{Cuyas soluciones son:}} \quad \begin{cases} x = 20 \\ x = -16 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Desechamos la solución negativa y, por tanto, al principio tenía 20 docenas de huevos.



4.- Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25%, en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11%. (1,5 puntos)

Si las vendió por 3.330 € y en total ganó un 11%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las compró:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (I_v) total, es decir:

$$C_f = C_o \cdot I_v \quad \xrightarrow{\text{Por tanto, despejando } C_o} \quad C_o = \frac{C_f}{I_v} = \frac{3.330}{1,11} = 3.000 \text{ €}$$

Así que, el precio de compra fue de 3.000 euros.



Si llamamos x al precio de compra de la primera moto, por la segunda pagó: $3000-x$, y con esto ya podemos plantear una ecuación con los precios de venta:

$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330$$

Cuya solución, viene dada por:

$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330 \quad \rightarrow \quad 1,25x + 2700 - 0,9x = 3330 \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \quad 0,35x = 630$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos}} \quad x = \frac{630}{0,35} \quad \rightarrow \quad x = 1800$$

Por tanto, el precio de compra de una moto fue de **1.800 €** y el de la otra $3000 - 1800 = 1.200 €$

5.- Los alumnos de 4º de ESO queremos ir de viaje al parque de las ciencias de la ciudad de Granada y nos cuesta 800 € en total. Si fuésemos 10 alumnos más, el precio se reduciría en 4 € por persona. ¿Cuánto nos cuesta a cada uno la excursión? ¿Cuántas personas vamos? (1,5 puntos)

Si llamamos x al número de alumnos de 4º de ESO que van de viaje e y al dinero que paga cada uno por el viaje, podemos escribir la primera ecuación de un sistema no lineal:

$$1) \quad x \cdot y = 800$$

Si se apuntan 10 alumnos más, ahora el número de alumnos será: $x+10$, y si el precio del viaje se reduce en 4 €, ahora, cada uno de ellos pagarán $y-4$ €, y con esto podemos escribir la segunda ecuación del sistema:

$$2) \quad (x+10) \cdot (y-4) = 800$$

Por tanto, llegamos a:

$$\begin{array}{l} 1) \quad x \cdot y = 800 \\ 2) \quad (x+10) \cdot (y-4) = 800 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{Operando}} \quad \begin{array}{l} 1) \quad x \cdot y = 800 \\ 2) \quad x \cdot y - 4x + 10y - 40 = 800 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} 1) \quad x \cdot y = 800 \\ 2) \quad 800 - 4x + 10y - 40 = 800 \end{array}$$

$$\rightarrow \quad \begin{array}{l} 1) \quad x \cdot y = 800 \\ 2) \quad -4x + 10y - 40 = 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} 1) \quad x \cdot y = 800 \\ 2) \quad -2x + 5y = 20 \end{array}$$

Si de la primera ecuación despejamos x :

$$\text{de } 1) \quad x \cdot y = 800 \quad \rightarrow \quad x = \frac{800}{y}$$

Y la sustituimos (método de sustitución) en la segunda ecuación:

$$\text{En } 2) \quad -2x + 5y = 20 \quad \rightarrow \quad -2 \frac{800}{y} + 5y = 20$$

Llegamos a:

$$\frac{-1600}{y} + 5y = 20 \quad \rightarrow \quad 5y^2 - 20y - 1600 = 0 \quad \rightarrow \quad y^2 - 4y - 320 = 0$$

Cuya solución es:

$$y^2 - 4y - 320 = 0 \quad \rightarrow \quad (y-20)(y+16) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} y = 20 \\ y = -16 \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa por ser imposible y por tanto **cada alumno pagará 20 €**.

$$\text{Y el número de alumnos que irá a Granada será de: } x = \frac{800}{y} = \frac{800}{20} = 40 \text{ alumnos}$$

Por tanto, el viaje cuesta **20 €** y van **40 alumnos**.



6.- Para comprar un regalo a su hermano pequeño, Fátima ha estado más de 3 meses reuniendo monedas de 50 céntimos y de 1 euro. Si en total ha reunido 20 monedas y el precio del regalo está comprendido entre 16 euros y 18 euros, ¿Cuántas monedas de 1 € podría haber conseguido? (1,5 puntos)



Si llamamos x al número de monedas de 1 euro y $20-x$ al número de monedas de 50 céntimos, podemos escribir una expresión algebraica para el dinero que Fátima ha conseguido reunir:

$$1 \cdot x + 0,5 \cdot (20 - x)$$

Operando, llegamos a:

$$1 \cdot x + 0,5 \cdot (20 - x) \rightarrow x + 10 - 0,5x = 0,5x + 10 \rightarrow 0,5x + 10$$

Así que, $0,5x + 10$ es el dinero que ha conseguido reunir Fátima, y que el enunciado dice que está entre 16 y 18 euros, así que podemos escribir la siguiente inecuación:

$$16 < 0,5x + 10 < 18$$

Si multiplicamos por 2 toda la inecuación:

$$32 < x + 20 < 36$$

Si restamos 20 a todos los miembros:

$$12 < x < 16$$

Así que, queda claro que, el número de monedas de 1 € es mayor que 12 y menor que 16.

Departamento
de Matemáticas

<http://selectividad.intergranada.com>

www.intergranada.com