

## LUGARES GEOMÉTRICOS Y ÁNGULOS

Nombre: Curso: Fecha: 

Se llama **lugar geométrico** al conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada propiedad geométrica.

## EJEMPLO

**Cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia al punto  $O$  es  $r$ .**

Los puntos que cumplen esta condición son los puntos de la circunferencia.



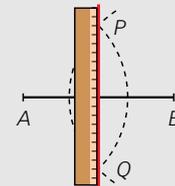
## ACTIVIDADES

**1** Indica cuál es el lugar geométrico de los puntos:

- Cuya distancia a un punto  $O$  es menor que la distancia  $r$ .
- Que distan lo mismo del centro de dos circunferencias distintas.

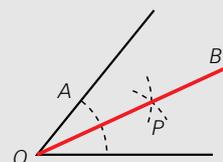
La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio. Para trazar la mediatriz de un segmento:

- Trazamos dos arcos de igual radio que se cortan y con centro en los extremos del segmento.
- La recta que pasa por los puntos de corte es la mediatriz



La **bisectriz** de un ángulo es la recta que pasa por el vértice y divide el ángulo en dos ángulos iguales. Para trazar la bisectriz de un ángulo:

- Con centro en  $O$  y cualquier abertura trazamos un arco.
- Trazamos dos arcos que se corten con centro en  $A$  y  $B$ .
- La recta que pasa por  $O$  y  $P$  es la bisectriz.



**2** Dibuja la mediatriz de un segmento de 4 cm.

**3** Dibuja la bisectriz de un ángulo de  $90^\circ$ .

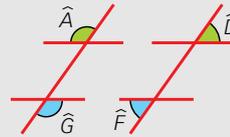
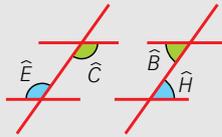
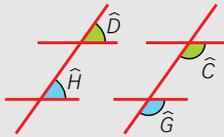
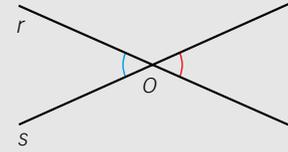
## LUGARES GEOMÉTRICOS Y ÁNGULOS

Nombre: Curso: Fecha: 

## ÁNGULOS

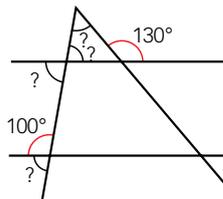
Dos **ángulos son opuestos por el vértice** cuando tienen en común el vértice y sus lados están sobre la misma recta.

Si tenemos dos rectas paralelas y una recta que las corta, se forman una serie de ángulos que cumplen las siguientes propiedades



- 4 Dibuja dos ángulos opuestos por el vértice de  $90^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos opuestos por el vértice que resultan en el dibujo?

- 5 Nombra los ángulos que se forman en el siguiente dibujo y establece las igualdades correspondientes entre ellos:



**Ángulos de un polígono:** cada dos lados consecutivos de un polígono definen un ángulo, que llamamos ángulo interior.

Cualquier polígono de  $n$  lados se puede dividir en  $n - 2$  triángulos. Por tanto, la suma de los ángulos interiores de un polígono de  $n$  lados es igual a  $180^\circ \cdot (n - 2)$ .

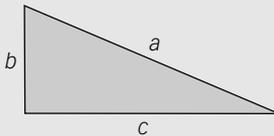
- 6 Dibuja un pentágono regular y uno irregular. Divide cada uno de ellos en triángulos e indica la suma de los ángulos interiores de esos pentágonos que has dibujado.

## CONOCER Y APLICAR EL TEOREMA DE PITÁGORAS

Nombre: Curso: Fecha: 

## TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el lado de mayor longitud, opuesto al ángulo recto, se llama hipotenusa, y los otros dos lados se denominan catetos.

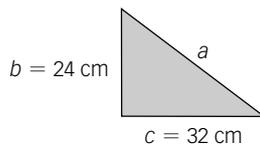
Hipotenusa  $\rightarrow a$ Catetos  $\rightarrow b, c$ 

El **teorema de Pitágoras** expresa que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

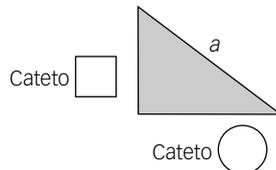
## ACTIVIDADES

- 1 Calcula el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 24 cm.



$$a^2 = b^2 + c^2 = \square^2 + \square^2$$

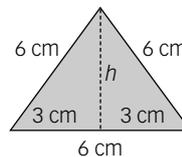
- 2 Halla la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus catetos se diferencian en 2 cm y el menor mide 6 cm.



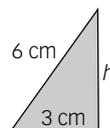
$$a^2 = \square + \bigcirc$$

- 3 Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 6 cm.

Para calcular el área tenemos que conocer la base, que en este caso mide 6 cm, y la altura,  $h$ , que hallamos con el teorema de Pitágoras.



Estudiamos este triángulo, que es rectángulo:



Aplicamos el teorema de Pitágoras y despejamos la altura,  $h$ :

$$6^2 = 3^2 + h^2 \rightarrow h = \square$$

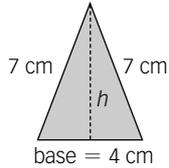
Calculamos el área aplicando la fórmula general: Área =  $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} =$

## CONOCER Y APLICAR EL TEOREMA DE PITÁGORAS

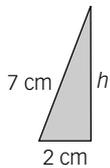
Nombre: Curso: Fecha: 

- 4 En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 7 cm y el otro lado mide 4 cm. Calcula su área.

Tomamos el lado desigual como base,  $b = 4$  cm, y calculamos la altura,  $h$ , utilizando el teorema de Pitágoras.



Considerando esta parte del triángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras y despejamos  $h$ .



$$7^2 = 2^2 + h^2$$

$$h = \square$$

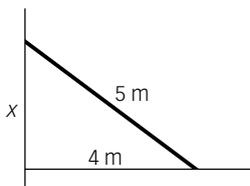
Calculamos el área aplicando la fórmula general: Área =  $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

Área =

- 5 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y uno de los catetos mide 7,5 cm. Calcula la longitud del otro cateto.

- 6 El área de un triángulo rectángulo es  $12 \text{ cm}^2$  y uno de los catetos mide 6 cm. Halla la longitud de la hipotenusa.

- 7 Una escalera de 5 metros de largo está apoyada en una pared, estando situada la base a 4 metros de la misma. ¿A qué altura llega la escalera?

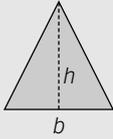


## CALCULAR ÁREAS DE POLÍGONOS Y FIGURAS CIRCULARES

Nombre: Curso: Fecha: 

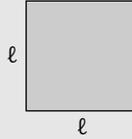
## ÁREA DE POLÍGONOS

## Área del triángulo



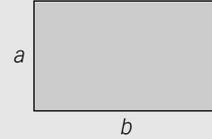
$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

## Área del cuadrado



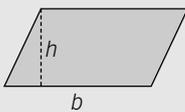
$$A = l \cdot l$$

## Área del rectángulo



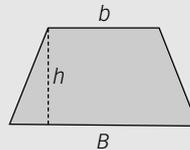
$$A = b \cdot a$$

## Área del paralelogramo



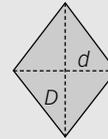
$$A = b \cdot h$$

## Área del trapecio



$$A = \left( \frac{B + b}{2} \right) \cdot h$$

## Área del rombo



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

## ACTIVIDADES

1 Calcula el área de los siguientes polígonos.

- Trapecio de bases 12 cm y 8 cm y altura 5 cm.
- Rombo de diagonales 12 cm y 9 cm.
- Rombo de diagonal mayor 8 cm y lado 5 cm.

## ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR

- Un **polígono** es **regular** cuando sus lados tienen la misma longitud y sus ángulos son iguales.
- El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto del perímetro por la apotema:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

## ÁREA DE UN POLÍGONO CUALQUIERA

Si no conocemos una fórmula para calcular el área de un polígono, su área se puede hallar descomponiéndolo en triángulos o figuras de áreas conocidas, calculando el área de cada una de esas figuras y sumando las áreas resultantes.

CALCULAR ÁREAS DE POLÍGONOS Y FIGURAS CIRCULARES

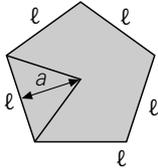
Nombre:

Curso:

Fecha:

EJEMPLO

Calcula el área del siguiente pentágono regular.

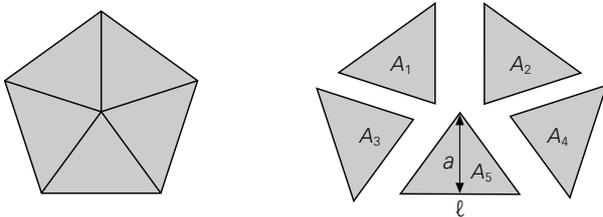


Lado:  $l$

Perímetro:  $P = l + l + l + l + l = 5l$

Apotema:  $a$

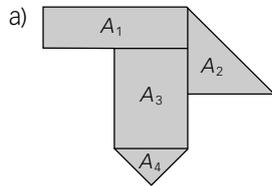
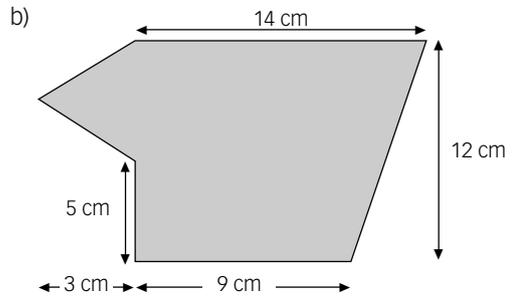
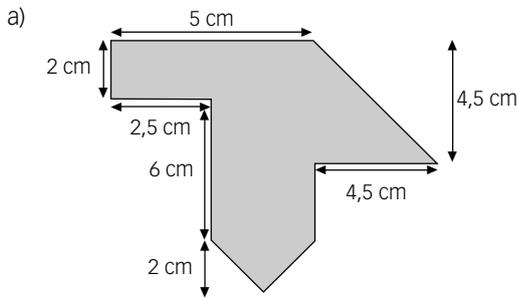
Vemos que son cinco triángulos iguales:  $\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{l \cdot a}{2}$



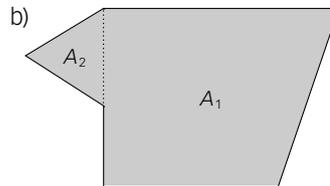
Área del pentágono =  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$

Área del pentágono =  $\frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} + \frac{l \cdot a}{2} = \frac{5l \cdot a}{2} = \frac{P \cdot a}{2}$

2 Calcula el área de las siguientes figuras.



Lo primero que tenemos que hacer es dividir la superficie en polígonos de los que sepamos calcular su área.



Calculamos el área total:

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \boxed{\phantom{000}} \\ A_2 = \boxed{\phantom{000}} \\ A_3 = \boxed{\phantom{000}} \\ A_4 = \boxed{\phantom{000}} \end{array} \right\} \rightarrow A =$$

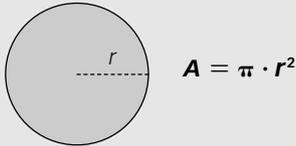
$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \boxed{\phantom{000}} \\ A_2 = \boxed{\phantom{000}} \end{array} \right\} \rightarrow A =$$

## CALCULAR ÁREAS DE POLÍGONOS Y FIGURAS CIRCULARES

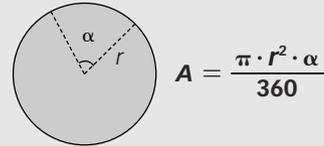
Nombre: Curso: Fecha: 

## ÁREA DE FIGURAS CIRCULARES

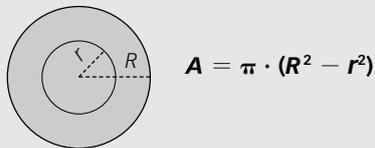
## Área del círculo



## Área del sector circular



## Área de la corona circular

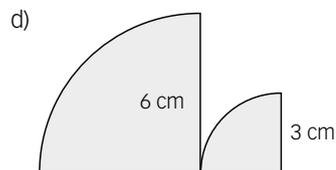
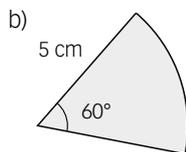
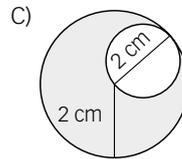
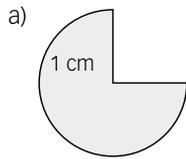


3 Obtén el área de un círculo cuyo diámetro mide igual que el perímetro de un cuadrado de lado 7 cm.

4 Determina el área de un sector circular de amplitud un ángulo recto y cuyo radio es 10 cm.

5 Halla el área de una corona circular limitada por dos circunferencias de radios 2 cm y 1 cm.

## CALCULAR ÁREAS DE POLÍGONOS Y FIGURAS CIRCULARES

Nombre: Curso: Fecha: **6** Calcula el área de las siguientes figuras circulares.**7** Calcula el área de las siguientes figuras.