

Azar y probabilidad

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

AZAR Y PROBABILIDAD

EXPERIENCIAS ALEATORIAS. SUCESOS

- Una **experiencia aleatoria** es aquella

EJEMPLO:

- El **espacio muestral** es el conjunto

EJEMPLO: Sacamos una bola de una bolsa que contiene seis bolas numeradas del 1 al 6.

$$E = \{.....\}$$

- Los **sucesos** son subconjuntos del

EJEMPLO: En la experiencia anterior, llamas A a sacar bola par, y B, a sacar un número menor que 3.

$$A = \{.....\} \quad B = \{.....\}$$

- El **suceso seguro** es

EJEMPLO: En la experiencia anterior, sacar una bola con un número menor que es un suceso seguro.

FORMAS DE MEDIR LA PROBABILIDAD

- Cuando una experiencia aleatoria se realiza con un instrumento regular, si el espacio muestral tiene n casos, la probabilidad de cada caso es

EJEMPLO:

En la experiencia anterior, $n = \text{$, por tanto: $P[1] = \text{$, $P[3] = \text{$, $P[5] = \text{$

- Para obtener la probabilidad de un caso en una experiencia aleatoria irregular, es necesario

LEY DE LAPLACE

- La probabilidad de un suceso S en una experiencia aleatoria realizada con un instrumento regular se calcula así:

$$P[S] = \frac{.....}{.....}$$

EJEMPLO:

En la experiencia anterior, la probabilidad de sacar bola par es:

$$P[A] = \text{$$
 = $\text{$

Azar y probabilidad

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

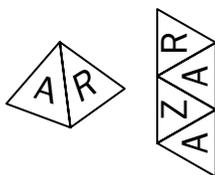
1 En una rifa en la que se han puesto a la venta 100 papeletas, tú has comprado 50.

a) ¿Qué probabilidad tienes de ganar el premio?

b) ¿Y si hubieses comprado 25?

c) ¿Y si hubieses comprado 20?

2 Fíjate en este dado con forma de tetraedro (4 caras) y en su desarrollo. Lo lanzamos 100 veces y anotamos los resultados en esta tabla. Complétala.



RESULTADO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	% APROXIMADO	PROBABILIDAD ASIGNADA
A	52			
Z	24			
R	24			

3 Completa esta tabla de experimentos aleatorios:

EXPERIMENTO	ESPACIO MUESTRAL (RESULTADOS POSIBLES)	ALGUNOS SUCESOS	PROBABILIDAD
1. Lanzar una moneda.	$E = \{ \quad \}$	$A = \{C\}$ $B = \{+\}$	$P[A] =$ $P[B] =$
2. Tirar un dado de ocho caras numeradas del 1 al 8.	$E = \{ \quad \}$	$A = \{2, 4, 6, 8\}$ $B = \{\text{Múltiplo de 3}\}$ $C = \{\text{Número primo}\}$	$P[A] =$ $P[B] =$ $P[C] =$
3. Extraer una carta de una baraja española (40 cartas).	Número de posibles resultados:	$O = \{\text{Salir oros}\}$ $A = \{\text{Salir as}\}$ $B = \{\text{No salir bastos}\}$	$P[O] =$ $P[A] =$ $P[B] =$
4. RULETA GIRATORIA	$E = \{ \quad \}$	$D = \{\text{Obtener 2}\}$ $B = \{\text{Obtener 1 ó 2}\}$ $P = \{\text{Obtener número par}\}$ $I = \{\text{Obtener número impar}\}$	$P[D] =$ $P[B] =$ $P[P] =$ $P[I] =$

Nombre y apellidos:

APLICA. GANAR O PERDER

Marta, Manuel, Sara y Javier investigan probabilidades en clase de Matemáticas. Lanza un dado octaédrico (8 caras) y anotan los resultados después de 100 lanzamientos. Los resultados son:

CARA	1	2	3	4	5	6	7	8
N.º DE VECES	13	12	12	13	13	12	13	12

1 a) Completa la siguiente tabla:

RESULTADO	FRECUENCIA RELATIVA	% APROXIMADO	PROBABILIDAD QUE ASIGNARÍAS
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

b) El profesor les propone que inventen un juego de apuestas sobre esos resultados, donde todos tengan las mismas probabilidades de ganar o perder. Marta propone el siguiente: “Yo gano si sale 1 ó 2, Manuel gana si sale múltiplo de 4; Sara gana si sale mayor que 5 y menor que 8, y Javier gana si sale impar menor que 4”.

Analiza el juego: calcula las probabilidades que tiene cada uno de ganar. ¿Es justo el juego?

Azar y probabilidad

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- 1** Tenemos dos dados, uno en forma de octaedro (8 caras) y otro en forma de cubo (6 caras). Cada uno tiene sus caras numeradas (del 1 al 8 en el primer caso, y del 1 al 6 en el segundo).

 - a) ¿Qué probabilidad hay que obtener 5 en el dado octaédrico? ¿Y la de obtener 5 en el cúbico?

 - b) ¿Con qué dado es más probable sacar un número par?

 - c) ¿Y con qué dado es más probable no sacar 1?

- 2** Tenemos una baraja española (40 cartas). Sacamos una carta.

 - a) ¿Qué probabilidad hay de que la carta sea de bastos?

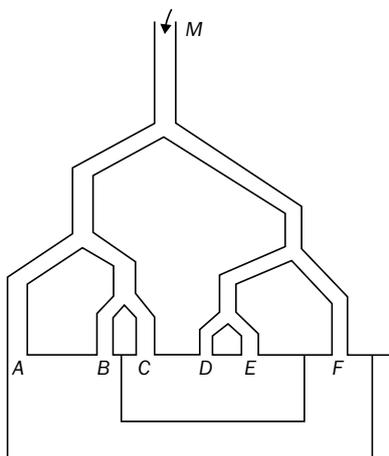
 - b) Supongamos que hemos sacado una carta de bastos y no la hemos devuelto al mazo. ¿Cuál es ahora la probabilidad de que, al sacar una carta, sea nuevamente de bastos? ¿Y de que sea de espadas?

- 3** Lanzas al aire tres veces una moneda. Forma el espacio muestral de los posibles resultados (tienen que salirte 8). ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos caras seguidas? ¿Y la de que sean alternas?

Nombre y apellidos:

APLICA. ¿QUIÉN GANA?

En una barraca de feria se presenta la siguiente máquina de tirar bolas. El feriante pregunta: “¡Compre bolas y juegue!”.



El jugador debe echar las bolas por la boca M .

Si la mitad o más caen en el cajón CDE , tiene derecho a premio; las que caen en ABF , las pierde.

En la siguiente jugada echará las que cayeron en CDE . Si nuevamente la mitad o más de ellas vuelven a caer en CDE , tendrá premio; el resto, las pierde para la próxima jugada, y así sucesivamente.

1 Imagina que compras 64 bolas. Aparentemente, a cada cajón llegarán 32 bolas. ¿Te parece justo el juego a priori? ¿Qué cajón te parece que tiene más “probabilidades” de recibir bolas? ¿Por qué?

2 Estudia el juego detenidamente. ¿Cuántas bolas crees que llegarán a cada boca A , B , C , D , E y F ? ¿Cuál es la probabilidad de que caigan en el cajón ABF ? ¿Y en el CDE ?

3 ¿Qué crees que ocurrirá después de la tercera jugada? ¿Es justo el juego?

Soluciones

Ficha de trabajo A

PRACTICA

1 a) $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; c) $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

2

RESULTADO	FREC. ABS.	FREC. REL.	% APROX.	PROBAB.
A	52	0,52	50%	1/2
Z	24	0,24	25%	1/4
R	24	0,24	25%	1/4

3

EXP.	ESPACIO MUESTRAL	PROBABILIDAD
1.	$E = \{C, +\}$	$P[A] = 1/2$ $P[B] = 1/2$
2.	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$	$P[A] = 4/8 = 1/2$ $P[B] = 2/8 = 1/4$ $P[C] = 4/8 = 1/2$
3.	40	$P[O] = 10/40 = 1/4$ $P[A] = 4/40 = 1/10$ $P[B] = 30/40 = 3/4$
4.	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$	$P[D] = 3/8$ $P[B] = 4/8 = 1/2$ $P[P] = 4/8 = 1/2$ $P[I] = 4/8 = 1/2$

APLICA

1

RESULTADO	FREC. ABS.	% APROX.	PROBABILIDAD
1	0,13	13%	0,13
2	0,12	12%	0,12
3	0,12	12%	0,12
4	0,13	13%	0,13
5	0,13	13%	0,13
6	0,12	12%	0,12
7	0,13	13%	0,13
8	0,12	12%	0,12

$$P[\text{MARTA}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{MANUEL}] = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{SARA}] = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{JAVIER}] = \frac{1}{4}$$

El juego es justo, por ser equiprobable.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

1 a) $P[5] = \frac{1}{8}$ en el octaédrico.

$$P[5] = \frac{1}{6} \text{ en el cúbico.}$$

b) Es la misma en ambos casos, $\frac{1}{2}$.

c) $P[\text{NO SACAR 1}] = \frac{5}{6}$ en el cúbico $\left(\frac{5}{6} = \frac{20}{24}\right)$

$$P[\text{NO SACAR 1}] = \frac{7}{8} \text{ en el octaédrico } \left(\frac{7}{8} = \frac{21}{24}\right)$$

Es más probable con el octaédrico.

2 a) $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) Bastos $\rightarrow \frac{9}{39}$ Espadas $\rightarrow \frac{10}{39}$

3 $E = \{CCC, CC+, C+C, +CC, ++C, +C+, C++, +++\}$

$$P[\text{DOS CARAS SEGUIDAS}] = \frac{3}{8}$$

$$P[\text{DOS CARAS ALTERNAS}] = \frac{1}{8}$$

APLICA

1 El juego no es justo porque, tal y como están distribuidas las bocas, D y E equivalen a una sola boca. Por tanto, es más probable que reciba bolas el cajón ABF .

2 $A \rightarrow 16$ $B \rightarrow 8$ $F \rightarrow 16$

$C \rightarrow 8$ $D \rightarrow 8$ $E \rightarrow 8$

$$P[\text{CAJÓN } ABF] = \frac{40}{64} = \frac{5}{8}$$

$$P[\text{CAJÓN } CDE] = \frac{3}{8}$$

3 Después de la 3.^a jugada, lo más probable es que solo queden 3 ó 4 bolas para jugar, y sucesivamente se vayan perdiendo hasta quedarse sin ninguna.

El juego no es justo.