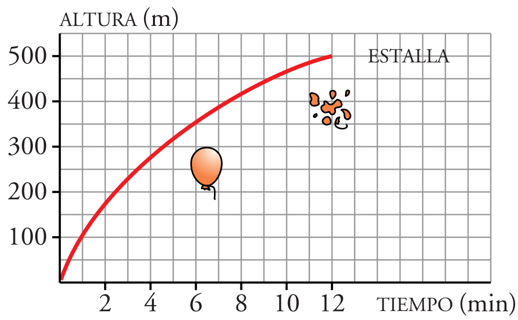
Página 225

PRACTICA

Interpretación de gráficas

1 **Se suelta un globo que se eleva y, al alcanzar cierta altura, estalla. La siguiente gráfica representa la altura, con el paso del tiempo, a la que se encuentra el globo hasta que estalla.**



a) ¿A qué altura estalla? ¿Cuánto tarda en estallar desde que lo soltamos?

b) ¿Qué variables intervienen? ¿Qué escala se utiliza para cada variable? ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

c) ¿Qué altura gana el globo entre el minuto 0 y el 4? ¿Y entre el 4 y el 8? ¿En cuál de estos dos intervalos crece más rápidamente la función?

a) Estalla a 500 m de altura. Tarda 12 minutos en estallar.

b) Intervienen la altura y el tiempo.

La escala para la altura es: 1 cuadradito $\rightarrow$ 50 m de altura

La escala para el tiempo es: 1 cuadradito $\rightarrow$ 1 minuto

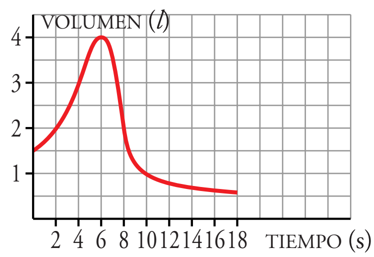
El dominio de definición es el intervalo 0 – 12.

c) Entre el minuto 0 y el 4 el globo gana 275 m.

Entre el minuto 4 y el 8 el globo gana 150 m.

Vemos claramente que crece mucho más rápidamente en el intervalo 0 – 4.

2 **Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y después espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado "espirómetro". Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.**



a) ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?

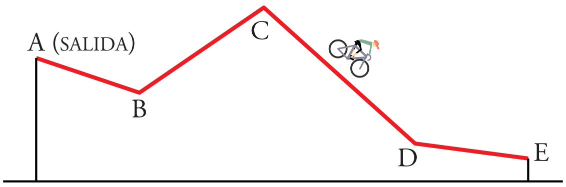
b) ¿Cuánto tiempo duró la observación?

c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?

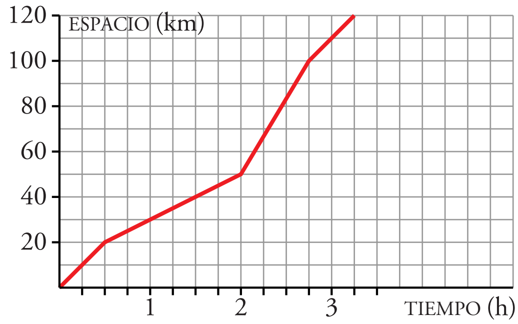
d) ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba?

a) 1,5 litros b) 18 segundos c) 4 litros d) 1 litro

3 Este es el perfil de una etapa ciclista de un club de cicloturismo.



Y esta es la gráfica que indica cómo se recorrió esa etapa.



a) ¿Cuál es la longitud de la etapa? ¿Cuánto tiempo tardaron en recorrerla?

b) ¿En qué tramo van más deprisa y en cuál más despacio? ¿Cuándo pasan por la cima más alta?

c) ¿Qué distancia hay de C a D? ¿Cuánto tiempo tardaron en recorrerla? ¿Qué velocidad llevaron?

a) La etapa consta de 120 km. Tardaron 3 horas y 15 minutos en recorrerla.

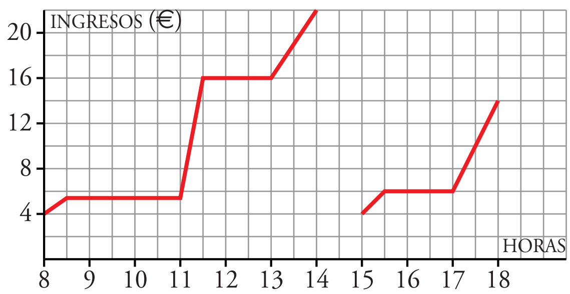
b) El tramo en el que van más deprisa es de C a D: 2 – 2,75.

El tramo en que van más despacio es de B a C: 0,5 – 2. Pasan por la cima a las 2 horas.

c) De C a D hay 50 km, que tardaron 45 minutos = 0,75 horas.

De C a D llevaron una velocidad de $v = \dfrac{50}{0{,}75} = 66{,}6$ km/h.

4 En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En esta gráfica se ve la cantidad de dinero que hay en su caja a lo largo de un día.



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos esta mañana?

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

a) Las clases empiezan a las 8 h 30 min (cuando deja de haber ingresos en la caja).

b) La hora del recreo es desde las 11 h hasta las 11 h 30 min (cuando más ingresos hay en la caja).

c) Los ingresos de toda la mañana ascienden a 22 – 4 = 18 €.

d) El colegio, por la tarde, empieza a las 15 h 30 min y acaba a las 17 h.

e) Es una función discontinua.

Página 226

5 Carmen, Gonzalo, Elena y Luis comentan cómo ha sido su ida al colegio esta mañana.

CARMEN: ***Vine en motocicleta; pero se me olvidó un trabajo que tenía que entregar y tuve que volver a casa. Luego corrí todo lo que pude hasta llegar al colegio.***

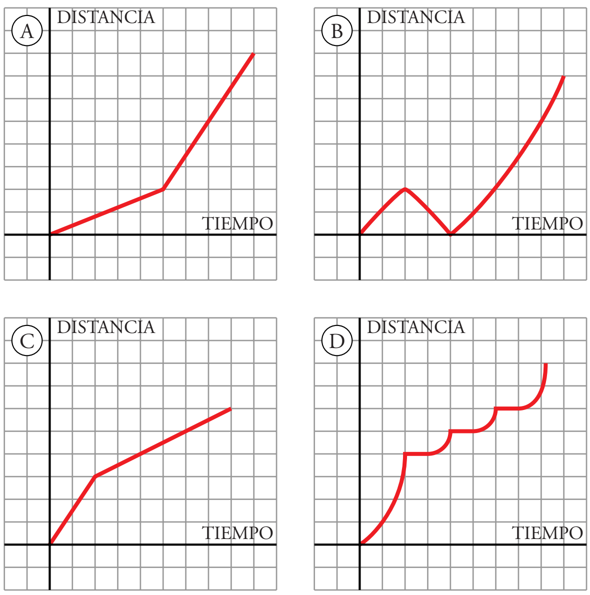
GONZALO: ***Mi madre me trajo en coche; pero nos encontramos un atasco en el semáforo que hay a mitad de camino y nos retrasó mucho.***

ELENA: ***Me encontré en el portal de mi casa con un amigo que va a otro colegio. Hicimos juntos una parte del camino, y cuando nos separamos tuve que darme más prisa porque, con la charla, se me hizo tarde.***

LUIS: ***Salí de casa muy deprisa porque había quedado con María y era tarde. Después hicimos el camino juntos con más calma.***

Los cuatro van al mismo colegio, y cada una de estas gráficas muestra, en distinto orden, la trayectoria que han llevado desde la salida de sus casas hasta la entrada al colegio.

En todas las gráficas se ha utilizado la misma escala.



a) ¿Cuál es la gráfica que corresponde a la descripción que ha hecho cada uno?

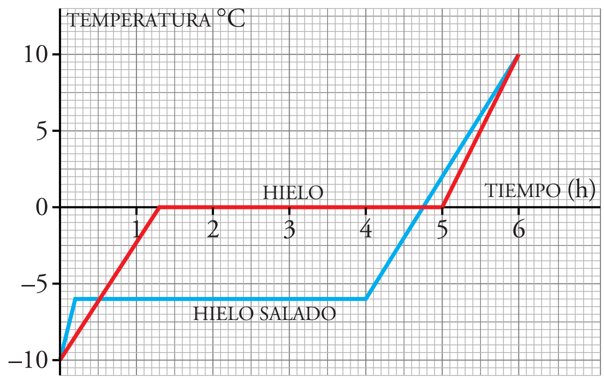
b) ¿Quién vive más cerca del colegio?

c) ¿Quién tardó menos en llegar?

a) Carmen → B. Gonzalo → D. Elena → A. Luis → C.

b) y c) Luis es el que vive más cerca y, además, es el que menos tardó en hacer el recorrido.

6 **Si sacamos del congelador hielo muy frío (a –10 °C, por ejemplo), su temperatura va aumentando hasta llegar a 0 °C. Esta temperatura se mantiene y, cuando ya no queda hielo, aumenta hasta igualarse con la temperatura ambiente. El hielo con sal se derrite a, digamos, –6 °C (por eso se echa sal en las calles heladas), y permanece a esa temperatura durante el tiempo que tarde en derretirse. Las siguientes gráficas muestran ambas situaciones:**



a) ¿Cuál es la temperatura del hielo normal y cuál la del hielo salado a las 3 h?

b) ¿Cuándo empiezan a derretirse?

c) ¿Cuánto permanecen por debajo de –5 °C?

d) Si estamos a –12 °C y las calles están heladas, ¿tiene sentido echarles sal? ¿Por qué?

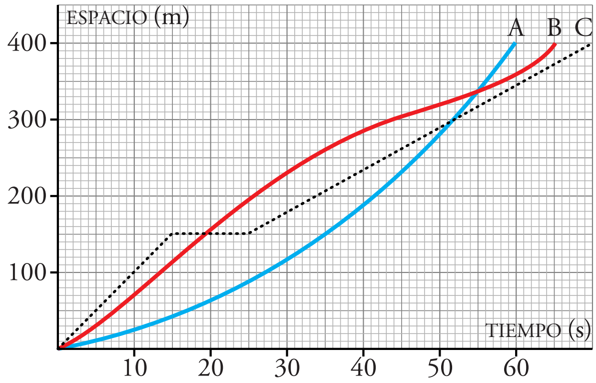
a) La temperatura del hielo normal a las 3 horas es 0 °C y la del salado es –6 °C.

b) El normal empieza a derretirse a la hora y 18 minutos. El salado, a los 12 minutos.

c) El salado permanece por debajo de –5 °C, 4 horas y 12 minutos. El normal permanece por debajo de –5 °C, 42 minutos.

d) No, porque el hielo salado se derrite a –6 °C; con –12 °C el hielo no se derretirá, tenga o no tenga sal.

7 **Estas gráficas describen de forma aproximada el comportamiento de tres atletas, A, B, C, en una carrera de 400 m.**



a) ¿Cuál salió a más velocidad? ¿Quién ganó?

b) Describe la carrera.

a) C salió a mayor velocidad (es la gráfica que más deprisa aumenta, al principio, con el tiempo).

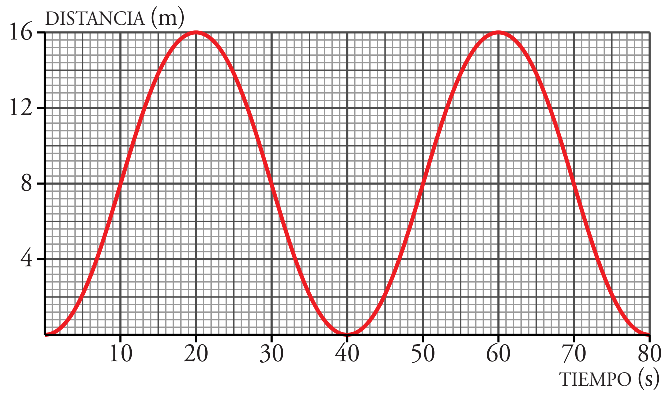
Ganó A porque es el que menos tiempo empleó (60 segundos) en recorrer el mismo espacio (400 m).

b) De los tres sale más rápido C y más lento, A. A los 15 segundos C se para 10 segundos y es adelantado por B a los 19 segundos de haber salido. A los 25 segundos C reanuda la carrera y a los 52 segundos A, que hasta este momento iba el 3º, adelanta a C y se coloca en segunda posición. A los 55 segundos, con 340 m recorridos, A adelanta a B.

Por fin, A llega el primero, tardando 60 segundos en llegar a la meta. B llega el segundo, tardando 64 segundos en llegar a la meta. C llega el tercero, tardando 70 segundos en llegar a la meta.

Página 227

8 **Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función *tiempo-distancia* al suelo de uno de los cestillos:**



a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?

b) Observa cuál es la altura máxima y di cuál es el radio de la noria.

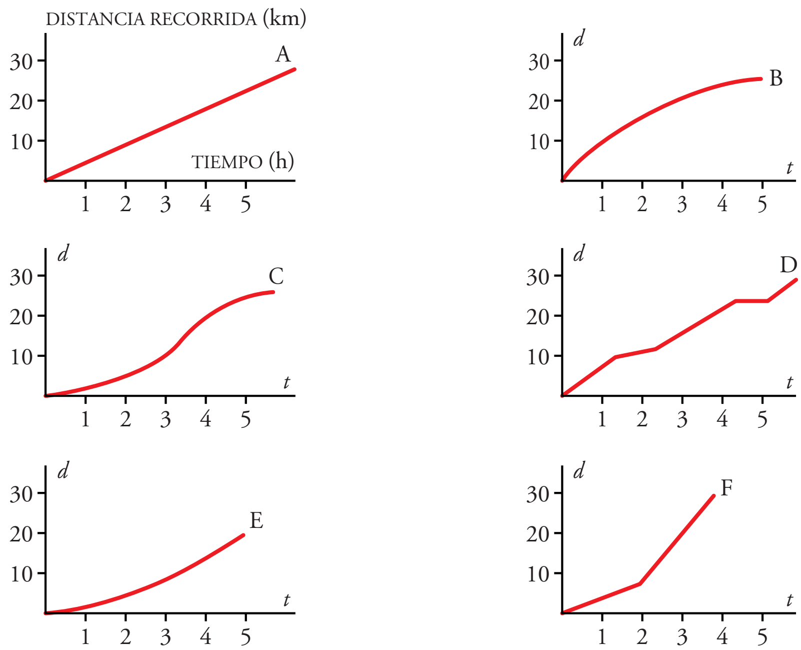
c) Explica cómo calcular la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica.

a) En dar una vuelta completa tarda 40 segundos.

b) La altura máxima que alcanza la noria es 16 m. El radio de la noria es, por tanto, 8 m.

c) Es una función periódica, luego a los 40 segundos, 80 segundos, 120 segundos, está abajo. Por tanto, a los 130 segundos está en la misma posición que a los 10 segundos. Entonces a los 130 segundos está a 8 m de altura.

9 **Las siguientes gráficas nos muestran la marcha de seis montañeros:**



a) Describe el ritmo de cada uno.

b) ¿Cuáles de ellas te parecen menos realistas?

c) ¿Quién recorre más camino?

d) ¿Quién camina durante menos tiempo?

a) A → Siempre va a la misma velocidad.

B → Al principio va más desprisa y luego empieza a disminuir su velocidad.

C → Desde que empieza va aumentando su velocidad hasta que llega a las 3,5 h; donde empieza a disminuir su velocidad.

D → Lleva un ritmo constante todo el tiempo, pero cambia de ritmo en algunos tramos.

La primera hora y media lleva un ritmo, después lo baja hasta las 2 horas y 30 minutos el que vuelve con el ritmo anterior hasta las 4 horas y 5 minutos, que se para.

A las 5 horas sigue con el ritmo del principio.

E $\rightarrow$ Empieza andando muy despacio, pero cada vez va aumentando más su velocidad.

F $\rightarrow$ Empieza andando con velocidad constante las dos primeras horas y, a partir de aquí, sigue andando con velocidad constante, pero mayor que la que llevaba antes.

b) La gráfica menos realista es la E, ya que no se puede andar cada vez más deprisa.

c) En las gráficas D y F es donde se recorre mayor camino.

d) El montañero de la gráfica F, que anda 4 horas.

PIENSA Y RESUELVE

Construcción de gráficas

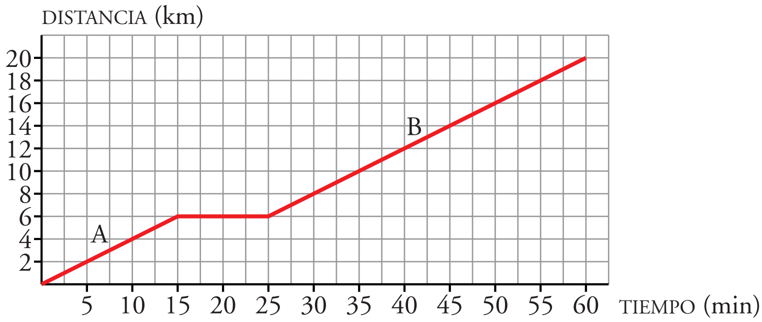
10 **Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de la salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos.**

Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido.

a) Representa la gráfica *tiempo-distancia* a su casa.

b) ¿Lleva la misma velocidad antes y después de la parada? (Suponemos que la velocidad es constante en cada etapa.)

a)



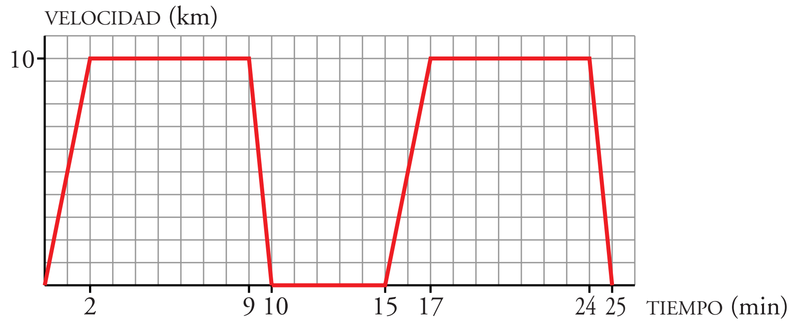
b) La velocidad en ambos casos es la misma.

En A lleva una velocidad de $v_A = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$ km/min.

En B lleva una velocidad de $v_B = \dfrac{20 - 6}{60 - 25} = \dfrac{14}{35} = \dfrac{2}{5}$ km/min.

11 **Un tiovivo acelera durante 2 minutos hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 7 minutos y decelera hasta parar en 1 minuto. Tras permanecer 5 minutos parado, comienza otra vuelta.**

Dibuja la gráfica *tiempo-velocidad*.



En el minuto 10 ha terminado la primera vuelta, y en el minuto 15 ha empezado la segunda vuelta.

12 **En la autoescuela Ramírez las tarifas son las siguientes:**

Precio de cada clase	*15 €*
Precio matrícula carné	*150 €*

a) He utilizado los servicios de Ramírez, y con 5 clases he obtenido el carné. ¿Cuánto he pagado?

b) ¿Cuánto hubiese pagado con 6 clases? ¿Y con 7 clases?

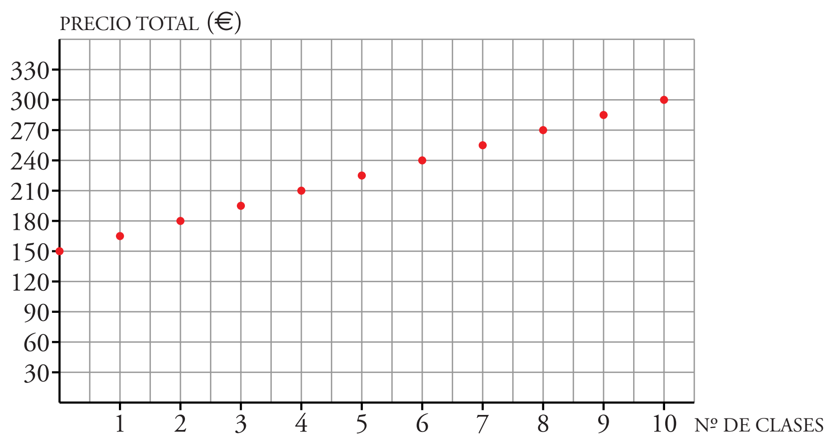
c) Haz la gráfica en la que relaciones lo que cuesta obtener el carné según el número de clases recibidas.

a) $150 + 5 \cdot 15 = 150 + 75 = 225$ € he pagado en total.

b) Con 6 clases habría pagado: $150 + 6 \cdot 15 = 240$ €

Con 7 clases habría pagado: $150 + 7 \cdot 15 = 255$ €

c)



13 **La libra es una medida de peso que equivale a 0,45 kg.**

a) Completa la tabla siguiente:

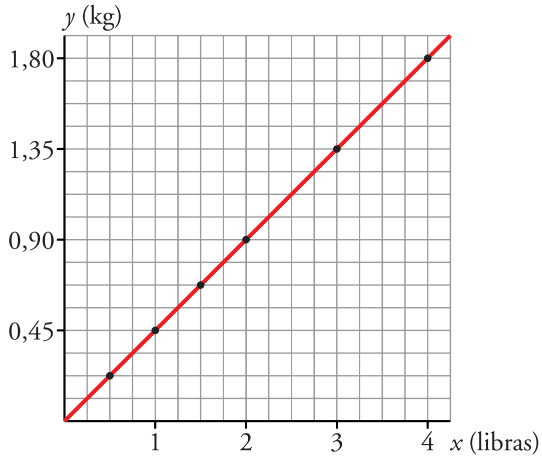
x (libras)	0,5	1	1,5	2	3	4
y (kilos)						

b) Representa la función que convierte libras en kilos.

a)

x (libras)	0,5	1	1,5	2	3	4
y (kilos)	0,225	0,45	0,675	0,9	1,35	1,8

b)



Página 228

14 **La cantidad de nieve que es capaz de limpiar un quitanieves de la carretera depende del espesor de esta.**

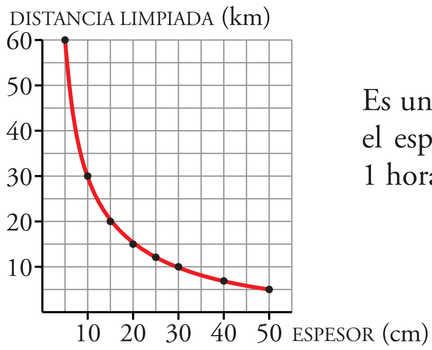
ESPESOR DE LA NIEVE (en cm)	50	40	30	25	20	15	10	5
DISTANCIA QUE LIMPIA EN 1 HORA (en km)	6	7,5	10	12	15	20	30	60

Se han recogido datos de una de estas máquinas en un momento determinado:

a) Representa gráficamente estos datos y une los puntos para poder analizar mejor la gráfica. Descríbela.

b) Supón que para espesores mayores de nieve la máquina se comporta de manera análoga. Para un espesor de 60 cm, ¿cuántos kilómetros, aproximadamente, despejaría en una hora?

a)



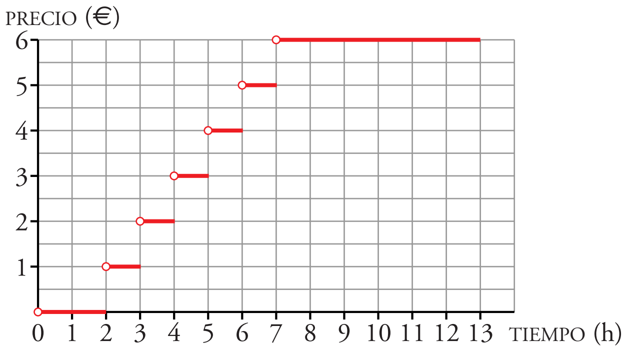
Es una función decreciente: cuanto mayor sea el espesor, menor es la distancia limpiada en 1 hora. Además, es una función continua.

b) Para un espesor de 60 cm, se despejarán, aproximadamente, 5 km.

15 **El aparcamiento de un centro comercial tiene la siguiente tarifa de precios:**

PRECIO DESDE LAS 9 HORAS HASTA LAS 22 HORAS
- *Las dos primeras horas.................. gratuito*
- *3ª hora o fracción y sucesivas .... 1 €*
- *Máximo diario .... 6 €*

Representa la gráfica de la función *tiempo de aparcamiento-coste.*



Desde las 9 h hasta las 22 h se puede estar un tiempo máximo de 13 horas en el aparcamiento.

16 **En la factura del gas de una ciudad se paga una cantidad fija de 15 €, y 0,75 € por cada metro cúbico consumido.**

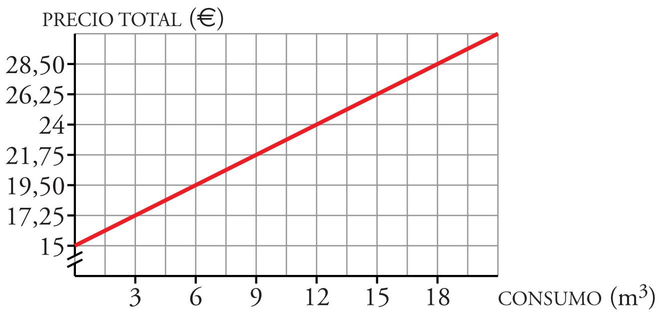
a) ¿Cuánto se paga por 3 m^3? ¿Y por 15 m^3?

b) Representa la función *metros cúbicos consumidos-coste.*

a) Por 3 m^3 hay que pagar $15 + 3 \cdot 0,75 = 17,25$ €.

Por 15 m^3 hay que pagar $15 + 15 \cdot 0,75 = 26,25$ €.

b)



17 **La dosis de un medicamento es 0,25 g por cada kilo de peso del paciente, hasta un máximo de 15 gramos.**

a) ¿Cuántos gramos tiene que tomar un niño que pesa 10 kg? ¿Y otro de 30 kg? ¿Y una persona de 70 kg?

b) ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima (15 g)?

c) Representa la función *peso del paciente-dosis indicada.*

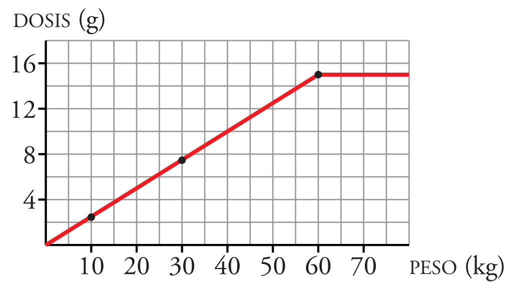
a) Si el niño pesa 10 kg, la dosis es de: $0,25 \cdot 10 = 2,5$ gramos.

Si el niño pesa 30 kg, la dosis es de: $0,25 \cdot 30 = 7,5$ gramos.

Si pesa 70 kg, la dosis es de: $0,25 \cdot 70 = 17,5$ gramos, pero como no se pueden tomar más de 15 gramos, esta persona tomaría los 15 gramos.

b) $\frac{15}{0,25} = 60$ $\rightarrow$ A partir de los 60 kg se toma la máxima dosis, 15 gramos, y aunque aumente el peso la dosis se mantiene en 15 gramos.

c)



18 **La siguiente tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:**

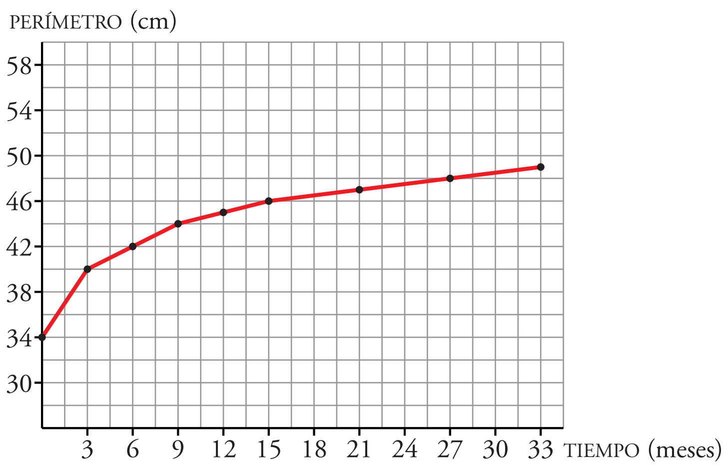
TIEMPO (meses)	0	3	9	15	21	27	33
PERÍMETRO (cm)	34	40	44	46	47	48	49

a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.

b) ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?

c) ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

a)



b) Se va aproximando a 50 cm.

c) A los 3 años, el perímetro craneal será, aproximadamente, de 49,5 cm.

19 **Completa la tabla que relaciona la base y la altura de los rectángulos cuya área es 24 cm².**

BASE, x (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
ALTURA, y (cm)						

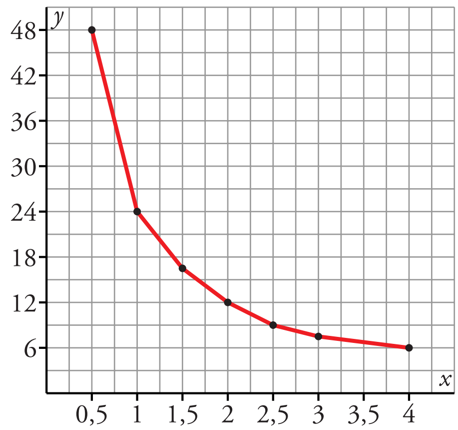
a) Representa gráficamente esta función.

b) ¿Cuál de estas tres expresiones corresponde a esta función?

$$y = \frac{x}{24} \qquad y = \frac{24}{x} \qquad y = 24x$$

BASE, x (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
ALTURA, y (cm)	48	24	16	12	9,6	8

a)

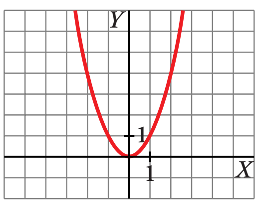


b) La expresión correspondiente a esta función es $y = \dfrac{24}{x}$.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

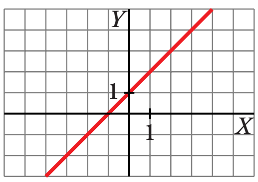
20 **Relaciona cada gráfica con una de las expresiones analíticas:**

Ⓐ



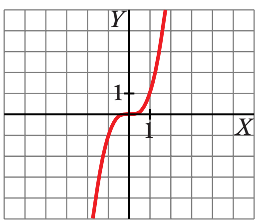
① $y = x + 1$

Ⓑ



② $y = x^3$

Ⓒ



③ $y = x^2$

A → ③ ; B → ① ; C → ②

Página 229

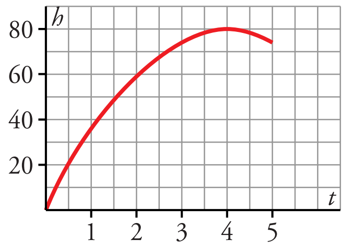
21 **Una de las siguientes ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h, alcanzada por un balón que se lanza hacia arriba, y el tiempo, t. ¿Cuál de ellas es?**

a) $h = t^2 + 80$

b) $h = 8t - t^2$

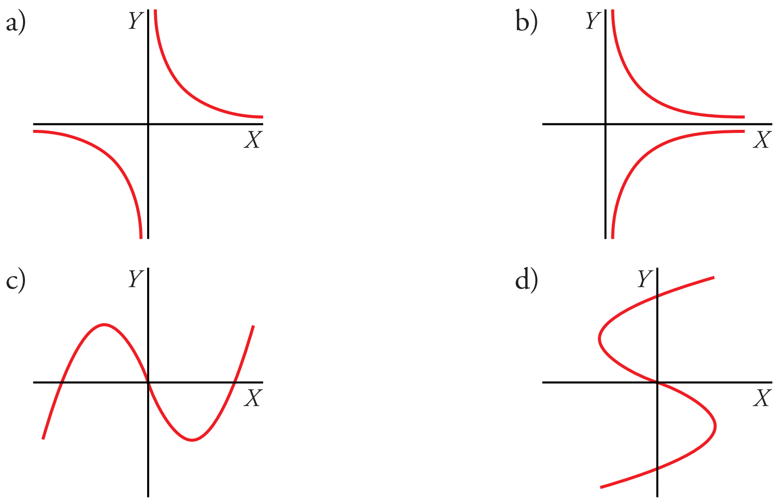
c) $h = 40t - 5t^2$

d) $h = -4t^2 + 80t$



Es la c) (pasa por (0, 0) y por (4, 80)).

22 **¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una función?**

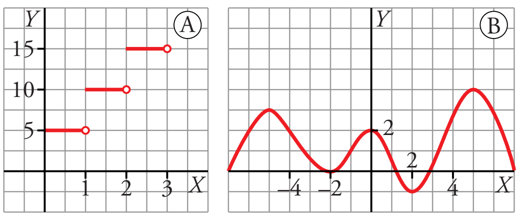


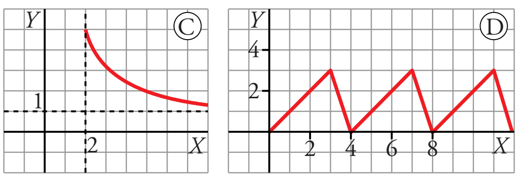
Las gráficas a) y c) corresponden a funciones: para cada valor de x hay un solo valor de y.

Las gráficas b) y d) no corresponden a funciones: hay valores de x a los que les corresponde más de un valor de y.

23 **En cada una de estas gráficas, indica cuál es el dominio de definición, dónde crecen y dónde decrecen, los máximos y los mínimos.**

Indica también si alguna es discontinua, periódica o tiende a un valor fijo.





	A	B	C	D
DOMINIO	$x \geq 0$	TODOS LOS VALORES	$x \geq 2$	$x \geq 0$
CRECIMIENTO	(*)	–7 a –5; –2 a 0; 2 a 5	NUNCA	0-3; 4-7; 8-11…
DECRECIMIENTO	NUNCA	–5 a –2; 0 a 2; 5 a $+\infty$	$x \geq 2$	3-4; 7-8; 11-12…
MÁXIMOS	NO TIENE	(–5, 3); (0, 2); (5, 4)	(2, 5)	(3, 3); (7, 3); (11, 3)…
MÍNIMOS	NO TIENE	(–2, 0); (2, –1)	NO TIENE	(0, 0); (4, 0); (8, 0)…
DISCONTINUA	EN $\mathbb{N}$	NO	NO	NO
PERIÓDICA	NO	NO	NO	SÍ
TIENDE A…	INFINITO	–	1	–

(*) Es constante a trozos. Se puede decir que es globalmente creciente.

24 Comprueba si los números –2, 3 y 5 pertenecen al dominio de definición de la función $y = \sqrt{3 - x}$. Escribe tres números que pertenezcan al dominio y otros tres que no pertenezcan.

Para que pertenezcan, al sustituir la x por estos valores, el valor resultante debe ser un número real:

$x = -2 \rightarrow y = \sqrt{3 - (-2)} \rightarrow y = \sqrt{5} \in \mathbb{R} \rightarrow x = -2$ pertenece al dominio de definición de la función.

$x = 3 \rightarrow y = \sqrt{3 - 3} \rightarrow y = 0 \in \mathbb{R} \rightarrow x = 3$ pertenece al dominio de definición de la función.

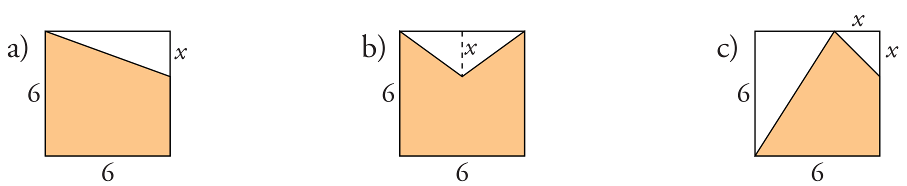
$x = 5 \rightarrow y = \sqrt{3 - 5} \rightarrow y = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R} \rightarrow x = 5$ no pertenece al dominio de definición de la función.

Por ejemplo: $x = 1$, $x = 2$, $x = 0$ pertenecen al dominio.

$x = 4$, $x = 6$, $x = 7$ no pertenecen al dominio.

PROFUNDIZA

25 Escribe en función de x el área de la parte coloreada en cada una de estas figuras:



a) El área del cuadrado completo es: $A = 6^2 = 36$

El área sin colorear es, por ser un triángulo rectángulo: $A = \dfrac{x \cdot 6}{2} = 3x$

El área coloreada es: $A = A_C - A_T \rightarrow A = 36 - 3x$

b) El área del cuadrado es: $A_C = 36$

El área sin colorear es la de un triángulo: $A_T = \dfrac{6 \cdot x}{2} = 3x$

El área coloreada es: $A = A_C - A_T \;\;\longrightarrow\;\; A = 36 - 3x$

c) El área del cuadrado es: $A_C = 36$

El área del triángulo grande es: $A_T = \dfrac{(6 - x)6}{2} = 18 - 3x$

El área del triángulo pequeño es: $A'_T = \dfrac{x^2}{2}$

El área coloreada es:

$$A = A_C - A_T - A'_T \;\;\longrightarrow\;\; A = 36 - (18 - 3x) - \frac{x^2}{2} \;\;\longrightarrow\;\; A = 18 + 3x - \frac{x^2}{2}$$

26 **Los coches, una vez que se compran, empiezan a perder valor a un ritmo de un 20% anual, aproximadamente.**

a) Haz una tabla de valores que dé el valor de un coche que costó 15 000 €, en años sucesivos.

b) Representa gráficamente la función *años-valor del coche*.

c) Encuentra una fórmula que permita hallar el precio del coche en función de los años transcurridos.

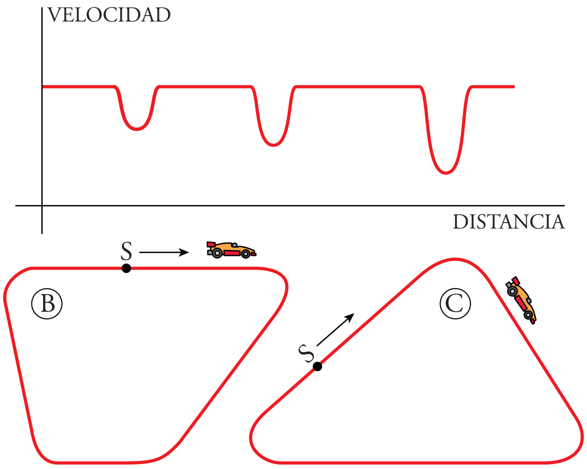
a)

AÑOS	VALOR DEL COCHE (€)
0	15 000
1	0,8 · 15 000 = 12 000
2	0,8 · 12 000 = 9 600
3	0,8 · 9 600 = 7 680
4	0,8 · 7 680 = 6 144
5	0,8 · 6 144 = 4 915,2

b)

c) Para calcular el valor del coche, cada año vamos multiplicando su valor anterior por 0,8; luego, la expresión es: $y = 15\,000 \cdot (0{,}8)^x$, donde x representa el tiempo en años e y representa su valor.

27 **Esta gráfica muestra cómo varía la velocidad de un coche al recorrer uno de los circuitos dibujados más abajo.**



a) ¿A cuál de los dos corresponde?

b) Haz la gráfica correspondiente al otro.

a) Corresponde al circuito C, porque desde donde empieza las curvas son cada vez más pronunciadas y, por tanto, la velocidad al llegar a ellas cada vez será menor, que es lo que precisamente se aprecia en la gráfica.