

Página 27

Resuelve

1. ¿Cabrían los hijos de Buda en la India? Teniendo en cuenta *Mahabharata* y que la superficie de la India es, aproximadamente, 3 millones de kilómetros cuadrados:

a) ¿Cuántos metros cuadrados corresponderían a cada uno de los hijos de Buda?

b) ¿Cuántas divinidades habría por metro cuadrado?

a) Primero, vamos a poner los datos en metros cuadrados, que es lo que nos pide el problema.

$$3 \text{ millones de km}^2 = 3 \cdot 10^6 \text{ km}^2 = 3 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \text{ m}^2 = 3 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$$

Veamos cuántos metros cuadrados le corresponde a cada hijo:

$$600\,00 \text{ millones de hijos} = 600\,000 \cdot 10^6 \text{ hijos} = 6 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \text{ hijos} = 6 \cdot 10^{11} \text{ hijos}$$

Por tanto:

$$\frac{3 \cdot 10^{12} \text{ m}^2}{6 \cdot 10^{11} \text{ hijos}} = \frac{30}{6} \text{ m}^2/\text{hijo} = 5 \text{ m}^2/\text{hijo}$$

Así, a cada hijo le corresponden 5 m² de India.

b) Pasamos los km² a m² → 3 · 10⁶ km² = 3 · 10⁶ · 10⁶ m² = 3 · 10¹² m²

$$\frac{24 \cdot 10^{15} \text{ divinidades}}{3 \cdot 10^{12} \text{ m}^2} = 8 \cdot 10^3 \text{ divinidad/m}^2$$

Habría 8 · 10³ divinidades por metro cuadrado.

2. ¿Cuánto pueden ocupar 10⁴⁰ monos? Vamos a suponer que un mono ocupa un volumen de unos 10 litros y que amontonamos 10⁴⁰ monos, bien apretados, dentro de una esfera.

¿Cuál sería el radio de esa esfera?

NOTA: la distancia de Urano al Sol es de unos 2 870 millones de kilómetros.

10⁴⁰ monos ocupan un volumen de 10⁴⁰ · 10 l = 10⁴¹ l = 10³⁵ m³

$$10^{35} \text{ m}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{10^{35}}{\pi}} \approx 2,87 \cdot 10^{11} \text{ m} = 2\,870 \text{ millones de km}$$

El radio de la esfera sería 2 870 millones de kilómetros.

3. a) ¿Cuál o cuáles de estas potencias sirven para expresar un gúgol y cuál o cuáles para expresar un gúgolplex?

$$10^{(10^{100})}$$

$$10^{100}$$

$$10^{(10^2)}$$

$$10^{(100^{10})}$$

b) ¿Qué es mayor, un gúgol de gúgoles o un gúgolplex?

c) Suponiendo que en una hoja de papel caben, bien juntos, 3 000 caracteres, ¿serías capaz de idear una expresión que indique el número de hojas necesarias para escribir un gúgolplex con todas sus cifras?

a) gúgol → 10¹⁰⁰

gúgolplex → 10^(10¹⁰⁰)

b) Un gúgol de gúgoles.

c) $\frac{10^{100} \text{ cifras}}{3\,000 \text{ caracteres por hoja}} = 3,33^{96} \text{ hojas}$

1 Potenciación

Página 28

1. Reduce a una sola potencia.

a) $4^3 \cdot 4^4 \cdot 4$

b) $(5^6)^3$

c) $\frac{7^6}{7^4}$

d) $\frac{15^3}{3^3}$

e) $2^{10} \cdot 5^{10}$

f) $\frac{12^5}{3^5 \cdot 4^5}$

g) $(a^6 \cdot a^3)^2 : (a^2 \cdot a^4)^3$

h) $(6^2)^3 \cdot 3^5 \cdot (2^7 : 2^2)$

a) 4^8

b) 5^{18}

c) 7^2

d) $\left(\frac{15}{3}\right)^3 = 5^3$

e) $(2 \cdot 5)^{10} = 10^{10}$

f) $\left(\frac{12}{3 \cdot 4}\right)^5 = 1^5 = 1$

g) $(a^9)^2 : (a^6)^3 = a^{18} : a^{18} = a^0 = 1$

h) $6^6 \cdot 3^5 \cdot 2^5 = 6^6 \cdot (3 \cdot 2)^5 = 6^6 \cdot 6^5 = 6^{11}$

2. Calcula utilizando propiedades de las potencias.

a) $2^3 \cdot 5^4$

b) $(6^5 : 2^4) : 3^5$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

d) $2^8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4$

e) $\frac{20^6}{2^6}$

f) $\frac{20^6}{2^5}$

g) $(3^3)^2 : 3^5$

h) $(2^5)^3 \cdot [(5^3)^4 : 2^3]$

a) $2^3 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 5 = (2 \cdot 5)^3 \cdot 5 = 10^3 \cdot 5 = 1000 \cdot 5 = 5000$

b) $(6^5 : 2^4) : 3^5 = \left(\frac{6^5}{2^4}\right) : 3^5 = \left(\frac{(2 \cdot 3)^5}{2^4}\right) : 3^5 = \left(\frac{2^2 \cdot 3^5}{2^4}\right) : 3^5 = (2 \cdot 3)^5 : 3^5 = \frac{2 \cdot 3^5}{3^5} = 2$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{2^6}{3^6} \cdot \frac{3^3}{(2^2)^3} = \frac{2^6}{3^6} \cdot \frac{3^3}{2^6} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

d) $2^8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 = 2^8 \cdot \frac{5^4}{2^4} = 2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10000$

e) $\frac{20^6}{2^6} = \left(\frac{20}{2}\right)^6 = 10^6 = 1000000$

f) $\frac{20^6}{2^5} = 20 \cdot \left(\frac{20^5}{2^5}\right) = 20 \cdot 10^5 = 20 \cdot 100000 = 2000000$

g) $(3^3)^2 : 3^5 = 3^6 : 3^5 = 3^{6-5} = 3$

h) $(2^5)^3 \cdot [(5^3)^4 : 2^3] = 2^{15} \cdot [5^{12} : 2^3] = 2^{15} \cdot \frac{5^{12}}{2^3} = 2^{12} \cdot 5^{12} = (2 \cdot 5)^{12} = 10^{12} = 1000000000000$

Página 29

3. Expresa como potencia de base 10 el resultado de la operación 0,00001 : 10 000 000.

$$0,00001 : 10\,000\,000 = \frac{1}{100\,000} : 10\,000\,000 = \frac{1}{100\,000} \cdot \frac{1}{10\,000\,000} = 10^{-12}$$

4. Expresa como fracción simplificada.

a) $\frac{3^4}{3^5}$ b) 5^{-1} c) a^{-6} d) $x^{-1}y^{-2}$

e) $\frac{x^3y^4}{x^2y^6}$ f) $(3xy^2)^{-2}$ g) $5 \cdot 3^{-1} \cdot xy^{-2}$

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{a^6}$ d) $\frac{1}{xy^2}$

e) $\frac{x}{y^2}$ f) $\frac{1}{9x^2y^4}$ g) $\frac{5x}{3y^2}$

5. Reduce a un único número racional.

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ c) $\left(\frac{-1}{5}\right)^{-2}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ e) $\left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}\right)^{-6}$ f) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$ h) $\left(\frac{17}{45}\right)^0$ i) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2$

a) $\frac{1}{25}$ b) $5^2 = 25$

c) $(-5)^2 = 25$ d) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \frac{16}{9}$

e) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-6} = 10^6 = 1\,000\,000$ f) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}\right)^6 = \left(\frac{1}{10}\right)^6 = \frac{1}{1\,000\,000}$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{32}{243}$ h) 1

i) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = 3^6 = 729$

2 Notación científica

Página 30

1. ¿Verdadero o falso?

a) $5,83 \cdot 10^{-5} < 2,01 \cdot 10^4$

c) $6,2 \cdot 10^{-3} < 5,8 \cdot 10^{-4}$

a) Verdadero.

b) Falso. $583\,500 < 3\,500\,000$ c) Falso. $0,0062 > 0,00058$ d) Falso. $(3,1 \cdot 10^5) \cdot (3,3 \cdot 10^{-5}) = 10,23 > 10$.

b) $58,35 \cdot 10^4 > 3,5 \cdot 10^6$

d) $(3,1 \cdot 10^5) \cdot (3,3 \cdot 10^{-5}) < 10$

2. Calcula.

a) $(3,25 \cdot 10^7) \cdot (9,35 \cdot 10^{-15})$

c) $(4,8 \cdot 10^{12}) : (2,5 \cdot 10^3)$

a) $3,03875 \cdot 10^{-7}$

c) $1,92 \cdot 10^9$

b) $(5,73 \cdot 10^4) + (-3,2 \cdot 10^5)$

d) $(1,17 \cdot 10^8) - (3,24 \cdot 10^{-6})$

b) $-2,627 \cdot 10^5$

d) $1,17 \cdot 10^8$

Página 31

3. Resuelve con la calculadora la actividad 2 de la página anterior.

a) $3,03875 \cdot 10^{-7}$

b) $-2,627 \cdot 10^5$

c) $1,92 \cdot 10^9$

d) $1,17 \cdot 10^8$

3 Raíces y radicales

Página 32

1. Calcula las siguientes raíces:

a) $\sqrt[6]{64}$

b) $\sqrt[3]{216}$

c) $\sqrt{14\,400}$

d) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{3\,375}{1\,000}}$

g) $\sqrt[3]{1,728 \cdot 10^{21}}$

h) $\sqrt{2,025 \cdot 10^{-11}}$

a) 2

b) 6

c) 120

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

f) $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

g) $12 \cdot 10^6$

h) $4,5 \cdot 10^{-6}$

2. ¿Verdadero o falso?

a) Como $(-5)^2 = 25$, entonces $\sqrt{25} = -5$.

b) -5 es una raíz cuadrada de 25.

c) 81 tiene dos raíces cuadradas: 3 y -3 .

d) 27 tiene dos raíces cúbicas: 3 y -3 .

e) 7 tiene dos raíces cuartas: $\sqrt[4]{7}$ y $-\sqrt[4]{7}$.

f) $\sqrt{-4} = -2$ y $\sqrt{4} = 2$.

a) Falso; $\sqrt{25}$ hace referencia a la raíz positiva, $\sqrt{25} = 5$.

b) Verdadero; $(-5)^2 = 25$.

c) Falso; $3^2 = 9$ y $(-3)^2 = 9$

d) Falso. Solo tiene una, porque $(-3)^3 = -27$

e) Verdadero.

f) Falso. No existen raíces cuadradas de números negativos.

Página 33

Cálculo mental

Simplifica:

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{10}$

a) $\sqrt{100} = 10$

b) $\sqrt[3]{60}$

Cálculo mental

Descompón y extrae fuera del radical:

a) $\sqrt{50}$

b) $\sqrt[3]{24}$

c) $\sqrt[3]{2000}$

a) $\sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$

c) $\sqrt[3]{2^4 \cdot 5^3} = 10\sqrt[3]{2}$

Cálculo mental

Calcula el valor de estas potencias:

a) $(\sqrt{3})^6$

b) $(\sqrt[3]{2})^6$

c) $(\sqrt[4]{5})^{12}$

a) $3^3 = 27$

b) $2^2 = 4$

c) $5^3 = 125$

Cálculo mental

Simplifica:

a) $4\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - \sqrt{5}$

b) $3\sqrt[4]{4} - 5\sqrt[4]{4} + 7\sqrt[4]{4}$

a) $10\sqrt{5}$

b) $3\sqrt[4]{4}$

3. Simplifica las expresiones que puedas:

a) $8\sqrt{5} - 6\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{25} - \sqrt{8}$

d) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}$

e) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{7}$

f) $\sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{7}$

g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

h) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{49}$

i) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{5}$

j) $(\sqrt{5})^{10}$

k) $(\sqrt{6})^7$

l) $(\sqrt[5]{7})^{10}$

a) $8\sqrt{5} - 6\sqrt{3} \rightarrow$ No se puede simplificar.

b) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{25} - \sqrt{8} \rightarrow$ No se puede simplificar.

d) $\sqrt{5} - \sqrt[3]{5} \rightarrow$ No se puede simplificar.

e) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{42}$

f) $\sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{7} \rightarrow$ No se puede simplificar.

g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

h) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{49} = \sqrt[3]{343}$

i) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[6]{5} \rightarrow$ No se puede simplificar.

j) $(\sqrt{5})^{10} = 5^5$

k) $(\sqrt{6})^7 \rightarrow$ No se puede simplificar.

l) $(\sqrt[5]{7})^{10} = 7^2 = 49$

4. Extrae fuera del radical cuando sea posible.

a) $\sqrt{3^2 \cdot 5^4}$

b) $\sqrt[3]{2^5 \cdot 3^2}$

c) $\sqrt[4]{5^5}$

d) $\sqrt{180}$

e) $\sqrt{720}$

f) $\sqrt[3]{375}$

a) $\sqrt{3^2 \cdot 5^4} = 3 \cdot 5^2 = 75$

b) $\sqrt[3]{2^5 \cdot 3^2} = 2 \sqrt[3]{36}$

c) $\sqrt[4]{5^5} = 5 \sqrt[4]{5}$

d) $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt{5}$

e) $\sqrt{720} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5} = 2^2 \cdot 3 \sqrt{5}$

f) $\sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3} = 5 \sqrt[3]{3}$

5. Opera y simplifica lo máximo posible:

a) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{20}$

b) $\sqrt[5]{6} \cdot \sqrt[5]{16}$

c) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{54} \cdot (\sqrt[6]{3})^{12}$

a) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} = 10 \sqrt{3}$

b) $\sqrt[5]{6} \cdot \sqrt[5]{16} = \sqrt[5]{96} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3} = 2 \sqrt[5]{3}$

c) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{54} \cdot (\sqrt[6]{3})^{12} = \sqrt[3]{486} \cdot 3^2 = 9 \sqrt[3]{3^5 \cdot 2} = 27 \sqrt[3]{18}$

4 Números racionales e irracionales

Página 34

1. Sitúa cada uno de los siguientes números en los casilleros correspondientes. Ten en cuenta que cada número puede estar en más de un casillero. (Hazlo en tu cuaderno).

$$107; 3,95; 3,\widehat{95}; -7; \sqrt{20}; \frac{36}{9}; \sqrt{\frac{4}{9}}; -\sqrt{36}; \frac{7}{3}; \pi - 3$$

NATURALES, \mathbb{N}	
ENTEROS, \mathbb{Z}	
FRACCIONARIOS	
RACIONALES, \mathbb{Q}	
IRRACIONALES	

NATURALES, \mathbb{N}	$107; 36/9 = 4$
ENTEROS, \mathbb{Z}	$107; -7; 36/9 = 4; -\sqrt{36} = -6$
FRACCIONARIOS	$3,95; 3,\widehat{95}; \sqrt{4/9} = 2/3; 7/3$
RACIONALES, \mathbb{Q}	$107; 3,95; 3,\widehat{95}; -7; 36/9 = 4; \sqrt{4/9} = 2/3; -\sqrt{36} = -6; 7/3$
IRRACIONALES	$\sqrt{20}; \pi - 3$

Ejercicios y problemas

Página 36

Practica

Potencias

1. Calcula las potencias siguientes:

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $(-3)^3$ | b) $(-2)^4$ | c) $(-2)^{-3}$ |
| d) -3^2 | e) -4^{-1} | f) $(-1)^{-2}$ |
| g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ | i) $\left(\frac{4}{3}\right)^0$ |
| a) -27 | b) 16 | c) $-\frac{1}{8}$ |
| d) -9 | e) $-\frac{1}{4}$ | f) 1 |
| g) 8 | h) 4 | i) 1 |

2. Expresa como una potencia de base 2 o 3.

- | | | | |
|--|-------------------------|--|--|
| a) 64 | b) 243 | c) $\frac{1}{32}$ | d) $\frac{1}{3}$ |
| e) $-\frac{1}{27}$ | f) $\frac{3^4}{3^{-3}}$ | g) $\frac{2^{-5}}{2^3}$ | h) $\left(\frac{2^{-3}}{2^{-2}}\right)^{-1}$ |
| a) 2^6 | | b) 3^5 | |
| c) 2^{-5} | | d) 3^{-1} | |
| e) $-(3)^{-3}$ | | f) $3^4 : 3^{-3} = 3^{4-(-3)} = 3^{4+3} = 3^7$ | |
| g) $2^{-5} : 2^3 = 2^{-5-3} = 2^{-8}$ | | | |
| h) $(2^{-3} : 2^{-2})^{-1} = (2^{-3-(-2)})^{-1} = (2^{-3+2})^{-1} = (2^{(-1)})^{-1} = 2^{(-1) \cdot (-1)} = 2^1 = 2$ | | | |

3. Calcula.

- | | |
|--|--|
| a) $\left(\frac{3}{2} - 1\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ | b) $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-2}$ |
| a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$ | b) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{49} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{49}$ |

4. Expresa como potencia única.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$ | b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$ | c) $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3$ |
| d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$ | e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4$ | f) $\frac{3^{-1}}{5 \cdot 15^2}$ |

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ b) $\frac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^2$ c) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$
 d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}$ f) $\left(\frac{1}{15}\right)^3$

5. Simplifica.

a) $\frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$ b) $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 3^2}$ c) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a}$
 d) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2}$ e) $(a^{-1}b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1}$ f) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} (a^{-1})^{-2}$

a) $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^4}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^4} = \frac{2^7 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^7} = \frac{2^4}{3^5}$ b) $\frac{2^{-4} \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 3^{-2}}{2^{-5} \cdot 2^3 \cdot 3^2} = \frac{3^{-1}}{2^{-2} \cdot 3^2} = \frac{2^2}{3^3}$
 c) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a} = \frac{4ab3a}{9b^2} = \frac{4a^2}{3b}$ d) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2} = \frac{6^{-1}a^{-1}}{3^{-2}a^{-4}} = \frac{3}{2}a^3$
 e) $(a^{-1}b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1} = a^{-2}b^4a^{-1}b^2 = \frac{b^6}{a^3}$ f) $\frac{b^3}{a^3} \cdot a^2 = \frac{b^3}{a}$

Notación científica

6. Escribe estos números con todas sus cifras:

a) $4 \cdot 10^7$ b) $5 \cdot 10^{-4}$ c) $9,73 \cdot 10^8$
 d) $8,5 \cdot 10^{-6}$ e) $3,8 \cdot 10^{10}$ f) $1,5 \cdot 10^{-5}$
 a) 40 000 000 b) 0,0005 c) 973 000 000
 d) 0,0000085 e) 38 000 000 000 f) 0,000015

7. Escribe estos números en notación científica:

a) 13 800 000 b) 0,000005 c) 4 800 000 000
 d) 0,0000173 e) 50 030 000 f) 0,002007
 a) $1,38 \cdot 10^7$ b) $5 \cdot 10^{-6}$ c) $4,8 \cdot 10^9$
 d) $1,73 \cdot 10^{-5}$ e) $5,003 \cdot 10^7$ f) $2,007 \cdot 10^{-3}$

8. Di el valor de n en cada caso:

a) $3\,570\,000 = 3,57 \cdot 10^n$ b) $0,000083 = 8,3 \cdot 10^n$
 c) $157,4 \cdot 10^3 = 1,574 \cdot 10^n$ d) $93,8 \cdot 10^{-5} = 9,38 \cdot 10^n$
 a) $n = 6$ b) $n = -5$ c) $n = 5$ d) $n = -4$

9. Completa estas igualdades:

a) $836 \cdot 10^3 = 8,36 \cdot 10^{\dots}$ b) $0,012 \cdot 10^4 = \dots \cdot 10^2$
 c) $\dots \cdot 10^{-3} = 0,0834 \cdot 10^3$ d) $73,3 \cdot 10^2 = \dots \cdot 10^{-1}$
 a) $836 \cdot 10^3 = 8,36 \cdot 10^5$ b) $0,012 \cdot 10^4 = 1,2 \cdot 10^2$
 c) $83\,400 \cdot 10^{-3} = 0,0834 \cdot 10^3$ d) $73,3 \cdot 10^2 = 73\,300 \cdot 10^{-1}$

10.  Expresa en notación científica.

- a) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km
- b) Peso de un grano de arroz: 0,000027 kg
- c) Diámetro de cierto virus: 0,00000008 m
- d) Emisión de CO₂ en un año: 54 900 000 000 kg

- a) $1,5 \cdot 10^8$ km
- b) $2,7 \cdot 10^{-5}$ kg
- c) $8 \cdot 10^{-8}$ m
- d) $5,49 \cdot 10^{10}$ kg

11.  Calcula y comprueba con la calculadora.

- a) $(2 \cdot 10^5) \cdot (3 \cdot 10^{12})$
- b) $(1,5 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^{-5})$
- c) $(3,4 \cdot 10^{-8}) \cdot (2 \cdot 10^{17})$
- d) $(8 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{17})$
- e) $(9 \cdot 10^{-7}) : (3 \cdot 10^7)$
- f) $(4,4 \cdot 10^8) : (2 \cdot 10^{-5})$
- a) $6 \cdot 10^{17}$
- b) $3 \cdot 10^{-12}$
- c) $6,8 \cdot 10^9$
- d) $4 \cdot 10^{-5}$
- e) $3 \cdot 10^{-14}$
- f) $2,2 \cdot 10^{13}$

12.  Calcula, expresa el resultado en notación científica y comprueba con la calculadora.

- a) $(2,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^3)$
- b) $(5 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^5)$
- c) $(7,4 \cdot 10^{13}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})$
- d) $(1,2 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{-3})$

- a) $(2,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^3) = 2,5 \cdot 8 \cdot 10^{10} = 20 \cdot 10^{10} = 2 \cdot 10^{11}$
- b) $(5 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^5) = (5 : 8) \cdot 10^{-8} = 0,625 \cdot 10^{-8} = 6,25 \cdot 10^{-9}$
- c) $(7,4 \cdot 10^{13}) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) = 7,4 \cdot 5 \cdot 10^7 = 37 \cdot 10^7 = 3,7 \cdot 10^8$
- d) $(1,2 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{-3}) = (1,2 : 2) \cdot 10^{14} = 0,6 \cdot 10^{14} = 6 \cdot 10^{13}$

13.  Expresa en notación científica y calcula:

- a) $\frac{0,00054 \cdot 12\,000\,000}{250\,000 \cdot 0,00002}$
- b) $\frac{1\,320\,000 \cdot 25\,000}{0,000002 \cdot 0,0011}$
- c) $\frac{0,000015 \cdot 0,000004}{1\,250\,000 \cdot 600\,000}$
- d) $(0,0008)^2 \cdot (30\,000)^2$

- a) $\frac{5,4 \cdot 10^{-4} \cdot 1,2 \cdot 10^7}{2,5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = \frac{6,48 \cdot 10^{11}}{5} = 1,296 \cdot 10^{11}$
- b) $\frac{1,32 \cdot 10^6 \cdot 2,5 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1 \cdot 10^{-3}} = \frac{3,3 \cdot 10^{10}}{2,2 \cdot 10^{-9}} = 1,5 \cdot 10^{19}$
- c) $\frac{1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^5} = \frac{6 \cdot 10^{-11}}{7,5 \cdot 10^{11}} = 0,8 \cdot 10^{-22} = 8 \cdot 10^{-23}$
- d) $(8 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (3 \cdot 10^4)^2 = 6,4 \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^8 = 576$

14.  Efectúa y comprueba con la calculadora.

- a) $3,6 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{11}$
- b) $5 \cdot 10^9 + 8,1 \cdot 10^{10}$
- c) $8 \cdot 10^{-8} - 5 \cdot 10^{-9}$
- d) $5,32 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-6}$

- a) $3,6 \cdot 10 \cdot 10^{11} - 4 \cdot 10^{11} = (36 - 4) \cdot 10^{11} = 32 \cdot 10^{11} = 3,2 \cdot 10^{12}$
- b) $5 \cdot 10^9 + 81 \cdot 10^9 = 86 \cdot 10^9 = 8,6 \cdot 10^{10}$
- c) $80 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-9} = 75 \cdot 10^{-9} = 7,5 \cdot 10^{-8}$
- d) $532 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6} = 540 \cdot 10^{-6} = 5,4 \cdot 10^{-4}$

15.  Efectúa y escribe el resultado con todas las cifras.

a) $5,3 \cdot 10^{11} - 1,2 \cdot 10^{12} + 7,2 \cdot 10^{10}$

b) $4,2 \cdot 10^{-6} - 8,2 \cdot 10^{-7} + 1,8 \cdot 10^{-5}$

c) $(2,25 \cdot 10^{22}) \cdot (4 \cdot 10^{-15}) : (3 \cdot 10^{-3})$

d) $(1,4 \cdot 10^{-7})^2 : (5 \cdot 10^{-5})$

a) -598 000 000 000

b) 0,00002138

c) 30 000 000 000

d) 0,000000000392

Página 37

Raíces y radicales

16.  Halla, cuando sea posible, las raíces siguientes:

- | | | | | |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------|--------------------|
| a) $\sqrt[4]{16}$ | b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ | c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ | d) $\sqrt[5]{-1}$ | e) $\sqrt[3]{216}$ |
| f) $\sqrt[7]{-128}$ | g) $\sqrt[5]{-243}$ | h) $\sqrt[6]{4096}$ | i) $\sqrt[6]{64}$ | j) $\sqrt[3]{-8}$ |
| k) $\sqrt[4]{625}$ | l) $\sqrt{-8}$ | m) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$ | n) $\sqrt[5]{-1}$ | |
| a) 2 | b) $\frac{4}{5}$ | c) $\frac{1}{2}$ | d) -1 | e) 6 |
| f) -2 | g) -3 | h) 4 | i) 2 | j) -2 |
| k) 5 | l) No tiene solución real. | | m) $\frac{5}{2}$ | n) -1 |

17.  Sacar del radical los factores que sea posible.

- | | | |
|-------------------------------------|------------------------------|--|
| a) $\sqrt{2^2 \cdot 5^3}$ | b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3}$ | c) $\sqrt[4]{2^2 \cdot 3^6}$ |
| d) $\sqrt[3]{27 \cdot a \cdot b^3}$ | e) $\sqrt[4]{16a^5 \cdot b}$ | f) $\sqrt[5]{32 \cdot a^2 \cdot b^{10}}$ |
| a) $10\sqrt{5}$ | b) 28 | c) $3\sqrt[4]{36}$ |
| d) $3b^3\sqrt{a}$ | e) $2a\sqrt[4]{ab}$ | f) $2b^2\sqrt[5]{a^2}$ |

18.  Extraer de cada radical los factores que sea posible:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\sqrt[4]{32}$ | b) $\sqrt[3]{81}$ | c) $\sqrt[3]{200}$ |
| d) $\sqrt{50}$ | e) $\sqrt[4]{144}$ | f) $\sqrt[3]{250}$ |
| g) $\sqrt[5]{64}$ | h) $\sqrt[3]{243}$ | i) $\sqrt{4a^3}$ |
| a) $\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{2^5} = 2\sqrt[4]{2}$ | b) $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = 3\sqrt[3]{3}$ | c) $\sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^2} = 2\sqrt[3]{5^2}$ |
| d) $\sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}$ | e) $\sqrt[4]{144} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2} = 2\sqrt[4]{3^2}$ | f) $\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{2 \cdot 5^3} = 5\sqrt[3]{2}$ |
| g) $\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} = 2\sqrt[5]{2}$ | h) $\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = 3\sqrt[3]{3^2}$ | i) $\sqrt{4a^3} = 2a\sqrt{a}$ |

19.  Simplifica si es posible.

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ | b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{16}$ | c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$ |
| d) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{2}$ | e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ | f) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{6}$ |
| a) $\sqrt{16} = 4$ | b) $\sqrt{80}$ | c) $\sqrt[3]{20}$ |
| d) No es posible. | e) $\sqrt[4]{81} = 3$ | f) No es posible. |

20.  Simplifica.

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $(\sqrt[4]{2})^4$ | b) $(\sqrt[3]{2})^6$ | c) $(\sqrt[6]{2^2})^3$ |
| d) $\sqrt[3]{10} \sqrt[3]{1000}$ | e) $\sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16}$ | f) $\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{81}$ |
| a) 2 | b) 2^2 | c) 2 |
| d) $10\sqrt[3]{10}$ | e) 2 | f) 9 |

21. Simplifica las expresiones que puedas, y en las restantes, indica por qué no se pueden simplificar.

a) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

c) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

e) $2\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5}$

f) $\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

a) $3\sqrt{2}$

c) $-\sqrt{3}$

e) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

b) No se puede, porque tienen distinto radicando.

d) Igual que b).

f) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

22. Efectúa.

a) $\sqrt{50} + \sqrt{72} - 10\sqrt{2}$

b) $\sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{20}$

c) $-\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{108}$

d) $\sqrt{175} + \sqrt{28} - 5\sqrt{63}$

a) $\sqrt{50} + \sqrt{72} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = \sqrt{2}$

b) $\sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 2^4} - \sqrt{5 \cdot 3^2} - \sqrt{5 \cdot 2^2} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

c) $-\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{108} = -\sqrt{3 \cdot 2^4} + 3\sqrt{3 \cdot 5^2} - \sqrt{3^3 \cdot 2^2} = -4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{175} + \sqrt{28} - 5\sqrt{63} = \sqrt{7 \cdot 5^2} + \sqrt{7 \cdot 2^2} - 5\sqrt{7 \cdot 3^2} = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 15\sqrt{7} = -8\sqrt{7}$

Aplica lo aprendido

23. Completa en notación científica.

a) $27 \text{ km}^2 = \dots \text{ cm}^2$

b) $50 \text{ cm}^3 = \dots \text{ m}^3$

c) $0,8 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$

d) $1\,200 \text{ l} = \dots \text{ mm}^3$

e) $180 \mu = \dots \text{ dm}$

f) $0,075 \text{ \AA} = \dots \mu$

($1 \mu = 10^{-6} \text{ m}$)

($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

a) $27 \text{ km}^2 = 2,7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2$

b) $50 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$

c) $0,8 \text{ ha} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ km}^2$

d) $1\,200 \text{ l} = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ mm}^3$

e) $180 \mu = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ dm}$

f) $0,075 \text{ \AA} = 7,5 \cdot 10^{-6} \mu$

24. Observa las masas de estos planetas:

Tierra: $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Marte: $6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

Júpiter: $1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

a) ¿Cuántos kilos pesa más la Tierra que Marte?

b) ¿Cuántas veces pesa más Júpiter que Marte?

a) La Tierra pesa $5,98 \cdot 10^{24} - 6,42 \cdot 10^{23} = 5,338 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ más que Marte.

b) Júpiter pesa aproximadamente $\frac{1,90 \cdot 10^{27}}{6,42 \cdot 10^{23}} \approx 3\,000$ veces más (2959,501).

25.  La galaxia M87, que está a 50 millones de años-luz de la Tierra, tiene un agujero negro cuyo diámetro es 60 años-luz y cuya masa es dos mil millones de veces la masa del Sol.

a) Calcula la masa del agujero negro en kilogramos. (La masa del Sol es, aproximadamente, $2 \cdot 10^{30}$ kg).

b) Expresa en kilómetros la distancia de esa galaxia a la Tierra y el diámetro del agujero negro.

a) La masa del agujero negro es $2 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{30} = 4 \cdot 10^{39}$ kg.

b) Un año luz son $9,46 \cdot 10^{12}$ km.

$$\text{Distancia} = 50 \cdot 10^6 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} = 4,73 \cdot 10^{20} \text{ km}$$

$$\text{Diámetro} = 60 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} = 5,68 \cdot 10^{14} \text{ km}$$

Reflexiona sobre la teoría

26.  ¿Verdadero o falso? Justifica y pon ejemplos.

a) La potencia de un número negativo puede ser igual a 1.

b) Si $x < 0$, entonces $-x^3 > 0$.

c) $-x^2$ es siempre un número positivo.

d) El cubo de un número negativo es siempre menor que dicho número.

a) Verdadero. Por ejemplo: $(-1)^2$.

b) Verdadero. Por ejemplo: $-(-3)^3 > 0$.

c) Falso. Por ejemplo: $-(-3)^2 < 0$.

d) Verdadero. Por ejemplo: $(-3)^3 = -9$; $-9 < -3$.

27.  Si $a^2 = b^2$, ¿qué podemos afirmar de a y b ?

Si $a^2 = b^2$ se pueden afirmar dos cosas. O bien $a = b$, o a es un número cualquiera y b es el mismo número pero negativo.

28.  Ordena los números n , n^2 , \sqrt{n} y $1/n$ en los siguientes casos:

a) Si $n > 1$.

b) Si $0 < n < 1$.

a) $\frac{1}{n} < \sqrt{n} < n < n^2$

b) $n^2 < n < \sqrt{n} < \frac{1}{n}$

29.  Indica cuáles de las siguientes raíces son racionales y cuáles irracionales:

a) $\sqrt{64}$

b) $\sqrt[3]{64}$

c) $\sqrt[5]{64}$

d) $\sqrt{100}$

e) $\sqrt[3]{100}$

f) $\sqrt{1/4}$

a) Racional

b) Racional

c) Irracional

d) Racional

e) Irracional

f) Racional

30.  Justifica cuál debe ser el valor de a , en cada caso, para que se verifique la igualdad:

a) $a^3 = 2^6$

b) $a^{-1} = 2$

c) $\sqrt{a} = \frac{4}{5}$

d) $\sqrt[4]{a} = 1$

e) $a^{-2} = \frac{1}{4}$

f) $a^{-5} = -1$

a) $a = 2^2$

b) $a = \frac{1}{2}$

c) $a = \frac{16}{25}$

d) $a = 1$

e) $a = 2$

f) $a = -1$

31.  ¿Por qué no se puede hallar la raíz de índice par de un número negativo?

Calcula, cuando sea posible, estas raíces:

a) $\sqrt[3]{-27}$

b) $-\sqrt{64}$

c) $\sqrt[4]{-16}$

d) $\sqrt[5]{-1}$

Porque al elevar un número negativo a un exponente par, obtenemos un número positivo.

a) -3

b) -8

c) Imposible.

d) -1

Conjetura y generaliza

- **OBSERVA:** $1^3 = 1 \rightarrow 1^2 = 1^2$
 $1^3 + 2^3 = 9 \rightarrow 3^2 = (1 + 2)^2$
 $1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 \rightarrow 6^2 = (1 + 2 + 3)^2$
- **HAZ UNA CONJETURA:** ¿Puedes predecir el valor de las siguientes expresiones?

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = ? \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = ? \quad \text{¡Compruébalo!}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 225$$

- **GENERALIZA TUS CONCLUSIONES:**

— ¿Cuál sería el valor de $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3$?

— **Elabora una fórmula que te permita calcular:**

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \text{ cualquiera que sea el término natural } n.$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025$$

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

Investiga

- **Observa los resultados de estas secuencias de teclas en la calculadora. En ambas se han realizado diez pulsaciones.**

$$3 \times \times = = \times \times = = \rightarrow 531441$$

$$3 \times \times = = \times = \times = \rightarrow 43046721$$

- **¿Qué potencia de base 3 se ha obtenido en cada una?**

$$3 \times \times = = \times \times = = \rightarrow (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^3 = [(3)^4]^3 = 3^{12}$$

$$3 \times \times = = \times = \times = \rightarrow [(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^2]^2 = [(3)^4]^4 = 3^{16}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, y utilizando solamente las teclas 3, ×, =, ¿cuál es el mínimo número de pulsaciones que necesitas para calcular 3^{20} ?

$$3 \times = \times \times = = = \times = \rightarrow [(3 \cdot 3)^5]^2 = (3^2)^{10} = 3^{20}$$

Entrena resolviendo problemas

- Un automóvil y un camión parten simultáneamente de una población, por la misma carretera, pero en sentidos opuestos.



La velocidad del coche es de 120 km/h, y la del camión es de 90 km/h. ¿Qué distancia los separa al cabo de 10 minutos?

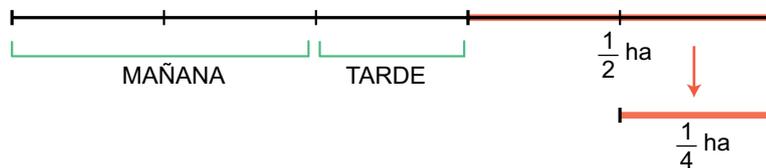
$$10 \text{ min} = \frac{1}{6} \text{ h}$$

$$d_{\text{coche}} = v \cdot t = 120 \cdot \frac{1}{6} = 20 \text{ km} \quad d_{\text{camión}} = v \cdot t = 90 \cdot \frac{1}{6} = 15 \text{ km}$$

$$d_{\text{total}} = 20 + 15 = 35 \text{ km}$$

- Un labrador ara por la mañana dos quintas partes de un campo. Por la tarde, vuelve al trabajo y ara un tercio de lo que le quedaba.

Sabiendo que aún falta por arar media hectárea, ¿cuál es la superficie del campo?



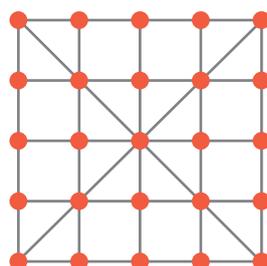
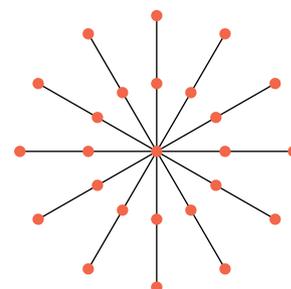
La superficie total del campo es de $\frac{5}{4} \text{ ha} = 125 \text{ áreas}$.

- Aquí tienes un problema y la solución que ha encontrado Andrés para él:

“Si tuviésemos veinticinco soldaditos de plomo, ¿cómo formaríamos con ellos seis filas de cinco soldaditos cada una?”.

Sin embargo, Susana ha dispuesto los 25 soldados de modo que el número de filas, con 5 soldados en cada una, son muchas más de seis.

¿Te atreves a probar?



Autoevaluación

1. Calcula.

a) $(-3)^{-2} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{8}\right)^0 - 3^{-1}$

b) $\left(3 - \frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 2^{-3}$

a) $\frac{1}{3^2} + \frac{4}{3} - 1 - \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4}{200} = \frac{1}{50}$

2. Simplifica.

a) $\frac{3ab^{-2}}{6a^2b^{-1}}$

b) $\left(\frac{-1}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2}$

d) $\left(\frac{b}{a}\right)^{-3} : \frac{(b^2)^{-1}}{a^{-4}}$

a) $\frac{1}{2ab}$

b) $-ab^2$

c) $\frac{b^2}{a}$

d) $\frac{1}{ab}$

3. Descompón en factores y utiliza las propiedades de las potencias para simplificar esta expresión:

$$\frac{24^2 \cdot 15^{-2} \cdot 6^4}{8^4 \cdot 9^{-3} \cdot 3^{10}} = \frac{3^2 \cdot 2^6 \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 3^4 \cdot 2^4}{2^{12} \cdot 3^{-6} \cdot 3^{10}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{10}}{3^{12} \cdot 2^{12} \cdot 5^2} = \frac{1}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{100}$$

4. Expresa en notación científica.

a) 234 000 000

b) 0,0000075

c) $758 \cdot 10^{-5}$

d) $0,035 \cdot 10^{13}$

a) $2,34 \cdot 10^8$

b) $7,5 \cdot 10^{-5}$

c) $7,58 \cdot 10^7$

d) $3,5 \cdot 10^{-4}$

5. Calcula y comprueba con la calculadora.

a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^{-13})$

b) $(9,6 \cdot 10^{-8}) : (3,2 \cdot 10^{10})$

c) $(2,7 \cdot 10^8) + (3,3 \cdot 10^7)$

d) $\sqrt[3]{8 \cdot 10^{18}}$

a) $28 \cdot 10^{-6} = 2,8 \cdot 10^{-5}$

b) $3 \cdot 10^{-18}$

c) $27 \cdot 10^7 + 3,3 \cdot 10^7 = 30,3 \cdot 10^7 = 3,03 \cdot 10^8$

d) $2 \cdot 10^6$

6. Simplifica.

a) $\sqrt[3]{-1331}$

b) $\sqrt[5]{125} \cdot \sqrt[5]{25}$

c) $\sqrt[3]{120a^3b^4}$

a) -11

b) 5

c) $2a\sqrt[3]{15b}$

7. Simplifica cuando sea posible.

a) $\sqrt{3}\sqrt{27}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sqrt{3}$

c) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

d) $(\sqrt[4]{3})^5$

a) $\sqrt{3^4} = 3^2$

b) $\left(\frac{1}{2} + 1\right)\sqrt{3} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{3})$

d) No se puede simplificar.

8. Uno de los campos de gas natural más grande de Asia Central tiene unas reservas de 900 km^3 . Han descubierto una bolsa de gas que aumenta dichas reservas en $1,3 \cdot 10^4 \text{ hm}^3$. Su producción anual asciende a $1,8 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$. ¿Cuántos años se podrá explotar este recurso energético si se mantiene el ritmo de producción actual? Expresa en notación científica y opera.

$$\left. \begin{array}{l} 1,8 \cdot 10^{10} \text{ m}^3 \rightarrow 1 \text{ año} \\ 9 \cdot 10^{11} \rightarrow x \text{ años} \end{array} \right\} x = \frac{9 \cdot 10^{11}}{1,8 \cdot 10^{10}} = 50 \text{ años}$$