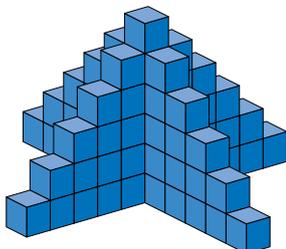


PÁGINA 30

Una actividad

¿A cuál de las sucesiones de la derecha corresponde esta torre?



- a) 1, 5, 9, 13, 17, ...
- b) 170, 120, 70, 20, -30, -80, ...
- c) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...
- d) 1, -3, 9, -27, 81, -243, ...
- e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
- f) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

Corresponde a la sucesión a).

Entrénate

1 Añade tres términos más a cada una de las siguientes sucesiones:

- a) 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ...
- b) 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5, ...
- c) 7, 3, -1, -5, -9, -13, -17, ...
- d) -13, -8, -3, 2, 7, 12, 17, ...

2 Escribe el octavo término de cada una de estas sucesiones, de las que conocemos sus cuatro primeros términos:

- a) $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16$
- b) $b_1 = 15, b_2 = 9, b_3 = 3, b_4 = -3$
- a) $a_8 = 256$
- b) $b_8 = -27$

1 Añade tres términos más a cada una de las siguientes sucesiones:

- a) $\frac{1}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \frac{1}{36}, \frac{1}{49}, \dots$
- b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \dots$
- c) 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...
- d) 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, ...

2 Escribe el octavo término de cada una de estas sucesiones:

- a) $a_1 = 1,2; a_2 = 2,3; a_3 = 3,4; a_4 = 4,5; \dots$ $a_8 = 8,9$
- b) $b_1 = 1, b_2 = -3, b_3 = 9, b_4 = -27, \dots$ $b_8 = -2187$

PÁGINA 31

Entrena

1 Escribe los cuatro primeros términos de cada sucesión:

$$a_n = 7n - 10$$

$$b_n = 43 - 13n$$

$$c_n = (-1)^n \cdot n^2$$

$$a_1 = -3, a_2 = 4, a_3 = 11, a_4 = 18$$

$$b_1 = 30, b_2 = 17, b_3 = 4, b_4 = -9$$

$$c_1 = -1, c_2 = 4, c_3 = -9, c_4 = 16$$

2 Halla el término general de las siguientes sucesiones:

a) 3, 9, 27, 81, ...

b) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots$

c) 4, 5, 6, 7, ...

d) 1, 3, 5, 7, ...

a) $a_n = 3^n$

b) $b_n = \sqrt{n}$

c) $c_n = n + 3$

d) $d_n = 2n - 1$

3 Escribe los cuatro primeros términos y el décimo de cada una de las siguientes sucesiones:

$$a_n = \frac{2n-5}{n^2+1}$$

$$b_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$

$$c_n = 4 + \frac{5n-5}{2}$$

$$d_n = (-1)^{n+1} \cdot n$$

$$a_1 = -\frac{3}{2}, a_2 = -\frac{1}{5}, a_3 = \frac{1}{10}, a_4 = \frac{3}{17}, a_{10} = \frac{15}{101}$$

$$b_1 = 5, b_2 = 10, b_3 = 20, b_4 = 40, b_{10} = 2560$$

$$c_1 = 4, c_2 = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2}, c_3 = 9, c_4 = 4 + \frac{15}{2} = \frac{23}{2}, c_{10} = 4 + \frac{45}{2} = \frac{53}{2}$$

$$d_1 = 1, d_2 = -2, d_3 = 3, d_4 = -4, d_{10} = -10$$

4 Calcula los términos que se piden en cada una de estas sucesiones:

$$a_n = \frac{3n-2}{n} \rightarrow a_5, a_{10} \text{ y } a_{100}$$

$$b_n = \frac{(-2)^n}{5} \rightarrow b_5, b_6 \text{ y } b_7$$

$$c_n = 39 - 17n \rightarrow c_1, c_4 \text{ y } c_{15}$$

$$d_n = (\sqrt{2})^n \rightarrow d_1, d_6 \text{ y } d_{20}$$

$$a_5 = \frac{13}{5}, a_{10} = \frac{28}{10} = \frac{14}{5}, a_{100} = \frac{298}{100} = \frac{149}{50}$$

$$b_5 = -\frac{32}{5}, b_6 = \frac{64}{5}, b_7 = -\frac{128}{5}$$

$$c_1 = 22, c_4 = -29, c_{15} = -216$$

$$d_1 = \sqrt{2}, d_6 = 2^3 = 8, d_{20} = 2^{10} = 1024$$

5 Halla el término general de las siguientes sucesiones:

a) $\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{9}{3}, \frac{16}{3}, \dots$

b) 7, 14, 21, 28, ...

a) $a_n = \frac{n^2}{3}$

b) $b_n = 7n$

6 ¿Cuál es el término general de estas sucesiones?

a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \dots$

b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

a) $a_n = \frac{1}{5n}$

b) $b_n = \frac{n}{n+1}$

7 ¿Cuál es el término general de estas sucesiones?

a) $\frac{0}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{6}, \frac{3}{8}, \dots$ b) 3, 6, 11, 18, 27, ... c) -1, 2, 7, 14, 23, ...

d) 12, 14, 16, 18, ... e) 25, 20, 15, 10, ... f) 6, 12, 24, 48, ...

a) $a_n = \frac{n-1}{2n}$ b) $b_n = n^2 + 2$ c) $c_n = n^2 - 2$

d) $d_n = 2(n+5)$ e) $e_n = 30 - 5n$ f) $f_n = 3 \cdot 2^n$

8 Descubre la ley de recurrencia y añade un nuevo término a cada una de las siguientes sucesiones:

a) 1, -4, 5, -9, 14, -23, ... (Diferencia)

b) 1, 2, 3, 6, 11, 20, ... (Relaciona cada elemento con los tres anteriores)

c) 1; 2; 1,5; 1,75; ... (Semisuma)

d) 1, 2, 2, 1, 1/2, 1/2, 1, ... (Cociente)

a) Nuevo término: 37 Ley de recurrencia: $a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$

b) Nuevo término: 37 Ley de recurrencia: $b_n = b_{n-1} + b_{n-2} + b_{n-3}$

c) Nuevo término: 1,625 Ley de recurrencia: $c_n = \frac{c_{n-1} + c_{n-2}}{2}$

d) Nuevo término: 2 Ley de recurrencia: $d_n = \frac{d_{n-1}}{d_{n-2}}$

PÁGINA 32

Con calculadora

Añade cuatro términos a cada una de estas sucesiones. Si decimos que en a) la diferencia es 3, ¿cuál será la diferencia en las demás?

a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, ...

b) 120, 140, 160, 180, 200, 220, ...

c) 9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, ...

d) 5,83; 5,87; 5,91; 5,95; 5,99; 6,03; ...

a) 20, 23, 26, 29, ... diferencia: 3

b) 240, 260, 280, 300, ... diferencia: 20

c) -7, -9, -11, -13, ... diferencia: -2

d) 6,07; 7,11; 6,15; 6,19; ... diferencia: 0,04

1 Asocia cada una de las siguientes progresiones aritméticas I, II, III y IV con su término general:

I) 3, 10, 17, 24, ... II) -8, -12, -16, -20, ...

III) 14, 11, 8, 5, ... IV) -1,5; 0; 1,5; 3; ...

$a_n = -3n + 17$

$b_n = 7n - 4$

$c_n = 1,5n - 3$

$d_n = -4n - 4$

I) $\leftrightarrow b_n$

II) $\leftrightarrow d_n$

III) $\leftrightarrow a_n$

IV) $\leftrightarrow c_n$

2 Determina el término general de las progresiones aritméticas de las que conocemos:

a) $a_1 = 11; d = 3$

b) $b_1 = -5; d = 2$

a) $a_n = 11 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 8$

b) $b_n = -5 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 7$

3 Determina el término general de las progresiones aritméticas de las que conocemos:

a) $a_2 = -7; d = -4$

b) $b_2 = 3/2; d = 1$

a) $a_1 = -3; a_n = -3 + (n - 1) \cdot (-4) = -4n + 1$

b) $b_1 = \frac{1}{2}; b_n = \frac{1}{2} + (n - 1) = n - \frac{1}{2}$

4 Halla el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) 25, 20, 15, 10, ...

b) 7, 3, -1, -5, ...

c) -10, -7, -4, -1, ...

d) -8, -12, -16, -20, ...

a) $a_1 = 25; d = -5; a_n = 25 + (n - 1) \cdot (-5) = -5n + 30$

b) $b_1 = 7; d = -4; b_n = 7 + (n - 1) \cdot (-4) = -4n + 11$

c) $c_1 = -10; d = 3; c_n = -10 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 13$

d) $d_1 = -8; d = -4; d_n = -8 + (n - 1) \cdot (-4) = -4n - 4$

PÁGINA 33

5 Calcula la suma de los treinta primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 3; a_2 = 10; a_3 = 1,7; a_4 = 24; \dots; a_n = 7n - 4$

b) $b_1 = 11, b_2 = 14, b_3 = 17, b_4 = 20, \dots; b_n = 3n + 8$

c) $c_1 = -10, c_2 = -7, c_3 = -4, c_4 = -1, \dots; c_n = 3n - 13$

d) $d_1 = 7, d_2 = 3, d_3 = -1, d_4 = -5, \dots; d_n = -4n + 11$

a) $a_{30} = 206; S_{30} = \frac{(3 + 206) \cdot 30}{2} = 3\,135$

b) $b_{30} = 98; S_{30} = \frac{(11 + 98) \cdot 30}{2} = 1\,635$

c) $c_{30} = 77; S_{30} = \frac{(-10 + 77) \cdot 30}{2} = 1\,005$

d) $d_{30} = -109; S_{30} = \frac{(7 - 109) \cdot 30}{2} = -1\,530$

6 Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_n = 2n - 7$

b) $b_n = -4n - 4$

c) $c_n = -3n + 17$

d) $d_n = 1,5n - 3$

a) $a_1 = -5; a_{20} = 33; S_{20} = \frac{(-5 + 33) \cdot 20}{2} = 280$

b) $b_1 = -8; b_{20} = -84; S_{20} = \frac{(-8 - 84) \cdot 20}{2} = -920$

c) $c_1 = 14; c_{20} = -43; S_{20} = \frac{(14 - 43) \cdot 20}{2} = -290$

d) $d_1 = 1,5; d_{20} = 27; S_{20} = \frac{(1,5 + 27) \cdot 20}{2} = 285$

7 Calcula la suma de los once primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_n = 6 - n$

b) $b_1 = 4, b_2 = 7$

c) $c_1 = 12, c_4 = 18$

d) $d_2 = 10, d_4 = 16$

a) $a_1 = 5; a_{11} = -5; S_{11} = \frac{(5 - 5) \cdot 11}{2} = 0$

b) $d = 3; b_{11} = 4 + 30 = 34; S_{11} = \frac{(4 + 34) \cdot 11}{2} = 209$

c) $c_4 = c_1 + 3d \rightarrow 18 = 12 + 3d \rightarrow d = 2; c_{11} = c_1 + 10d = 32$

$$S_{11} = \frac{(12 + 32) \cdot 11}{2} = 242$$

d) $d_4 = d_2 + 2d \rightarrow 16 = 10 + 2d \rightarrow d = 3; d_1 = 7; d_{11} = d_1 + 10d = 37$

$$S_{11} = \frac{(7 + 37) \cdot 11}{2} = 242$$

- 8** Halla la suma de todos los números pares menores que cien: 2, 4, 6, 8, ..., 98.

Los números pares forman una progresión aritmética de primer término $a_1 = 2$ y diferencia $d = 2$. El número 98 es el término a_{49} .

$$S_{49} = \frac{(2 + 98) \cdot 49}{2} = 2450$$

- 9** En una progresión aritmética conocemos su sexto término, $a_6 = 13$, y la diferencia, $d = -3$. Calcula el primer término y la suma de los quince primeros términos.

$$a_6 = a_1 + 5d \rightarrow 13 = a_1 - 15 \rightarrow a_1 = 28; \quad a_{15} = a_1 + 14d = 28 - 42 = -14$$

$$S_{15} = \frac{(28 - 14) \cdot 15}{2} = 105$$

- 10** En una progresión aritmética, $a_1 = 5$ y $a_2 = 7$. Calcula el término que ocupa el lugar 40, a_{40} , y la suma de los primeros cuarenta términos, S_{40} .

$$a_1 = 5 \text{ y } d = 2 \rightarrow a_n = 5 + (n - 1) \cdot 2 = 3 + 2n$$

$$a_{40} = 3 + 2 \cdot 40 = 83 \text{ y } S_{40} = \frac{(5 + 83) \cdot 40}{2} = 1760$$

- 11** En una progresión aritmética, $b_1 = 5$ y $b_2 = 12$. Calcula la suma de los 32 primeros términos, S_{32} .

$$b_1 = 5 \text{ y } d = 7 \rightarrow b_n = 5 + (n - 1) \cdot 7 = -2 + 7n$$

$$\text{Así: } b_{32} = -2 + 7 \cdot 32 = 222$$

$$S_{32} = \frac{(5 + 222) \cdot 32}{2} = 3632$$

- 12** El primer término de una progresión aritmética es $c_1 = 17$ y el quinto es $c_5 = 9$. Halla la suma S_{20} .

$$\text{Como } c_1 = 17 \text{ y } c_5 = 9 \rightarrow c_1 = 17 \text{ y } d = -2$$

$$\text{Así: } c_n = 17 + (n - 1)(-2) = 19 - 2n; \quad c_{20} = 19 - 2 \cdot 20 = -21$$

$$S_{20} = \frac{(17 - 21) \cdot 20}{2} = -40$$

- 13** Los primeros términos de una progresión aritmética son $a_1 = 4$, $a_2 = 7$. Halla esta suma: $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \dots + a_{19} + a_{20}$

Como $a_1 = 4$ y $a_2 = 7$, tenemos que la diferencia de esta progresión es $d = 3$.

Nos piden la suma de los términos del décimo al vigésimo. Lo que vamos a hacer es calcular S_{20} y restarle S_9 :

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(a_1 + a_1 + 19 \cdot 3) \cdot 20}{2} = \frac{(4 + 4 + 57) \cdot 20}{2} = 650$$

$$S_9 = \frac{(4 + 4 + 8 \cdot 3) \cdot 9}{2} = 144$$

Por tanto, la suma pedida es: $650 - 144 = 506$

PÁGINA 34

Con calculadora

Añade dos términos a cada una de las progresiones siguientes:

- a) 3, 6, 12, 24, 48, 96, ... b) 3, 30, 300, 3 000, ... c) 80; -40; 20; -10; 5; -2,5; ...
 a) 192, 384, ... b) 30 000, 300 000, ... c) 1,25; -0,625; ...

Entrénate

1 Asocia cada una de las progresiones geométricas I, II y III con su término general:

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| I) 125, 50, 20, ... | II) 1 000, 800, 640, ... | III) 1 000; 160; 25,6; ... |
| $a_n = 1 000 \cdot (0,16)^{n-1}$ | $b_n = 125 \cdot (0,4)^{n-1}$ | $c_n = 1000 \cdot (0,8)^{n-1}$ |
| I) $\leftrightarrow b_n$ | II) $\leftrightarrow c_n$ | III) $\leftrightarrow a_n$ |

2 Halla el término general de estas progresiones geométricas:

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| a) $a_1 = 4, r = 3$ | b) $b_1 = 3, r = -2$ | c) $c_1 = 5, r = 5$ | d) $d_1 = -2, r = 1/3$ |
| a) $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ | b) $b_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$ | c) $c_n = 5 \cdot 5^{n-1} = 5^n$ | d) $d_n = -2 \cdot (1/3)^{n-1}$ |

1 En las siguientes progresiones geométricas, calcula el término que se pide:

- | | |
|--|--|
| a) $a_1 = 5, r = 2 \rightarrow a_6$ | b) $b_1 = 1/2, r = -2 \rightarrow b_7$ |
| c) $c_1 = 10, r = 0,1 \rightarrow c_5$ | d) $d_1 = 15, r = 1/2 \rightarrow d_8$ |
| a) $a_6 = 5 \cdot 2^5 = 160$ | b) $b_7 = 1/2 \cdot (-2)^6 = 32$ |
| c) $c_5 = 10 \cdot 0,1^4 = 0,001$ | d) $d_8 = 15 \cdot (1/2)^7 = \frac{15}{128} = 0,1171875$ |

2 Calcula el término general de las siguientes progresiones geométricas:

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) 5, 50, 500, 5000, ... | b) $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}, \dots$ |
| c) -3, 6, -12, 24, ... | d) $5, \frac{15}{2}, \frac{45}{4}, \frac{135}{8}, \dots$ |
| a) $a_n = 5 \cdot 10^{n-1}$ | b) $b_n = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ |
| c) $c_n = -3 \cdot (-2)^{n-1}$ | d) $d_n = 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ |

Practica

Sucesiones: formación, término general

1 ▽▽▽ Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) Cada término se obtiene sumando 7 al anterior. El primero es -10 .
 b) El primer término es $0,1$. Los demás se obtienen multiplicando el anterior por 2.
 c) El primero es 2; el segundo, 4, y los siguientes, la semisuma de los dos anteriores.

a) $-10, -3, 4, 11, 18, \dots$ b) $0,1; 0,2; 0,4; 0,8; 1,6; \dots$ c) $2; 4; 3; 3,5; 3,25; \dots$

2 ▽▽▽ Escribe los términos a_{10} y a_{25} de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 3n - 1$ b) $b_n = \frac{n^2 + 1}{2}$ c) $c_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$

d) $d_n = 1 + \frac{(-1)^n}{10}$ e) $e_n = n(n - 1)$ f) $f_n = \frac{n - 2}{n + 2}$

a) $a_{10} = 29; a_{25} = 74$

b) $b_{10} = \frac{101}{2} = 50,5; b_{25} = \frac{624}{2} = 312$

c) $c_{10} = 1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}; c_{25} = -1 + \frac{1}{25} = -\frac{24}{25}$ d) $d_{10} = 1,1; d_{25} = 0,9$

e) $e_{10} = 10 \cdot 9 = 90; e_{25} = 25 \cdot 24 = 600$ f) $f_{10} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}; f_{25} = \frac{23}{27}$

3 ▽▽▽ Escribe los cinco primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_1 = 1 \quad a_n = 2a_{n-1} + 3$$

$1, 5, 13, 29, 61, \dots$

4 ▽▽▽ Averigua el criterio con el que se ha formado cada una de las siguientes sucesiones:

a) $11, 9, 7, 5, \dots$ b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ c) $2,5; 2,9; 3,3; 3,7; \dots$

d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ e) $8, 12, 18, 27, \dots$ f) $0, 3, 8, 15, \dots$

a) Restando 2 unidades al término anterior: $a_n = 11 - (n - 1) \cdot 2 = 13 - 2n$

b) Multiplicando por $\frac{1}{2}$ el término anterior: $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

c) Sumando 0,4 al término anterior: $a_n = 2,5 + (n - 1) \cdot 0,4 = 2,1 + 0,4n$

d) Dividiendo 1 por n , lugar que ocupa el término: $a_n = \frac{1}{n}$

e) Multiplicando por 1,5 el término anterior: $a_n = 8 \cdot 1,5^{n-1}$

f) Restando 1 a los cuadrados de los números naturales: $a_n = n^2 - 1$

Progresiones aritméticas

5 ▽▽ En las siguientes progresiones aritméticas, calcula el término que se pide:

a) $a_1 = 5, d = 4 \rightarrow a_8$ b) $b_1 = -3, d = -2 \rightarrow b_{10}$ c) $c_1 = 4, c_2 = 7 \rightarrow c_{11}$

d) $d_1 = 12, d_4 = 18 \rightarrow d_9$ e) $e_2 = 10, e_4 = 16 \rightarrow e_1$

a) $a_8 = a_1 + 7d = 5 + 7 \cdot 4 = 33$

b) $b_{10} = b_1 + 9d = -3 - 18 = -21$

c) $d = c_2 - c_1 = 3; c_{11} = c_1 + 10d = 4 + 30 = 34$

d) $d_4 = d_1 + 3d \rightarrow 18 = 12 + 3d \rightarrow d = 2; d_9 = d_1 + 8d = 12 + 16 = 28$

e) $e_4 = e_2 + 2d \rightarrow 16 = 10 + 2d \rightarrow d = 3; e_1 = e_2 - d = 7$

6 ▽▽ Calcula la diferencia de las siguientes progresiones aritméticas en las que conocemos dos términos:

a) $a_1 = 7, a_{10} = 34$

b) $b_2 = 3, b_8 = 15$

c) $c_3 = 8, c_{11} = 16$

a) $34 = 7 + 9d \rightarrow d = 3$

b) $15 = 3 + 6d \rightarrow d = 2$

c) $16 = 8 + 8d \rightarrow d = 1$

7 ▽▽ Escribe los cinco primeros términos y a_{20} de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 1,5; d = 2$

b) $a_1 = 32; d = -5$

c) $a_1 = 5; d = 0,5$

d) $a_1 = -3; d = -4$

a) 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5; $a_{20} = 1,5 + 19 \cdot 2 = 39,5$

b) 32, 27, 22, 17, 12; $a_{20} = 32 + 19 \cdot (-5) = -63$

c) 5; 5,5; 6; 6,5; 7; $a_{20} = 5 + 19 \cdot 0,5 = 14,5$

d) -3, -7, -11, -15, -19; $a_{20} = -3 + 19 \cdot (-4) = -79$

8 ▽▽ Halla, en cada caso, el término general y calcula, después, a_{50} :

a) 25, 18, 11, 4, ...

b) -13, -11, -9, -7, ...

c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ...

d) -3, -8, -13, -18, ...

a) $d = -7; a_n = 32 - 7n; a_{50} = -318$

b) $d = 2; a_n = -15 + 2n; a_{50} = 85$

c) $d = 0,5; a_n = 0,9 + 0,5n; a_{50} = 25,9$

d) $d = -5; a_n = 2 - 5n; a_{50} = -248$

9 ▽▽ Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 5; d = 2$

b) $a_1 = -1; a_2 = -7$

c) Los números pares.

d) Los múltiplos de 3.

a) $a_{20} = 5 + 19 \cdot 2 = 43; S_{20} = \frac{(5 + 43) \cdot 20}{2} = 480$

b) $d = -7 - (-1) = -6; a_{20} = -1 + 19 \cdot (-6) = -115; S_{20} = \frac{(-1 - 115) \cdot 20}{2} = -1160$

c) $d = 2, a_1 = 2, a_{20} = 2 + 19 \cdot 2 = 40; S_{20} = \frac{(2 + 40) \cdot 20}{2} = 420$

d) $a_1 = 3, d = 3, a_{20} = 3 + 19 \cdot 3 = 60; S_{20} = \frac{(3 + 60) \cdot 20}{2} = 630$

Progresiones geométricas

10 ▼▼▼ Escribe los cinco primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_1 = 0,3$; $r = 2$

b) $a_1 = -3$; $r = \frac{1}{2}$

c) $a_1 = 200$; $r = -0,1$

d) $a_1 = \frac{1}{81}$; $r = 3$

a) 0,3; 0,6; 1,2; 2,4; 4,8; ...

b) $-3, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{8}, -\frac{3}{16}, \dots$

c) 200; -20; 2; -0,2; 0,02; ...

d) $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots$

11 ▼▼▼ Halla, en cada una de las sucesiones siguientes, el término general:

a) 20; 8; 3,2; 1,28; ...

b) 40, 20, 10, 5, ...

c) 6; -9; 13,5; -20,25; ...

d) 0,48; 4,8; 48; 480; ...

a) $a_n = 20 \cdot 0,4^{n-1}$

b) $a_n = 40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

c) $a_n = 6 \cdot (-1,5)^{n-1}$

d) $a_n = 0,48 \cdot 10^{n-1}$

■ Resuelve problemas

12 ▼▼▼ En un teatro, la primera fila dista del escenario 4,5 m, y la octava, 9,75 m.

a) ¿Cuál es la distancia entre dos filas?

b) ¿A qué distancia del escenario está la fila 17?

a) $a_8 = a_1 + 7d \rightarrow 9,75 = 4,5 + 7d \rightarrow d = 0,75$ m

La distancia entre dos filas es 0,75 m.

b) $a_{17} = a_1 + 16 \cdot d = 4,5 + 16 \cdot 0,75 = 16,5$ m está la fila 17.

13 ▼▼▼ Para preparar una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su re-corrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a hacer un recorrido de 15 km?

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 15 = 3 + (n-1) \cdot 1,5 \rightarrow 15 = 1,5 + 1,5n$$

$$n = 9 \text{ días}$$

14 ▼▼▼ En el año 1986 fue visto el cometa *Halley* desde la Tierra, a la que se acerca cada 76 años. Esta era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubrió.

a) ¿En qué año fue descubierto?

b) ¿Cuándo será visto en el siglo XXI?

a) $a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 1986 = a_1 + 3 \cdot 76 \rightarrow a_1 = 1758$. Fue descubierto en 1758.

b) $a_5 = 1986 + 76 = 2062$. Se verá en 2062.

15 ▼▼▼ La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

$$a_{12} = a_1 + 11d \rightarrow a_{12} = 100 + 11 \cdot (-5) = 45$$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = \frac{(100 + 45) \cdot 12}{2} = 870 \text{ mg}$$

16 ▼▼▼ Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?

La reproducción de las bacterias es una progresión geométrica de $r = 2$. Término general: $a_n = 2^{n-1}$.

Como $6 \cdot 4 = 24$ cuartos de hora, calculamos $a_{24} = 2^{24-1}$:

$$a_{24} = 8\,388\,608 \text{ bacterias habrá después de 6 horas.}$$

17 ▼▼▼ La población de un cierto país aumenta por término medio un 2,5% anual. Si la población actual es de 3 millones, ¿cuál será dentro de 10 años?

$$a_{10} = 3 \cdot 1,025^9 = 3\,746\,589 \text{ dentro de 10 años.}$$

PÁGINA 36

1 Escribe, en cada caso, los cinco primeros términos de las sucesiones cuyo término general es:

a) $a_n = 3n - 2$

b) $a_n = 2^{n-1}$

c) $a_n = \frac{n+1}{2n}$

a) $a_1 = 1; a_2 = 4; a_3 = 7; a_4 = 10; a_5 = 13$

b) $a_1 = 1; a_2 = 2; a_3 = 4; a_4 = 8; a_5 = 16$

c) $a_1 = 1; a_2 = \frac{3}{4}; a_3 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; a_4 = \frac{5}{8}; a_5 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

2 Añade un nuevo término a cada una de las progresiones siguientes. Después, escribe el término general de cada una:

a) 7, 10, 13, 16, ...

b) 1, 3, 9, 27, ...

a) $a_5 = 19; a_n = 3n + 4$

b) $a_5 = 81; a_n = 3^{n-1}$

3 En una progresión aritmética conocemos $a_1 = 13$ y $a_4 = 4$. Escribe su término a_{10} y el término general.

$$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 4 = 13 + 3d \rightarrow d = -3$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \rightarrow a_{10} = 13 - 27 = -14$$

$$a_n = 13 - 3(n-1) = 16 - 3n$$

4 De una progresión geométrica sabemos que el primer término es igual a 5 y que la razón es 2. Escribe el cuarto término y el término general.

$$a_4 = a_1 r^3 \rightarrow a_4 = 5 \cdot 2^3 = 40$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = 5 \cdot 2^{n-1}$$

5 Por el alquiler de un local pagamos 3 000 € el primer año. En el contrato figura que habrá una subida de 100 € al año.

a) ¿Cuánto pagaremos el décimo año?

b) Calcula la cantidad total que pagaremos durante esos 10 años.

Estamos ante una progresión aritmética con $a_1 = 3000$ y $d = 100$.

a) $a_{10} = a_1 + 9d = 3000 + 900 = 3900$

b) $S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = \frac{(3000 + 3900) \cdot 10}{2} = 34500$