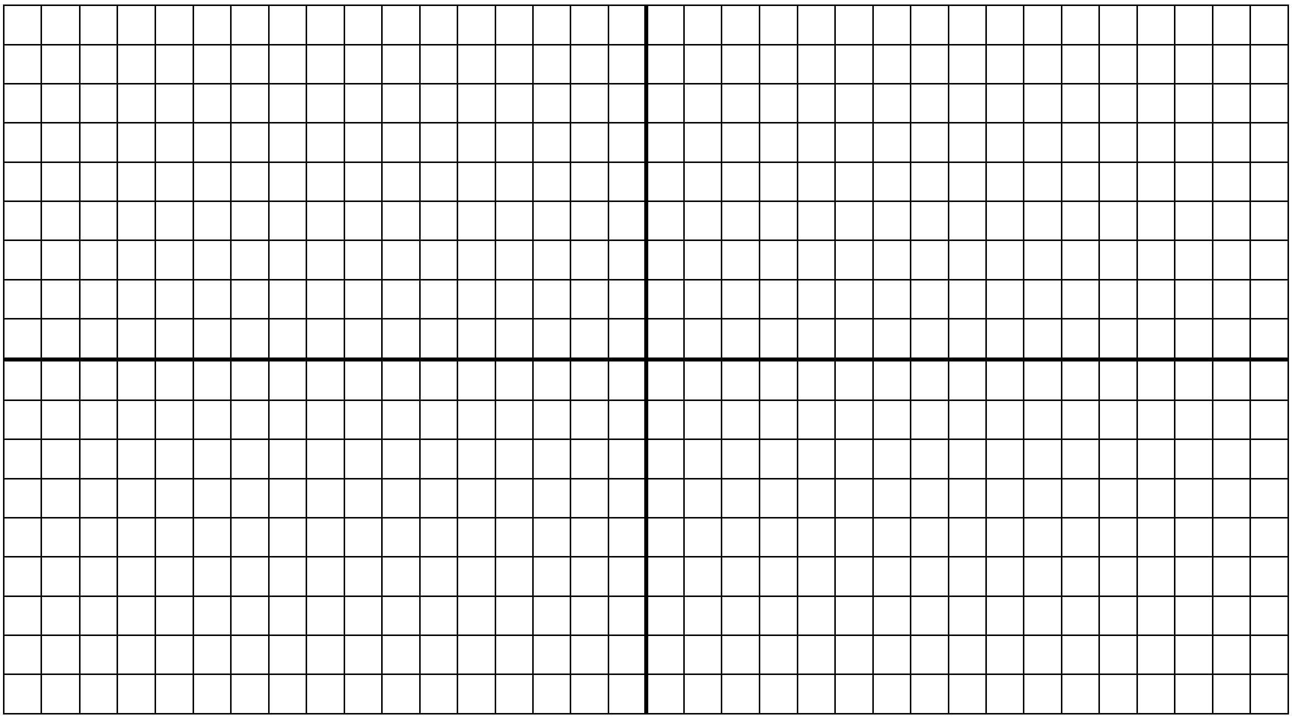
	Nombre:			Nota
	Curso:	3º ESO C	Examen Final	
	Fecha:	*16 de junio de 2021*		

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Representa las siguientes funciones calculando primero los puntos necesarios para realizar su gráfica: $f(x)=4-3x$ $\qquad g(x)=x^2-2x-3$ **(1,5 puntos)**



2.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas: **(2 puntos)**

a) Pasa por los puntos M(0,5) y N(2,-5).

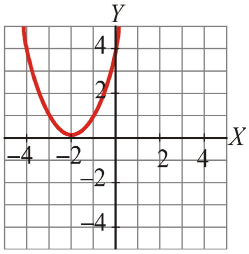
b) Tiene pendiente -3 y corta el eje de ordenadas en el punto (0,5).

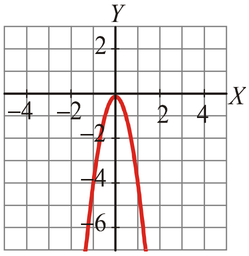
c) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-2,-3).

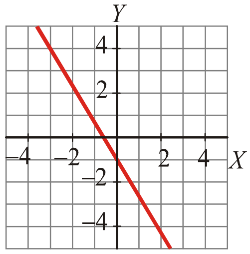
d) Paralela (*) a la recta $4x-2y=3$ y que pasa por el punto (2,5).

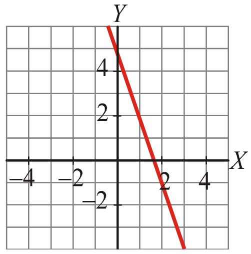
(*) Recuerda que dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente

3.- Asocia cada gráfica con su ecuación justificando cada elección: **(1 punto)**

a)


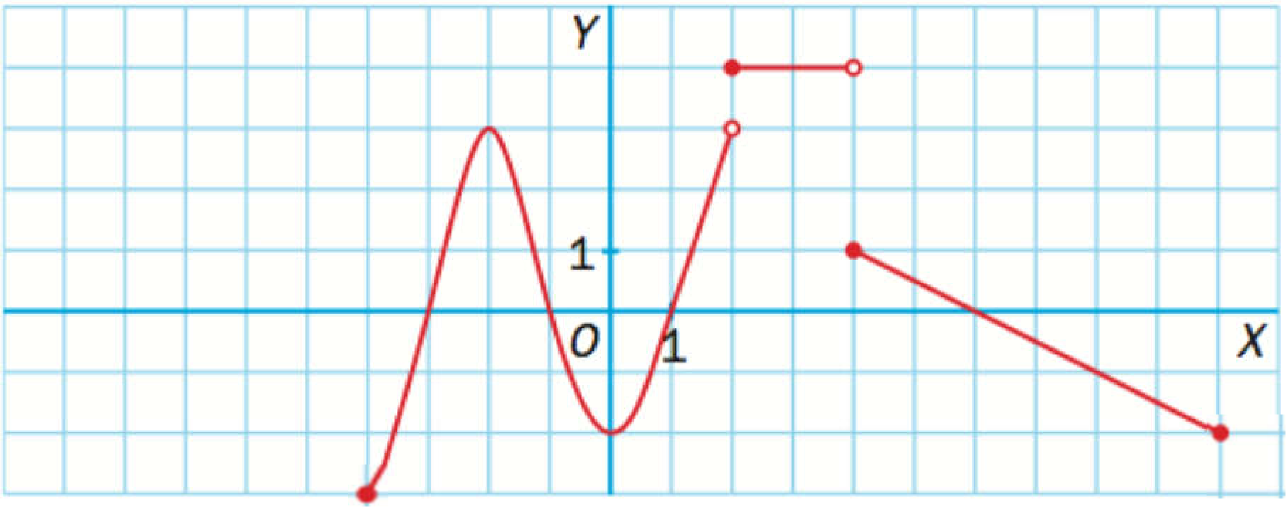
b)


c)


d)


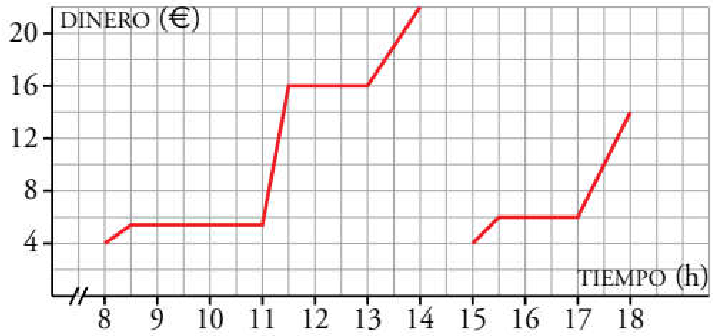
1) $y=-3x+5$ **2)** $y=(x+2)^2$ **3)** $y=-\dfrac{5}{3}x-1$ **4)** $y=-4x^2$

4.- *Estudia de la siguiente función:* Dominio y recorrido, simetrías, periodicidad, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. **(2 puntos)**



5.- Calcula el dominio y los puntos de corte de la función: $f(x)=\dfrac{x^2+9x}{x^3-4x^2}$ ***(1 punto)***

6.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En esta gráfica refleja la cantidad de dinero que hay en su caja a lo largo de un día: **(1,5 puntos)**



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?
b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?
c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?
d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?
e) ¿Es esta una función continua o discontinua?
f) ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

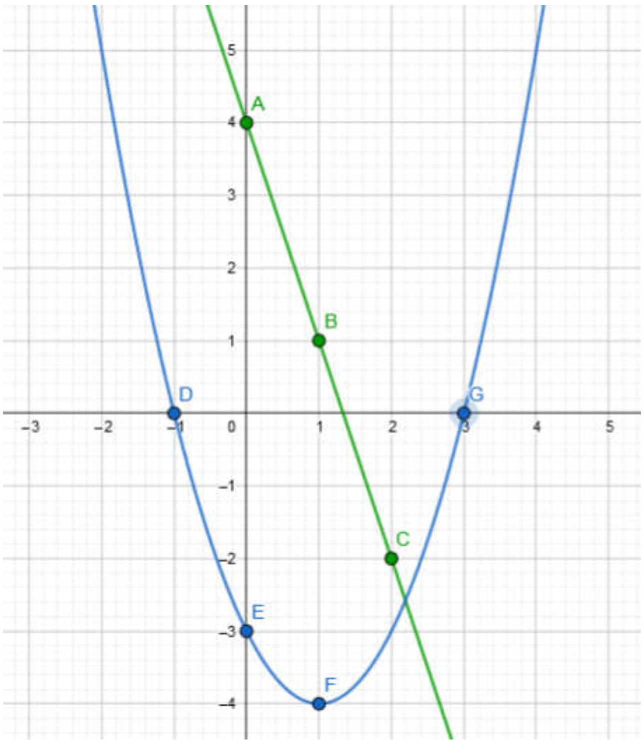
7.- Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $R(t)=7{,}2t-0{,}16t^2$, donde t es el tiempo expresado en minutos. ***(1 punto)***

a) ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue?
b) ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

	Nombre:			Nota
	Curso:	3º ESO C	Examen Final	
	Fecha:	*16 de junio de 2021*		

1.- Representa las siguientes funciones calculando primero los puntos necesarios para realizar su gráfica: $f(x)=4-3x$ $\qquad g(x)=x^2-2x-3$ **(1,5 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.3) (B.4.3.1)



$f(x)=4-3x$	
X	**Y**
0	-2
1	3
2	8

$g(x)=x^2-2x-3$	
X	**Y**
-1	0
0	-3
1	-4
3	0

Para representar la parábola, lo primero es mirar el signo de *a*, el coeficiente de x^2, y vemos que es positivo, por tanto la función tiene los cuernos hacia arriba.

Lo segundo es calcular su vértice: $\left\{\begin{array}{l} V_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-(-2)}{2\cdot 1}=\dfrac{2}{2}=1 \\ V_y=f(V_x)=(1)^2-2\cdot(1)-3=1-2-3=-4 \end{array}\right\} \rightarrow \color{red}{V=(1,-4)}$

Una vez hecho esto nos faltarían los puntos de corte con los ejes cartesianos:

$$\text{Cortes con ejes}\left\{\begin{array}{l} \text{eje } x: f(x)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-2x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\dfrac{2\pm 4}{2}\left\{\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{array}\right. \\ \text{eje } y: f(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3 \quad \rightarrow \quad \color{red}{(0,-3)} \qquad \color{red}{(-1,0) \quad y \quad (3,0)} \end{array}\right.$$

Y estos puntos son los que he puesto en la tabla y con los que he pintado la parábola.

2.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas: **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.2.1) (B.4.2.2)

a) Pasa por los puntos M(0,5) y N(2,-5).

Lo primero es calcular la pendiente de la recta que pasa por ellos, para ellos nos ayudaremos de la ecuación punto pendiente:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-5}{2-0}=-5 \quad \rightarrow \quad m=-5$$

Una vez obtenida la pendiente, con cualquiera de los puntos obtenemos la ordenada en el origen b:

$$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad y=-5x+b \quad \xrightarrow{\text{Con el punto M(0,5)}} \quad 5=-5\cdot 0+b \quad \rightarrow \quad b=5$$

Por tanto la recta pedida es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-5x+5} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{5x+y-5=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=-5(x-0)}$$

b) Tiene pendiente -3 y corta el eje de ordenadas en el punto (0,5).

En este caso nos dan directamente el valor de m = -3 y el de b = 5, por tanto la ecuación de la recta es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3x+5} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{3x+y-5=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=-3(x-0)}$$

c) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-2,-3).

Si es paralela al eje x es una función constante de pendiente 0. Por tanto si pasa por y=-3, su ecuación es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{y+3=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y+3=0(x+2)=0}$$

d) Paralela (*) a la recta $4x-2y=3$ y que pasa por el punto (2,5).

Si es paralela a otra recta, entonces tiene su misma pendiente. Veamos cual es la pendiente despejando la y en la ecuación de la recta:

$$y=mx+b \quad \rightarrow \quad 4x-2y=3 \quad \rightarrow \quad 2y=4x-3 \quad \rightarrow \quad y=\frac{4x-3}{2}=2x-\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad m=2$$

Con la pendiente y el punto (2,5) ya podemos calcular la ecuación que nos piden:

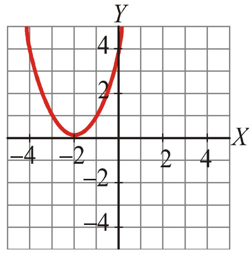
$$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad y=2x+b \quad \xrightarrow{\text{Con el punto (2,5)}} \quad 5=2\cdot 2+b \quad \rightarrow \quad b=5-4=1 \quad \rightarrow \quad b=1$$

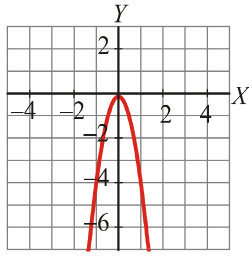
Por tanto la recta pedida es:

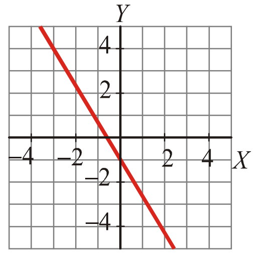
$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=2x+1} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{2x-y+1=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=2(x-2)}$$

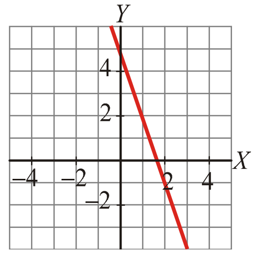
3.- Asocia cada gráfica con su ecuación justificando cada elección: **(1 punto)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)

a) 

b) 

c) 

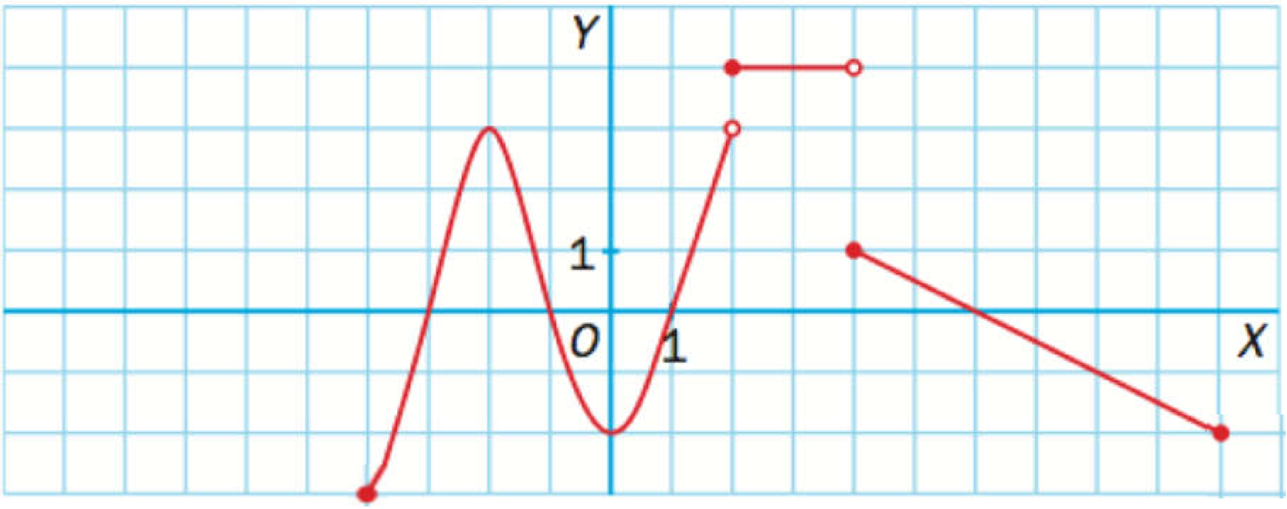
d) 

1) $y=-3x+5$ **2)** $y=(x+2)^2$ **3)** $y=-\frac{5}{3}x-1$ **4)** $y=-4x^2$

- La gráfica a con la expresión 2, porque es una parábola de vértice en el (0,-2)
- La gráfica b con la expresión 4, porque es la única parábola que quedaba.
- La gráfica c con la expresión 3, porque la ordenada en el origen es -1.
- La gráfica d con la expresión 4, porque es la única que queda y además pasa por el (0,5)

4.- *Estudia de la siguiente función:* Dominio y recorrido, simetrías, periodicidad, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)



a) **Dominio:** El dominio son los valores de x para los que existe y, o para los que existe dibujo. Por tanto, tenemos dibujo desde x=-4 (incluido), hasta x=10 (también incluido), así que: $dom(f)=[-4,10]$

b) **Recorrido:** El recorrido son los valores de y para los que hay dibujo, (lo mismo que el dominio, pero fijándonos en el eje y). Por tanto, tenemos dibujo desde y=-3 hasta y=3 ambos incluidos y luego en y=4, así que: $\text{Im}(f)=[-3,3]\cup[4,4]$

c) **Simetrías:** No es simétrica.

d) **Periodicidad:** Tampoco es periódica.

e) **Continuidad:** La función *f(x)* es *continua* en todo su dominio *menos* en los puntos de abscisas *x=2 y x=4* donde presenta *dos discontinuidades de salto*.

f) **Puntos de corte con los ejes:** Son los puntos donde la función corta con los ejes cartesianos.
   1) Con el eje x: En los puntos x=-3, x=-1, x=1 y x=6
   2) Con el eje y: En el punto (0,-2)

g) ***Monotonía:*** Son los intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.
   1) $f\ es\ creciente\ en:(-4,-2)\cup(0,2)$
   2) $f\ es\ decreciente\ en:(-2,0)\cup(4,10)$
   3) $f\ es\ constante\ en:(2,4)$

h) ***Máximos y Mínimos:*** *Máximo relativo en el punto (-2,3)* y *mínimo relativo en (0,-2)*. No hay ni máximo ni mínimo absolutos.

5.- Calcula el dominio y los puntos de corte de la siguiente función: $f(x)=\dfrac{x^2+9x}{x^3-4x^2}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.3.3)

Sabemos que el dominio de una función son los valores de la variable independiente, para los que existe valor de la dependiente, como la función es una función racional, cociente de funciones polinómicas, solo tendrá problemas en los puntos donde se anule el denominador. Por tanto vamos a ver cuáles son esos puntos igualándolo a cero y calculando sus raíces.

$$x^3-4x^2=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2(x-4)=0 \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2=0 & \rightarrow \quad x_1=0 \\ x-4=0 & \rightarrow \quad x_2=4 \end{cases}$$

Luego el dominio son todos los números reales, menos los que anulan el denominador:

$$dom(f)=\mathbb{R}-\{0,4\}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes hacíamos:

- ***Con el eje x,*** igualamos el numerador a cero:

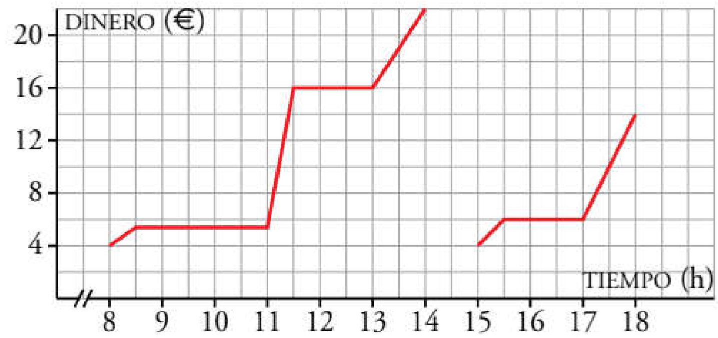
$$x^2+9x=0 \quad \leftrightarrow \quad x\cdot(x+9)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=0 & \rightarrow \quad x_1=0 \quad \rightarrow \quad \text{no pertenece al dominio} \\ x+9=0 & \rightarrow \quad x_2=-9 \end{cases}$$

Con el eje y, calculamos f(0): No podemos hacerlo porque el 0 no pertenece al dominio.

Luego el único punto de corte con los ejes es el (-9,0)

6.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En la siguiente gráfica se refleja la cantidad de dinero que hay en la caja registradora a lo largo de un día: **(1,5 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

Las clases comienzan a las 8:30 horas.

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

Entre las 11:00 y las 11:30 horas.

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?

Si en la caja había 4 € y a las 14:00 h hay 22 €, los ingresos de la mañana ascienden a 18 €.

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

De 15:30 h a 17:00 horas

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

Es claramente discontinua puesto que entre las 14:00 h y las 15:00 horas no tenemos información ninguna.

f) ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

Pues 18 de la mañana, y 14-4=10 € de la tarde hacen: 18+10=28 €

7.- Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $R(t) = 7,2t - 0,16t^2$, donde t es el tiempo expresado en minutos. ***(1 punto)***

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)

a) ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue?

La función R(t) es una función parabólica en la que a=-0,16, por lo que es una función en la que los cuernos van hacia abajo, y si van hacia abajo, entonces el vértice será el máximo. Y eso es lo que nos piden así que vamos a calcular el vértice:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-7,2}{2\cdot(-0,16)} = \dfrac{7,2}{0,32} = 22,5 \\ V_y = f(V_x) = 7,2\cdot(22,5) - 0,16\cdot(22,5)^2 = 162 - 81 = 81 \end{array} \right\} \rightarrow \quad V = (22,5,\ 81)$$

Por tanto, el máximo rendimiento es de 81 y se consigue en el minuto 22,5.

b) ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

Para calcularlo basta con igualar la función a 32 y resolver la ecuación que se obtiene:

$$R(t) = 7,2t - 0,16t^2 = 32 \quad \rightarrow \quad 0,16t^2 - 7,2t + 32 = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{7,2 \pm \sqrt{(-7,2)^2 - 4\cdot(0,16)\cdot(32)}}{2\cdot(0,16)}$$

$$t = \frac{7,2 \pm 5,6}{0,32} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t_1 = 40 \text{ min} \\ t_2 = 5 \text{ min} \end{cases}$$

Así que el rendimiento 32 se consigue a los 5 minutos del inicio y a los y minutos del final (minuto 40).

Bloque IV Funciones

B.4.1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas. **CMCT, CPAA, CCL**

B.4.1.2. Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto. **CMCT**

B.4.1.3. Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto. **CMCT, CCL**

B.4.1.4. Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente. **CMCT**

B.4.2.1. Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente. **CMCT, CPAA, CD**

B.4.2.2. Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa. **CMCT, CPAA, CCL**

B.4.2.3. Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica. **CMCT, CPAA**

B.4.3.1. Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente. **CMCT, CPAA**

B.4.3.2. Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario. **CMCT, CPAA, CCL, CSC, CD**

B.4.3.3. Identifica los elementos característicos de la gráfica de una función y es capaz de calcularlos. **CMCT, CPAA, CCL**

Las competencias clave del currículo son:

1) Comunicación lingüística **CCL**
2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
3) Competencia digital **CD**
4) Aprender a aprender **CPAA**
5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**