	I.E. Juan Ramón Jiménez de Casablanca			GMR
	Nombre:			Nota:
	Curso:	2º ESO C	**Examen Final**	
	Fecha:	***Junio de 2019***	*3ª Evaluación*	

La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

1.- Realiza las siguientes operaciones paso a paso: **(0,5 puntos)**

$a)\ 2\cdot 3^2-4^2:2+3^2-(-1)^4=$ $\qquad b)\ -(-1)^0-(-1)^2-\left(-(-1)^3\right)+(-1)\cdot(-1)^{500}$

2.- En el almacén tenemos 100 cartones de zumo, 60 piezas de fruta y 40 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas con el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta? **(0,5 puntos)**

3.- En un contenedor hay 7 cajas, en cada una hay 7 bolsas, en cada bolsa 7 estuches y en cada estuche 49 lápices. ¿Cuántos lápices hay en 7 contenedores? **(0,5 puntos)**

4.- César decide de hacer un viaje de 210 km en tres etapas. En la primera recorre dos séptimos del total del trayecto, y en la segunda, la tercera parte de lo que lo queda. ¿Qué distancia recorrerá el tercer día? **(0,5 puntos)**

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,8 puntos)**

$$a)\ (2x-3)^2+(x+2)^2=3(x+1)+5x\cdot(x-1)$$

$$b)\ \frac{x\cdot(x-1)}{3}-\frac{x\cdot(x+1)}{4}+\frac{3x+4}{12}=0$$

6.- Un hombre de 43 años tiene dos hijos, uno de 9 y otro de 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre? **(0,7 puntos)**

7.- Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145. **(0,5 puntos)**

8.- Resuelve por el ***método de reducción*** el siguiente sistema de ecuaciones: **(0,75 puntos)**

$$\begin{cases} 4x-7+3y=9+2(x+y) \\ 5x+2y=8+3y-x \end{cases}$$

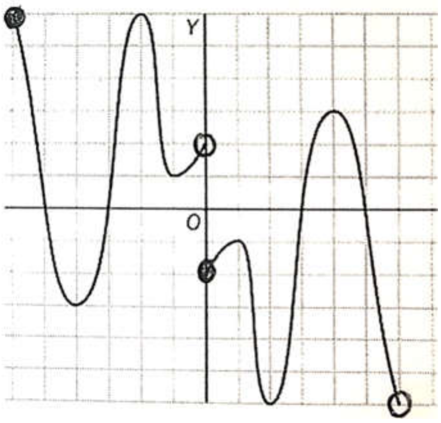
Nombre:	Curso: 2º C

9.- María lleva en el monedero varias monedas de 20 y 5 céntimos. Di cuántas monedas de cada tipo tiene sabiendo que en total son 12 monedas y el dinero que tiene son 1,50 €. **(0,75 puntos)**

10.- ¿Qué tanto por ciento aumenta el área de un cuadrado de lado 6 cm si agrandamos su perímetro en 4 cm? **(0,5 puntos)**

11.- Nueve ordenadores encendidos durante 10 horas al día consumen 2.340 € de electricidad al año. ¿Cuál sería el consumo si se encendieran 6 ordenadores más durante una hora menos al día? **(0,75 puntos)**

12.- Dada la gráfica de una función: **(1 punto)**



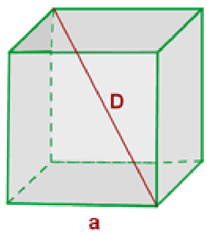
a) Estudia: dominio, puntos de corte con los ejes, máximos y mínimos absolutos o relativos y continuidad.

b) Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos de abscisas -1 y 4.

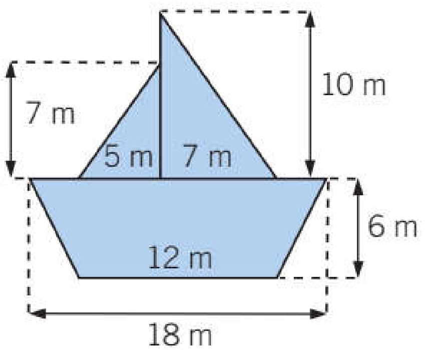
13.- Dada la tabla siguiente, complétala y calcula su coeficiente de variación (C.V.) **(1 punto)**

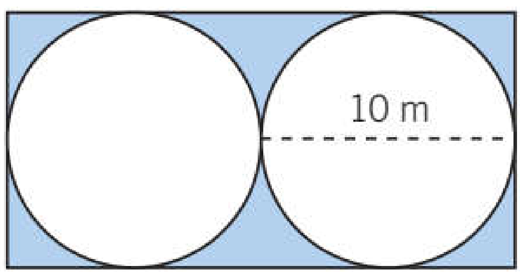
x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	5					
3	16					
4	11					
5	9					
6	6					
7	3					
Total	**N=**				$\sum x_i \cdot f_i =$	$\sum x_i^2 \cdot f_i =$

14.- Calcula la diagonal de un cubo de arista 3. **(0,5 puntos)**
¿Podríamos decir que en general la diagonal de un cubo de arista *a* es $D = a \cdot \sqrt{3}$?



15.- Calcula el área y el perímetro de una de estas dos figuras: **(0,75 puntos)**





	I.E. Juan Ramón Jiménez de Casablanca		GMR
	Nombre:		Nota:
	Curso:	2º ESO B	**Examen Final**
	Fecha:	***Junio de 2019***	*3ª Evaluación*

La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

1.- Realiza las siguientes operaciones paso a paso: **(0,5 puntos)**

$a)\ (-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot \left(\sqrt{16} - 2^0\right) =$ $\qquad$ $b)\ 2^{10} - 25 : 3^0 + 4^2 \cdot (125 : 5 - 13)^2 =$

2.- En la panadería de la esquina hay napolitanas recién hechas cada 10 minutos, ensaimadas cada 14 minutos y rosquillas cada 28 minutos. Si a las 11 y 45 de la mañana pude comprar un producto de cada, recién hechos. ¿A qué hora podré volver a repetir una compra igual? **(0,5 puntos)**

3.- En un contenedor hay 9 cajas, en cada una hay 9 bolsas, en cada bolsa 9 estuches y en cada estuche 81 lápices. ¿Cuántos lápices hay en 9 contenedores? **(0,5 puntos)**

4.- Evaristo tiene ahorrados 1.800 euros, pero ha gastado tres cuartas partes en un viaje y dos tercios de lo que le quedaba en comprar ropa. a) ¿Cuánto dinero le ha sobrado? b) ¿Qué fracción del total se ha gastado? **(0,5 puntos)**

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,8 puntos)**

$$a)\ (2x-3)^2 + (x+2)^2 = 3(x+1) + 5x\cdot(x-1)$$

$$b)\ (x-3)\cdot(x-2) + \frac{x\cdot(x-3)}{2} = (x-2)^2$$

6.- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno? **(0,7 puntos)**

7.- Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quíntuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata? **(0,5 puntos)**

8.- Resuelve por el ***método de reducción*** el siguiente sistema de ecuaciones: **(0,75 puntos)**

$$\begin{cases} 4x - y = 3\cdot(x - 3 + y) \\ 3x + 5y = -3x + 2y \end{cases}$$

Nombre:	Curso: 2º B

9.- Si tenemos 30 monedas y unas son de cinco céntimos y otras de un céntimo. Justifica razonadamente si podemos tener exactamente 78 céntimos. **(0,75 puntos)**

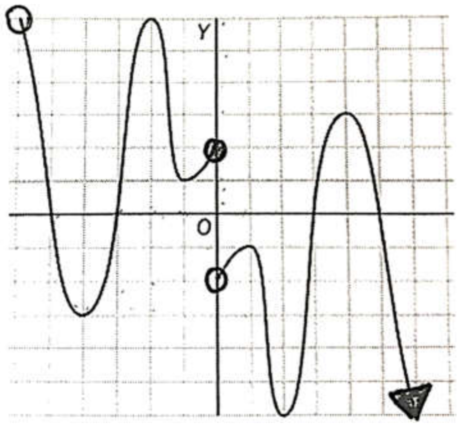
10.- En el contrato de trabajo de un empleado se establece una subida anual del 3,5 %. Si empieza ganando 900 € al mes, ¿cuál será su salario mensual pasados 10 años? **(0,5 puntos)**

11.- En las últimas vacaciones, el alquiler de 3 casas rurales durante 7 días nos ha costado 630 euros. ¿Cuántas casas rurales podríamos alquilar en las próximas vacaciones, si queremos pasar 5 días y disponemos de 900 €? **(0,75 puntos)**

12.- Dada la gráfica de una función: **(1 punto)**

a) Estudia: dominio, puntos de corte con los ejes, máximos y mínimos absolutos o relativos y continuidad.

b) Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos de abscisas -2 y 3.

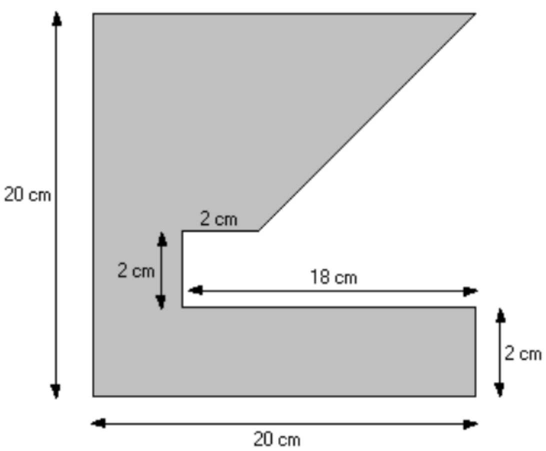


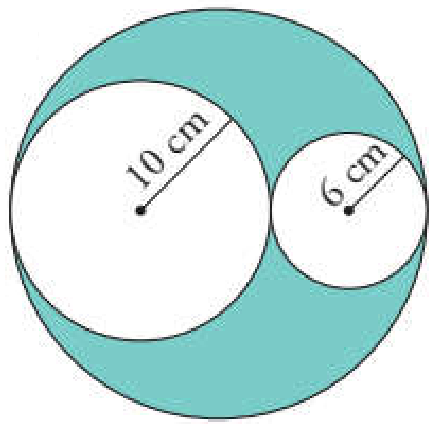
13.- Dada la tabla siguiente, complétala y calcula su coeficiente de variación (C.V.) **(1 punto)**

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	5					
3	16					
4	11					
5	9					
6	6					
7	3					
Total	**N=**				$\sum x_i \cdot f_i =$	$\sum x_i^2 \cdot f_i =$

14.- La diagonal de un rectángulo de lados 7 cm y 24 cm mide igual que el lado de un cuadrado. Halla la diagonal de ese cuadrado. **(0,5 puntos)**

15.- Calcula el área y el perímetro de una de estas dos figuras: **(0,75 puntos)**





	I.E. Juan Ramón Jiménez de Casablanca			GMR
	Nombre:			Nota:
	Curso:	2º ESO C	**Examen Final**	
	Fecha:	***Junio de 2019***	*3ª Evaluación*	

La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

1.- Realiza las siguientes operaciones paso a paso: **(0,5 puntos)**

$a)\ 2\cdot 3^2 - 4^2 : 2 + 3^2 - (-1)^4 = 18$ $\qquad b) - (-1)^0 - (-1)^2 - \left(-(-1)^3\right) + (-1)\cdot(-1)^{500} = -4$

2.- En el almacén tenemos 100 cartones de zumo, 60 piezas de fruta y 40 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas con el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta? **(0,5 puntos)**

Para utilizar varias cajas, como el número de bocadillos es de 40, tiene que ser menor que 40, así que calculamos el máximo común divisor de 100, 60 y 40

$$M.C.D.(40,60,100) = \begin{cases} 40 = 4\cdot 10 = 2^2\cdot 2\cdot 5 = 2^3\cdot 5 \\ 60 = 6\cdot 10 = 2\cdot 3\cdot 2\cdot 5 = 2^2\cdot 3\cdot 5 \\ 100 = 10^2 = (2\cdot 5)^2 = 2^2\cdot 5^5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad MCD = 2^2\cdot 5 = 20$$

Por tanto, meteremos **20 artículos en cada caja.**

$$\text{Y necesitaremos } \begin{cases} 40 : 20 = 2 \\ 60 : 20 = 3 \\ 100 : 20 = 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2 + 3 + 5 = 10 \ \textbf{cajas}$$

3.- En un contenedor hay 7 cajas, en cada una hay 7 bolsas, en cada bolsa 7 estuches y en cada estuche 49 lápices. ¿Cuántos lápices hay en 7 contenedores? **(0,5 puntos)**

Si multiplicamos: $7\cdot 7\cdot 7\cdot 49\cdot 7 = 7\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot 7 = 7^6 = 117.649$

Por tanto, hay 117.649 lápices.

4.- César decide de hacer un viaje de 210 km en tres etapas. En la primera recorre dos séptimos del total del trayecto, y en la segunda, la tercera parte de lo que lo queda. ¿Qué distancia recorrerá el tercer día? **(0,5 puntos)**

Si recorre 2/7 de 210 km, ha recorrido 60 km, así que le quedan 150 km, y si en la segunda parte recorre 1/3 de 150, ha hecho 50 km. Y por consiguiente le quedan 100 km.

El tercer día recorre 100 Km.

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,8 puntos)**

$$a)\ (2x-3)^2 + (x+2)^2 = 3(x+1) + 5x\cdot(x-1) \quad \rightarrow \quad 4x^2 - 12x + 9 + x^2 + 4x + 4 = 3x + 3 + 5x^2 - 5x$$

$$4x^2 + x^2 - 5x^2 - 12x + 4x - 3x + 5x + 9 + 4 - 3 = 0 \quad \rightarrow \quad -6x = -10 \quad \rightarrow \quad x = -\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$b)\ \frac{x\cdot(x-1)}{3} - \frac{x\cdot(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{4x\cdot(x-1)}{12} - \frac{3x\cdot(x+1)}{12} + \frac{3x+4}{12} = 0$$

$$4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-2)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

6.- Un hombre de 43 años tiene dos hijos, uno de 9 y otro de 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre? **(0,7 puntos)**

Si llamamos x al tiempo que ha de transcurrir y recogemos los datos en una tabla, los veremos mejor y será más fácil plantear la ecuación correspondiente.

	Papá	Hijo 1	Hijo 2
Ahora	43	9	11
Dentro de x años	43+x	9+x	11+x

Por tanto, dentro de x años:

$$43 + x = (9 + x) + (11 + x) \quad \rightarrow \quad 43 + x = 20 + 2x \quad \rightarrow \quad x = 23$$

Así que han de pasar 23 años.

7.- Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145. **(0,5 puntos)**

Sea el primer número x, y su siguiente x+1, entonces:

$$x^2 + (x+1)^2 = 145 \quad \rightarrow \quad x^2 + x^2 + 2x + 1 - 145 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^2 + 2x - 144 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + x - 72 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 288}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2} = \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Por tanto, tenemos dos soluciones: los números son -9 y -8 o 8 y 9

8.- Resuelve por el ***método de reducción*** el siguiente sistema de ecuaciones: **(0,75 puntos)**

$$\begin{cases} 4x - 7 + 3y = 9 + 2(x + y) \\ 5x + 2y = 8 + 3y - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 7 + 3y = 9 + 2x + 2y \\ 5x + 2y = 8 + 3y - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 16 \\ 6x - y = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducción}} 8x = 24$$

$$x = \frac{24}{8} = 3 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot x + y = 16 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 3 + y = 16 \quad \rightarrow \quad y = 10$$

Así que el sistema es compatible determinado con solución: $S.C.D.\{x = 3; y = 10\}$

9.- María lleva en el monedero varias monedas de 20 y 5 céntimos. Di cuántas monedas de cada tipo tiene sabiendo que en total son 12 monedas y el dinero que tiene son 1,50 €. **(0,75 puntos)**

Si llamamos x a las monedas de 20 céntimos e y a las de 5 céntimos, podemos escribir el siguiente sistema:

$$\left.\begin{matrix} Monedas: x + y = 12 \\ Dinero: 20x + 5y = 150 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ 4x + y = 30 \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducción}} 3x = 18 \quad \rightarrow \quad x = 6 \quad \rightarrow \quad y = 12 - 6 = 6$$

Así que lleva 6 monedas de 20 céntimos y 6 monedas de 5 céntimos.

10.- ¿Qué tanto por ciento aumenta el área de un cuadrado de lado 6 cm si agrandamos su perímetro en 4 cm? **(0,5 puntos)**

Si agrandamos el perímetro en 4, agrandamos el lado en 1 cm. Por tanto, el área antes es de 36 cm^2 y después es de 49 cm^2.

$$Iv = \frac{Cantidad\ final}{Cantidad\ inicial} = \frac{49}{36} = 1,3611 \quad \rightarrow \quad Aumenta\ un\ 36,11\%$$

El área del cuadrado aumenta en un 36 % aproximadamente.

11.- Nueve ordenadores encendidos durante 10 horas al día consumen 2.340 € de electricidad al año. ¿Cuál sería el consumo si se encendieran 6 ordenadores más durante una hora menos al día? **(0,75 puntos)**

Si recogemos los datos en una tabla tenemos que:

Ordenadores	Horas al día	Consumo
9	10	2.340
15	9	x
p.d	p.d	

Si comparamos las columnas ordenadores y consumo: Si 9 ordenadores consumen 2.340 €, más ordenadores consumirán más, por tanto, se trata de una proporción directa.

Si comparamos las horas al día y el consumo, vemos que si con 10 horas al día consumen 2.340 €, con menos horas, consumirán menos consumo, por tanto, esta proporción también es directa.

Así que escribiendo la proporción, como todo es directo, todo se queda en su sitio: $\underbrace{\frac{2.340}{x}}_{consumo} = \underbrace{\frac{9}{15}}_{Ordenadores} \cdot \underbrace{\frac{10}{9}}_{Horas}$

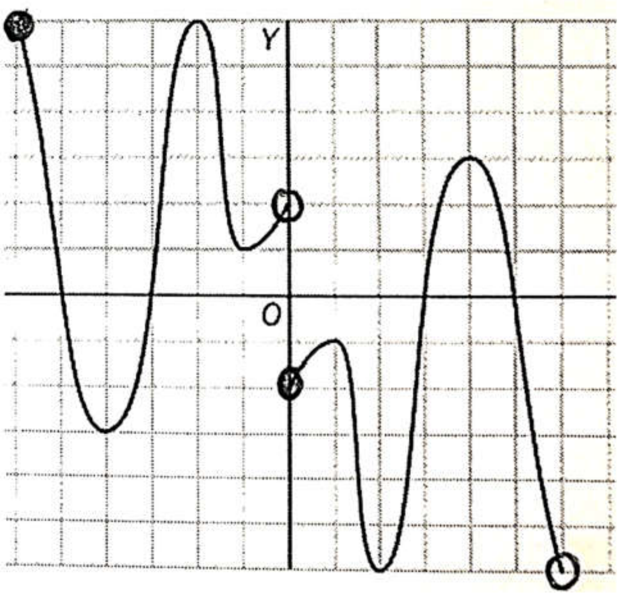
Operando, podemos despejar la x:

$$\underbrace{\frac{2.340}{x}}_{consumo} = \underbrace{\frac{9}{15}}_{Ordenadores} \cdot \underbrace{\frac{10}{9}}_{Horas} \quad \to \quad 90x = 15 \cdot 9 \cdot 2340 \quad \to \quad 90x = 315.900 \quad \to \quad x = \frac{315.900}{90} = 3.510 \text{ €}$$

El consumo sería de 3.510 €

12.- Dada la gráfica de una función: **(1 punto)**

a) Estudia: dominio, puntos de corte con los ejes, máximos y mínimos absolutos o relativos y continuidad.



$Dom(f) = [-6,6)$

$$Puntos\ de\ corte: \begin{cases} eje\ x: en -5, -3,\ 3\ y\ 5 \\ eje\ y: (0,-2) \end{cases}$$

$$Maximos: \begin{cases} \text{Relativos:}(1,\text{-}1)\ y\ (4,3) \\ Absoluto: (-2,6) \end{cases}$$

$$Minimos: \begin{cases} \text{Relativos:}(\text{-}4,\text{-}3)\ y(\text{-}1,1) \\ Absoluto: (2,-6) \end{cases}$$

Es continua en todo su dominio, excepto en el origen de coordenadas, donde la función presenta una discontinuidad de salto.

b) Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos de abscisas -1 y 4.

El punto de abscisa -1 es el punto A(-1,1) y el punto de abscisa 4 es el punto B(4,3), por tanto, la recta será:

$$y = mx + b \quad \to \quad \left\{ \begin{array}{l} m = \frac{lo\ que\ sube\ o\ baja}{lo\ que\ avanza} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{4-(-1)} = \frac{2}{5} \\ b: y = \frac{2}{5}x + b \quad como\ B(4,3) \quad 3 = \frac{6}{5} \cdot 4 + b \quad \to \quad b = 3 - \frac{24}{5} = -\frac{9}{5} \end{array} \right\} \quad \to \quad y = \frac{2}{5}x - \frac{9}{5}$$

Que en forma general queda de la forma: $y = \frac{2}{5}x - \frac{9}{5} \quad \to \quad 5y = 2x - 9 \quad \to \quad 2x - 5y = 9$

13.- Dada la tabla siguiente, complétala y calcula su coeficiente de variación (C.V.) **(1 punto)**

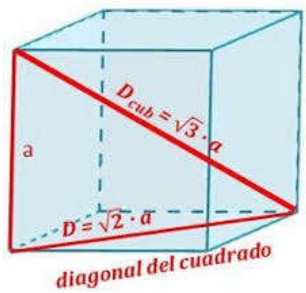
x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	5	5	0,1	0,1	10	20
3	16	21	0,32	0,42	48	144
4	11	32	0,22	0,64	44	176
5	9	41	0,18	0,82	45	225
6	6	47	0,12	0,94	36	216
7	3	50	0,06	1	21	147
Total	**N=50**				$\sum x_i \cdot f_i = 204$	$\sum x_i^2 \cdot f_i = 928$

El coeficiente de variación viene dado por en cociente entre la desviación típica y la media: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Por tanto, necesitamos calcular ambas magnitudes estadísticas:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{204}{50} = 4,08 \quad y \quad \sigma = \sqrt{\text{var}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{928}{50} - 40,8^2} = \sqrt{1,9136} = 1,383$$

El coeficiente de variación pedido será: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,383}{4,08} = 0,339$



14.- Calcula la diagonal de un cubo de arista 3. **(0,5 puntos)**
¿Podríamos decir que en general la diagonal de un cubo de arista a es $D = a \cdot \sqrt{3}$?

Para calcula la diagonal de un cubo, hemos de utilizar dos veces el teorema de Pitágoras, una para calcular la diagonal de la base:

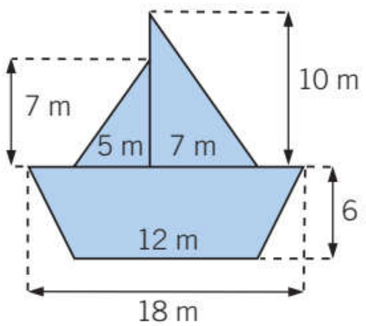
$$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \quad \rightarrow \quad d = \sqrt{2l^2} = l \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} = 4,24$$

Para calcular la diagonal resolvemos el triángulo formado por la diagonal de la base y la altura del cubo:

$$D^2 = d^2 + l^2 \quad \rightarrow \quad D = \sqrt{2l^2 + l^2} = l \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} = 5,196$$

Por tanto, la diagonal se puede calcular mediante la fórmula dada, y vale 5,196 cm

15.- Calcula el área y el perímetro de una de estas dos figuras: **(0,75 puntos)**

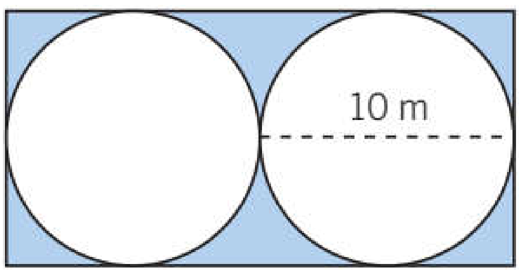


El perimetro es la suma de todos sus lados:

$$P = 12 + 2 \cdot 3\sqrt{5} + 6 + 3 + \sqrt{149} + \sqrt{74} = 55,22\ cm$$

Y el area la suma de sus areas:

$$A = \frac{5 \cdot 7}{2} + \frac{7 \cdot 10}{2} + \frac{12 + 18}{2} \cdot 6 = 142,5\ cm^2$$



El perímetro de esta figura es el perímetro del cuadrado mas el de los dos circulos:

$$P = 20\pi + 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 122,83\ cm$$

Y el área, la calculamos restando al área del rectangulo, el area de los circulos que estan dentro de él:

$$A = B \cdot h - 2\pi r^2 = 20 \cdot 10 - 2\pi 5^2 = 200 - 50\pi = 42,92\ cm^2$$

	I.E. Juan Ramón Jiménez de Casablanca		GMR
	Nombre:		Nota:
	Curso:	2º ESO B	**Examen Final**
	Fecha:	***Junio de 2019***	*3ª Evaluación*

La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

1.- Realiza las siguientes operaciones paso a paso: **(0,5 puntos)**

$$a)\ (-8)^5 : (-8)^3 - (-4)^2 \cdot \left(\sqrt{16} - 2^0\right) = 16 \qquad b)\ 2^{10} - 25 : 3^0 + 4^2 \cdot (125 : 5 - 13)^2 = 3.303$$

2.- En la panadería de la esquina hay napolitanas recién hechas cada 10 minutos, ensaimadas cada 14 minutos y rosquillas cada 28 minutos. Si a las 11 y 45 de la mañana pude comprar un producto de cada, recién hechos. ¿A qué hora podré volver a repetir una compra igual? **(0,5 puntos)**

Se calcula el mcm de 19, 14 y de 24: $m.c.m.(10,14,28) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140\,\text{min}$ que son 120 minutos, así que si lo sumamos a las 11:45 nos da las 14:05 h.

Así que podré repetir la compra a las 14:05 horas.

3.- En un contenedor hay 9 cajas, en cada una hay 9 bolsas, en cada bolsa 9 estuches y en cada estuche 81 lápices. ¿Cuántos lápices hay en 9 contenedores? **(0,5 puntos)**

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 81 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^6\, lapices = 531.441$$

Por tanto, hay 531.441 lápices.

4.- Evaristo tiene ahorrados 1.800 euros, pero ha gastado tres cuartas partes en un viaje y dos tercios de lo que le quedaba en comprar ropa. a) ¿Cuánto dinero le ha sobrado? b) ¿Qué fracción del total se ha gastado? **(0,5 puntos)**

Si gasta en el viaje ¾, le queda ¼, y si luego se gasta 2/3, le que da un tercio, así que en total le queda: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ y $\frac{1}{12} \cdot 1.800 = 150$ €

Así que le han sobrado 150€, y la fracción del dinero gastado es de $\frac{11}{12}$

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,8 puntos)**

$$a)\ (2x-3)^2 + (x+2)^2 = 3(x+1) + 5x \cdot (x-1) \quad \to \quad 4x^2 - 12x + 9 + x^2 + 4x + 4 = 3x + 3 + 5x^2 - 5x$$

$$4x^2 + x^2 - 5x^2 - 12x + 4x - 3x + 5x + 9 + 4 - 3 = 0 \quad \to \quad -6x = -10 \quad \to \quad x = -\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$b)\ (x-3) \cdot (x-2) + \frac{x \cdot (x-3)}{2} = (x-2)^2 \quad \to \quad x^2 - 5x + 6 + \frac{x^2 - 3x}{2} = x^2 - 4x + 4$$

$$2x^2 - 10x + 12 + x^2 - 3x = 2x^2 - 8x + 8 \quad \to \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \quad \to \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

6.- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno? **(0,7 puntos)**

Si uno de ellos tiene x años, el otro tendrá x+5 años. Dentro de 2 años el primer tendrá x+2 y el segundo x+5+2=x+7, y como dice que uno tendrá la edad del otro, escribimos la ecuación:

$$x + 7 = 2(x+2) \quad \to \quad x + 7 = 2x + 4 \quad \to \quad x = 3$$

Así que uno tendrá 3 años y el otro tendrá 8 años.

7.- Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31, obtenemos el quíntuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata? **(0,5 puntos)**

Sean los números naturales x y x+1, tendremos que:

$$x(x+1)-31=5(x+x+1) \quad \rightarrow \quad x^2+x-31-10x-5=0 \quad \rightarrow \quad x^2-9x-36=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

$$x=\frac{9\pm\sqrt{81-4\cdot 1\cdot(-36)}}{2\cdot 1}=\frac{9\pm\sqrt{81-4\cdot 1\cdot(-36)}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{81+144}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{225}}{2}=\frac{9\pm 15}{2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1=12 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

Como el resultado ha de ser un número natural, el número es el 12.

8.- Resuelve por el ***método de reducción*** el siguiente sistema de ecuaciones: **(0,75 puntos)**

$$\begin{cases} 4x-y=3\cdot(x-3+y) \\ 3x+5y=-3x+2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x-y-3x+9-3y=0 \\ 3x+5y+3x-2y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-4y=-9 \\ 6x+3y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x-4y=-9 \\ 2x+y=0 \end{cases}$$

si multiplicamos la primera por (-2) $\begin{cases} -2x+8y=18 \\ 2x+y=0 \end{cases}$ y sumamos ambas ecuaciones: $9y=18 \rightarrow y=2$

y si sustituimos en $2x+y=0 \rightarrow 2x+2=0 \rightarrow 2x=-2 \rightarrow x=-1$

Así que el sistema es compatible determinado: $S.C.D.\{x=-1; y=2\}$

9.- Si tenemos 30 monedas y unas son de cinco céntimos y otras de un céntimo. Justifica razonadamente si podemos tener exactamente 78 céntimos. **(0,75 puntos)**

Si llamamos x al número de monedas de 5 cents e y al número de monedas de 1 cent.

La primera ecuación la establecemos con el número de monedas. $x+y=30$
Y la segunda con el dinero en céntimos $5x+y=78$

Por tanto, el sistema queda: $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=30 \\ 5x+y=78 \end{cases}$, que por reducción: $\begin{array}{r} x+y=30 \\ -\quad 5x+y=78 \\ \hline -4x=-48 \end{array}$ y por tanto $x=\frac{-48}{-4}=12$

Si sustituimos en la primera ecuación: $x+y=30 \rightarrow 12+y=30 \rightarrow y=30-12=18$

Por tanto, con 12 monedas de 5 céntimos (12*5=60) y con 18 monedas de 1 céntimo (60+18=78) **sí que podemos tener exactamente 78 céntimos.**

10.- En el contrato de trabajo de un empleado se establece una subida anual del 3,5 %. Si empieza ganando 900 € al mes, ¿cuál será su salario mensual pasados 10 años? **(0,5 puntos)**

El índice de variación asociado a una subida del 3,5% viene dado por: $Iv=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{3,5}{100}=1+0,035=1,035$

Como ya sabemos los porcentajes no se suman, sino que se multiplican, por tanto, el índice de variación porcentual total lo calcularemos multiplicando esta cantidad por sí mista tantas veces como el numero de años que pasen, por tanto:

$$C_f=C_o\cdot I_{vt}=900\cdot(1,035)^{10}=1269,54 \ €$$

Así que después de 10 años el empleado en cuestión **ganará 1.269,54 euros al mes.**

11.- En las últimas vacaciones, el alquiler de 3 casas rurales durante 7 días nos ha costado 630 euros. ¿Cuántas casas rurales podríamos alquilar en las próximas vacaciones, si queremos pasar 5 días y disponemos de 900 €? (0,75 puntos)

Si recogemos los datos en una tabla tenemos que:

Casas	Días	Precio
3	7	630
X	5	900
	p.i	p.d.

Si comparamos las columnas casas y días: Si podemos alquilar 3 casas durante 7 días con un dinero en concreto, si estamos menos días, podríamos alquilar más casas, por tanto, se trata de una proporción inversa.

Si comparamos las casas y el precio, vemos que si con 630 € podemos alquilar 3 casas, con más dinero, también podremos alquilar más casas, por tanto, esta proporción es directa.

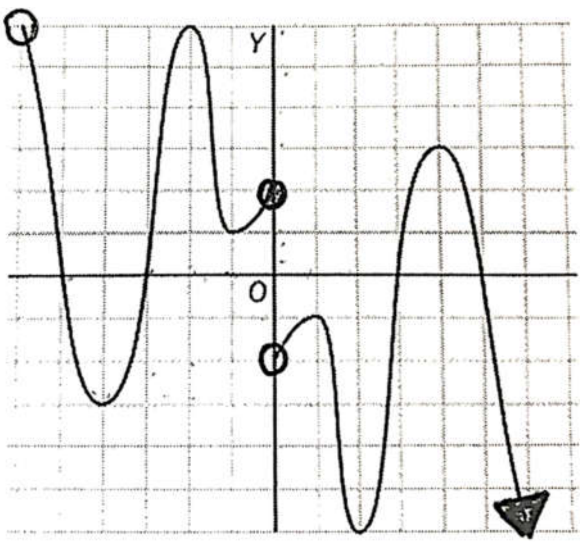
Así que escribiendo la proporción: $\underset{casas}{\frac{3}{x}} = \underset{dias}{\frac{5}{7}} \cdot \underset{precio}{\frac{630}{900}}$ donde hemos dado la vuelta a la columna de los días porque es inversa.

Operando, podemos despejar la x: $\underset{casas}{\frac{3}{x}} = \underset{dias}{\frac{5}{7}} \cdot \underset{precio}{\frac{630}{900}} \quad \rightarrow \quad 5 \cdot 630 \cdot x = 3 \cdot 7 \cdot 900 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3 \cdot 7 \cdot 900}{5 \cdot 630} = 6 \ casas$

Aunque lo podíamos haber hecho por reducción a la unidad, calculando lo que cuesta cada casa por día: $\frac{630}{7 \cdot 3} = 30€$, por tanto, durante 5 días nos gastaríamos $30 \cdot 5 = 150€$ y como disponemos de 900 €, entonces $\frac{900}{150} = 6$ **podríamos alquilar 6 casas.**

12.- Dada la gráfica de una función: (1 punto)

a) Estudia: dominio, puntos de corte con los ejes, máximos y mínimos absolutos o relativos y continuidad.



$Dom(f) = (-6, +\infty)$

$$Puntos\ de\ corte: \begin{cases} eje\ x: en -5, -3,\ 3\ y\ 5 \\ eje\ y: (0,2) \end{cases}$$

$$Maximos: \begin{cases} \text{Relativos:}(1,\text{-}1)\ y\ (4,3) \\ Absoluto: (-2,6) \end{cases}$$

$$Minimos: \begin{cases} \text{Relativos:}(\text{-}4,\text{-}3)\ ,\ (\text{-}1,1)\ y\ (3,\text{-}6) \\ Absoluto: No \end{cases}$$

Es continua en todo su dominio, excepto en el origen de coordenadas, donde la función presenta una discontinuidad de salto.

Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos de abscisas -2 y 3.

El punto de abscisa -2 es el punto A(-2,6) y el punto de abscisa 3 es el punto B(3,0), por tanto, la recta será:

$$y = mx + b \quad \rightarrow \quad \begin{Bmatrix} m = \frac{lo\ que\ sube\ o\ baja}{lo\ que\ avanza} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-6}{3-(-2)} = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5} \\ b: y = \frac{6}{5}x + b \quad como\ B(3,0) \quad 0 = \frac{6}{5} \cdot 3 + b \quad \rightarrow \quad b = -\frac{18}{5} \end{Bmatrix} \quad \rightarrow \quad y = \frac{6}{5}x - \frac{18}{5}$$

Que en forma general queda de la forma: $y = \frac{6}{5}x - \frac{18}{5} \quad \rightarrow \quad 5y = 6x - 18 \quad \rightarrow \quad 6x - 5y = 18$

13.- Dada la tabla siguiente, complétala y calcula su coeficiente de variación (C.V.) **(1 punto)**

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	5	5	0,1	0,1	10	20
3	16	21	0,32	0,42	48	144
4	11	32	0,22	0,64	44	176
5	9	41	0,18	0,82	45	225
6	6	47	0,12	0,94	36	216
7	3	50	0,06	1	21	147
Total	**N=50**				$\sum x_i \cdot f_i = 204$	$\sum x_i^2 \cdot f_i = 928$

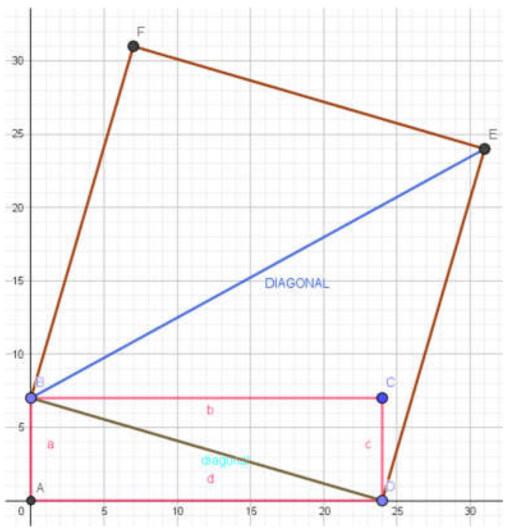
El coeficiente de variación viene dado por en cociente entre la desviación típica y la media: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Por tanto, necesitamos calcular ambas magnitudes estadísticas:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{204}{50} = 4,08 \qquad y \qquad \sigma = \sqrt{\text{var}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{928}{50} - 40,8^2} = \sqrt{1,9136} = 1,383$$

El coeficiente de variación pedido será: $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,383}{4,08} = 0,339$

14.- La diagonal de un rectángulo de lados 7 cm y 24 cm mide igual que el lado de un cuadrado. Halla la diagonal de ese cuadrado. **(0,5 puntos)**



Para calcular la diagonal de rectángulo utilizaremos el Teorema de Pitágoras, que dice que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos: $a^2 = b^2 + c^2$

Por tanto, para nuestro rectángulo, la diagonal vendrá dada por:

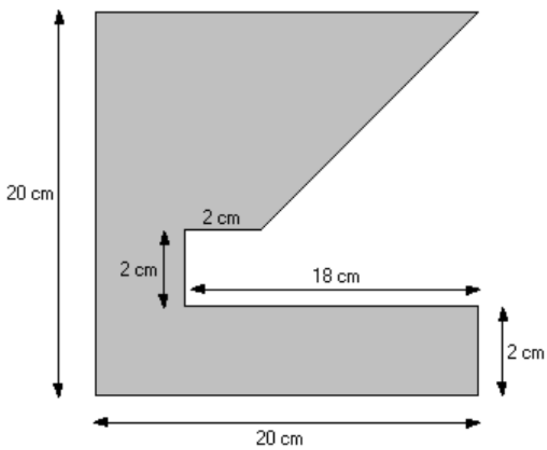
$$d^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \quad \rightarrow \quad d = \sqrt{625} = 25$$

Y si ese es el lado del cuadrado, para calcular su diagonal, tendremos que volver a utilizar el Teorema de Pitágoras:

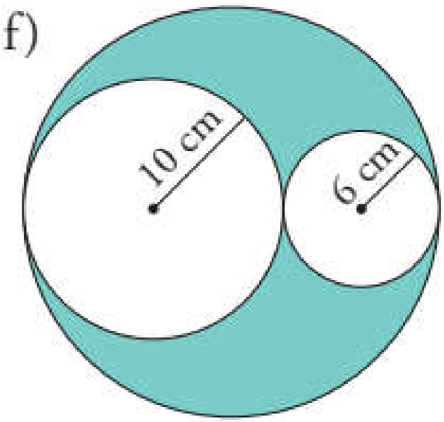
$$D^2 = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = \sqrt{2 \cdot 25^2} = \sqrt{1250} = 35,355$$

La diagonal del cuadrado mide 35,355 cm.

15.- Calcula el área y el perímetro de una de estas dos figuras: **(0,75 puntos)**



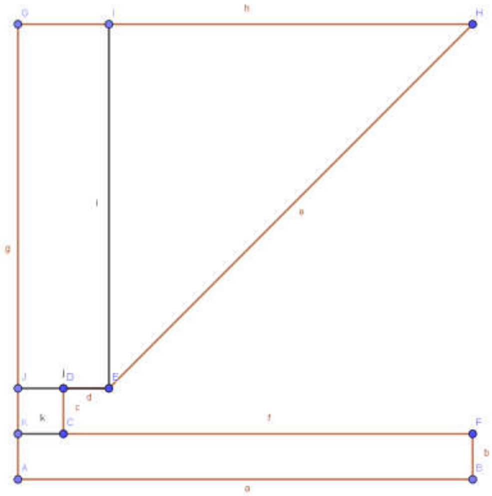
f)



El perímetro es lo de fuera, la suma de los lados, por tanto:

$$P = 20\cdot 3+2+18+2+2+\sqrt{16^2+16^2} = 106,63\ cm$$

Y el área la podemos calcular en trozos:



Dos rectángulos, un cuadrado y un triángulo isósceles:

$$A = A_1+A_2+A_3+A_4 = 20\cdot 2+2^2+16\cdot 4+\frac{16^2}{2} = 236\ cm^2$$

El perímetro de esta figura es el perímetro de los tres circulos:

$$P = 2\cdot\pi\cdot r_1+2\cdot\pi\cdot r_2+2\cdot\pi\cdot r_3 = 2\cdot\pi\cdot\left(r_1+r_2+r_3\right) =$$

$$2\cdot\pi\cdot\left(10+6+16\right) = 2\cdot\pi\cdot 32 = 64\pi = 201,06\ cm$$

Y el área de color verde, la vamos a calcular restando al área del cículo grande, el area de los otros dos que estan dentro de él:

$$A = \pi R^2-\left(\pi r_1^2+\pi r_2^1\right) = \pi\cdot\left(R^2-(r_1^2-r_2^1)\right) =$$

$$= \pi\left(16^2-10^2-6^2\right) = 120\cdot\pi = 377\ cm^2$$