

OPCIÓN A

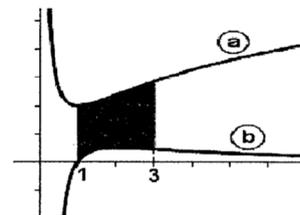
Ejercicio 1.- Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2} & \text{si } x \neq 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$

- (a) [1'25 puntos] Sabiendo que f es continua, calcula a (\ln denota el logaritmo neperiano).
- (b) [1'25 puntos] Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, determina su ecuación.

Ejercicio 2.- Las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{2}{x} + 2\ln(x)$$

y a la de su derivada $f' : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ (\ln denota logaritmo neperiano).



- (a) [0'5 puntos] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f' .
- (b) [2 puntos] Calcula el área de la región sombreada.

Ejercicio 3.-

- (a) [1'25 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + z = 2 \\ -x + y + 2z = 0 \\ -x + 2y + 5z = 2 \end{cases}$$

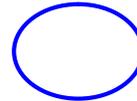
- (b) [1'25 puntos] Calcula λ sabiendo que el siguiente sistema tiene alguna solución común con el del apartado (a)

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \\ x + 2y + \lambda z = -3 \end{cases}$$

Ejercicio 4. Considera el punto $A(0,-3,1)$, el plano $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta

$$r \equiv x + 3 = y = \frac{z - 3}{2}$$

- a) [1punto] Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r .
- b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por A , es paralela a π y corta a r .



OPCIÓN B

Ejercicio 1:

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- (0'75 puntos) Estudia su continuidad y derivabilidad.
- (1'25 puntos) Determina sus asíntotas y sus extremos relativos.
- (0'5 puntos) Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2:

Sea $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que su función derivada viene dada por:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} \cdot x & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2x + 8 & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

- (1'75 puntos) Determina la expresión de f sabiendo que $f(1) = \frac{16}{3}$
- (0'75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 3:

Sean A , B , C y X matrices cualesquiera que verifican $A \cdot X \cdot B = C$.

- (1 punto) Si las matrices son cuadradas de orden 3, y se sabe que el determinante de A es 3, el de B es -1 y el de C es 6, calcula el determinante de las matrices X y $2X$.
- Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$. Calcula la matriz X .

Ejercicio 4:

Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$ y la recta r de ecuación:

$$\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{m}$$

- (1 punto) Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m .
- (0'75 puntos) Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .
- (0'75 puntos) Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π .