

**1.-** Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de  $60^\circ$ . Si la altura de la escalera, estando abierta es de 2 m, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?

Sol: Cada brazo deberá medir (aprox.) 2,3 m

**2.-** Para calcular la altura de una iglesia, Víctor sube al campanario y lanza el extremo de una cuerda de 51 metros hacia fuera. Ramón se aleja con la cuerda hasta que se tensa y la clava en el suelo, formando un ángulo de  $42^\circ$ . **a)** ¿Cuál es la altura del campanario? **b)** ¿A qué distancia está Ramón de la base del campanario?

Sol: a) A 34,13 m. b) A 37,9 m

**3.-** Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo: Rosa se coloca en el punto B y yo en el punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C quedan alineados. Si los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  miden  $40^\circ$  y  $50^\circ$  respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?

Sol: A 14,28 m de altura

**4.-** Dado un triángulo rectángulo con dimensiones 41mm, 32,5mm y 25mm. Calcula las razones trigonométricas del ángulo  $\beta$ , ángulo formado por el cateto de mayor longitud y la hipotenusa.

Sol:  $\text{Sen } \beta = 0,61$ ;  $\text{cos } \beta = 0,79$ ;  $\text{tan } \beta = 0,77$

**5.-** En un triángulo rectángulo recto en C, conocemos  $\hat{B} = 50^\circ$  y  $\overline{BC} = 7$  cm. Calcula  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  y  $\hat{A}$ .

Sol:  $\overline{AB} = 10,89$  cm;  $\overline{AC} = 8,34$  cm;  $\hat{A} = 40^\circ$

**6.-** Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales midan 12 y 8 cm, respectivamente.

Sol: Un ángulo mide  $112,6^\circ$  y el otro  $67,4^\circ$

**7.-** Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de  $50^\circ$  con el suelo.

Sol: La torre mide 15,49 m

**8.-** Dos edificios de igual altura, distan entre sí 150 m. Desde un punto que está entre los edificios, vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de  $35^\circ$  y  $20^\circ$ . ¿Cuál es su altura?

Sol: Cada edificio mide 35,66 m

**9.-** De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus catetos mide 5 cm y un ángulo mide  $45^\circ$ . ¿Cuánto mide la hipotenusa, el otro cateto y el otro ángulo agudo?

Sol: El otro cateto 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el otro ángulo  $45^\circ$

**10.-** Los brazos de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de  $60^\circ$ . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa apertura?

Sol: De 12 cm

**11.-** Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿qué ángulo forma este tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km?

Sol: El ángulo es de  $6,84^\circ$  y se habrán descendido 834 m

**12.-** En una ruta de montaña una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1065 m. Halla la pendiente de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

Sol: Ángulo de  $5,35^\circ$  y pendiente del 9,37%

**13.-** El diámetro de una moneda de dos euros es de 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro.

Sol:  $30,19^\circ$

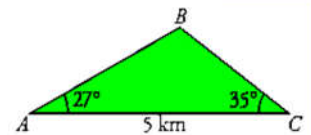
**14.-** Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?

Sol:  $63,43^\circ$

**15.-** Un avión que vuela a 3 Km de altura, ve un pueblo A bajo un ángulo de  $40^\circ$  con respecto a la horizontal de vuelo (ángulo de depresión) y otro pueblo B bajo un ángulo de  $15^\circ$ . ¿Qué distancia hay entre A y B?

Sol: 7621 m

**15.-** En dos comisarías de policía, A y C, se escucha la alarma de un banco B. Con los datos de la figura, calcula la distancia del banco a cada una de las comisarías.



Sol: De A a B hay 3,23 km y de C a B hay 2,56 km

**16.-** Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de  $32^\circ$  con la horizontal. Si me acerco 15m, el ángulo es de  $50^\circ$ . ¿Cuánto mide la torre?

Sol: La altura es de 19,4 m

**17.-** Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1200 m y el ángulo de observación desde la torre es de  $30^\circ$ . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de altura?

Sol: Distancia de 2340 m

**18.-** Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:

- El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de  $25^\circ$
- Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de  $10^\circ$ .

Sol: La altura de la luz del faro es de 53,93 m

**19.-** Una escultura está colocada sobre un pedestal de 1,5 m de altura. Desde un punto del suelo se ve la escultura bajo un ángulo de  $42^\circ$  y el pedestal bajo un ángulo de  $18^\circ$ . Calcula la altura de la escultura.

Sol: La escultura mide 2,66 m

**20.-** ¿Cuál es la inclinación de una escalera de 4 m de altura que está apoyada sobre una pared si su base dista 2 m de ésta?

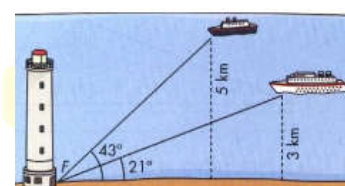
Sol: Inclinación de  $60^\circ$

**21.-** Dos barcos salen de un puerto con rumbos distintos formando un ángulo de  $58^\circ$ , y con velocidades de 18 y 22 nudos (1 nudo = 1 milla/hora). ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de una hora?

Sol: A 19,7 millas de distancia

**22.-** Calcula la altura de una torre sabiendo que la sombra que proyecta es de 108 m cuando el sol está elevado un ángulo de  $50^\circ$  sobre el horizonte.

Sol: La altura de la torre es de 128,71 m



**23.-** Desde el faro F se observa el barco A bajo un ángulo de  $43^\circ$  con respecto a la línea de la costa; y el barco B, bajo un ángulo de  $21^\circ$ . El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km. Calcula la distancia entre los barcos.

Sol: 3,16 km

**24.-** Si  $\alpha$  es un ángulo obtuso y  $\text{sen } \alpha = 0,4$ , ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

Sol:  $\text{Cos } \alpha = -0,9165$ ;  $\text{tg } \alpha = -0,4364$

**25.-** Observamos el punto más alto de una torre bajo un ángulo de  $72^\circ$  sobre la horizontal. Si nos alejamos 350 m, se ve bajo uno de  $31^\circ$ . ¿Cuánto mide la torre?

Sol: La altura de la torre es 261,3 m

**27.-** Alfonso vuela su cometa. Si ha soltado 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de  $52^\circ$ . ¿A qué altura, h, se encuentra?

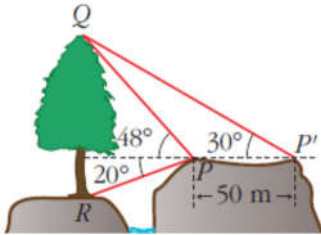
Sol: A 37 m de altura

**28.-** De un ángulo  $x$  se conoce la tangente que vale  $-3$  y se sabe, además, que  $\text{sen } x > \text{cos } x$ . Deduce en qué cuadrante se encuentra el ángulo y halla las restantes razones trigonométricas:

$$\text{Sol: } \frac{\pi}{2} < x < \pi \quad \text{sen } x = \frac{3\sqrt{10}}{10} \quad \text{cos } x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

**30.-** Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211m y el ángulo,  $43^\circ$ , bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. Calcula la distancia entre la iglesia y el depósito.

Sol: 144,93 m



**29.-** Halla la altura del árbol  $QR$  de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.

Sol: 79,82 m

**31.-** Si el coseno de un ángulo del segundo cuadrante vale  $-0,05$ , calcula las otras dos razones trigonométricas

Sol:  $\text{Sen } a = 0,9987$ ;  $\text{tg } a = -19,9750$

**32.-** Si  $a$  es un ángulo del  $3^\circ$  cuadrante y  $\text{sen } a = -0,9$ , calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol:  $\text{Cos } a = -0,4359$ ;  $\text{tg } a = 2,0647$

**33.-** Si  $a$  es un ángulo del  $4^\circ$  cuadrante y  $\text{tg } a = -5/3$ , calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol:  $\text{Cos } a = 0,514$ ;  $\text{Sen } a = -0,8575$

**34.-** Determina, sin calculadora, para qué ángulos comprendidos entre  $0$  y  $2\pi$  radianes se verifica que  $\text{sen } \alpha = 1/2$ ;  $\text{Cos } \beta = 1/2$  y  $\tan \phi = -1$ .

Sol:  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  ó  $\frac{5\pi}{6}$  rad.  $\beta = \frac{\pi}{3}$  ó  $\frac{5\pi}{3}$  rad.

**35.-** Completa la tabla sin utilizar la calculadora. ¿Hay varias soluciones posibles? Calcula además A, B y C:

	A = 210 ó 300	B = 30 ó 330	C = 45 ó 225
sen	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\pm \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
tg	$\mp \sqrt{3}$	$\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$	1

**36.-** El piloto de un avión observa un punto del terreno con un ángulo de depresión de  $30^\circ$ . 18 segundos más tarde, el ángulo de depresión obtenido sobre el mismo punto es de  $55^\circ$ . Si vuela horizontalmente y a una velocidad de 400 km por hora, halla la altura del vuelo.

Sol: La altitud de vuelo es de 1,94 Km

**37.-** Dos circunferencias de radios 15 y 9 cm son secantes. Las dos rectas tangentes comunes a ambas circunferencias se cortan formando un ángulo de  $45^\circ$ . Calcula la distancia del punto de corte de las rectas tangentes a los centros de las circunferencias.

Sol:  $d_1 = 23,52$  cm;  $d_2 = 39,2$  cm.

**38.-** En el momento de marcar Brasil el último gol a Alemania, en la final de la Copa del Mundo de Corea-Japón, Ronaldo estaba situado a 15 m del poste izquierdo y a 14 m del derecho y veía la portería bajo un ángulo de  $30^\circ$ . Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.

Sol: a 13,87 de la línea de Gol

**39.-** Pasa a radianes los siguientes ángulos:  $210^\circ$  y  $70^\circ$

Sol:  $210^\circ = 7\pi/6$ ;  $70^\circ = 7\pi/18$

**40.-** Comprueba que:

a)  $\text{tg}^2 \alpha (1 - \text{sen}^2 \alpha) = \text{sen}^2 \alpha$     b)  $\frac{1 + \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg} \alpha} = \frac{\cos \alpha + \text{sen} \alpha}{\cos \alpha - \text{sen} \alpha}$

**41.-** El coseno de un ángulo del primer cuadrante vale  $12/13$ . Calcula:

a)  $\text{sen}(180 + \alpha)$     b)  $\text{tg}(90 - \alpha)$     c)  $\cos(180 - \alpha)$     d)  $\text{sen}(-\alpha)$

Sol: a)  $-5/13$ ; b)  $12/5$ ; c)  $-12/13$ ; d)  $-5/13$

**42.-** Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas, expresando los resultados en radianes.

a)  $\text{tg } x = -2$     b)  $2 - 5 \cos x = 6$     c)  $\text{sen } x = 0,81$

Sol: a)  $x = -0,35 \pi + k \pi$     b)  $x_1 = 0,8 \pi + 2k \pi$ ;  $x_2 = 1,2 \pi + 2k \pi$ ; c)  $x_1 = 0,3 \pi + 2k \pi$ ;  $x_2 = 0,7 \pi + 2k \pi$

**43.-** Comprueba las siguientes identidades:

a)  $\frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{\sec^2 \alpha}{\tan^2(\alpha) - 1}$     b)  $\frac{\text{sen} \alpha \cos \alpha}{\text{tg} \alpha} = 1 - \text{sen}^2 \alpha$

c)  $(1 + \text{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha = 1$     d)  $\cos \alpha + \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$

**44.-** Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a)  $\text{tg}^2 x + 3 = 2 \cdot \sec^2 x$     b)  $2 \text{sen}^2 x + \cos x = 1$

c)  $2 \cos x = 3 \cdot \tan x$     d)  $2 \text{tg} x - 3 \cdot \cot x - 1 = 0$

e)  $\cos^2 x - 3 \cdot \text{sen}^2 x = 0$     f)  $3 \cdot \text{sen}^2 x - 5 \cdot \text{sen} x + 2 = 0$

Sol: a)  $x_1 = 45^\circ$ ;  $x_2 = 315^\circ$ ;  $x_3 = 135^\circ$ ;  $x_4 = 225^\circ$ ; b)  $x_1 = 0^\circ$ ;  $x_2 = 360^\circ$ ;  $x_3 = 120^\circ$ ;  $x_4 = 240^\circ$ ; c)  $x_1 = 30^\circ$ ;  $x_2 = 330^\circ$ ; d)  $x_1 = 45^\circ$ ;  $x_2 = 225^\circ$ ;  $x_3 = 303,7^\circ$ ;  $x_4 = 123,7^\circ$ ; e)  $x_1 = 30^\circ$ ;  $x_2 = -30^\circ$ ; f)  $x_1 = 90^\circ$ ;  $x_2 = 41,8^\circ$ ;  $x_3 = 318,2^\circ$

**45.-** Resuelve los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} \text{sen } x + \cos y = 3/2 \\ 3 \cdot \text{sen } x - 2 \cdot \cos y = 2 \end{cases}$     b)  $\begin{cases} \text{sen } x + \text{sen } y = 1 \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$

$x = 90^\circ + 360k$ ;  $y_1 = 60^\circ + 360k$ ;  $y_2 = 300^\circ + 360k$

$x_1 = 0 + 360k$ ;  $x_2 = 90 + 360k$ ;  $y_1 = 90 + 360k$ ;  $y_2 = 0 + 360k$

**46.-** Si  $\cos x = 1/\sqrt{5}$  y  $\pi < x < 2\pi$ . Halla el resto de sus razones trigonométricas.

Sol:  $\text{Sen } x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ;  $\tan x = 2$ ;  $\text{Sec } x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ;  $\text{Cosec } x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ;  $\cot x = \frac{1}{2}$

**47.-** Calcula el valor del seno, coseno y tangente del ángulo de  $120^\circ$ , relacionándolos con un ángulo del primer cuadrante.

Sol:  $\text{Sen } 120 = \text{Sen } 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\text{Cos } 120 = -\text{Cos } 60 = -1/2$ ;  $\text{tg } 120 = -\text{tg } 60 = -\sqrt{3}$

**48.-** Si  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{2}{3}$  y  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , calcular las razones trigonométricas de  $\alpha$ .

Sol:

$\text{Cos} \alpha = -\frac{2}{3}$ ;  $\text{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$  y  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

**48.-** El lado de la base de una pirámide cuadrangular regular mide 6 m y el ángulo  $APD = 60^\circ$ . Halla su volumen.

Sol:  $v = 36\sqrt{2} \text{ m}^3$

**49.-** Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista 6 cm con la diagonal de su base.

Sol:  $35^\circ 15' 52''$

**50.-** La base de un triángulo isósceles mide 64 cm y el ángulo que se forma entre sus lados iguales de  $40^\circ$ . Calcula su perímetro y su área.

Sol:  $P = 252,24$  cm;  $A = 2.831,04 \text{ cm}^2$

**51.-** De un triángulo sabemos que:  $\frac{\text{sen}(B + A)}{\text{sen}(B - A)} = 1$ .

Demuestre que se trata de un triángulo rectángulo en B.

**52.-** Sobre dos lados opuestos de un cuadrado de lado  $l$ , se construyen triángulos equiláteros hacia el interior del cuadrado y se obtiene un rombo mediante su intersección. Calcula el área de dicho rombo.

Sol:  $A = \frac{l^2(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}}$