1.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones polinómicas y racionales:

a) $f(x)=2x+1$ **b)** $f(x)=x^3-x-8$ **c)** $f(x)=x^2+x+1$

d) $f(x)=x^9-6x^4+9$ **e)** $f(x)=x^5-2x+6$ **f)** $f(x)=(x-1)^3$

g) $f(x)=\dfrac{1}{7-3x}$ **h)** $f(x)=\dfrac{1}{4x^2-1}$ **i)** $f(x)=\dfrac{7}{x^2-5}$

j) $f(x)=\dfrac{1}{x^3+1}$ **k)** $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$ **l)** $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^3+8}$

m) $f(x)=\dfrac{3}{2-x^2}$ **n)** $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^4+16}$ **ñ)** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4}$

o) $f(x)=\dfrac{2-x}{(x+1)^5}$ **p)** $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$ **q)** $f(x)=\dfrac{x+13}{x^4+x^3-3x^2-3x}$

r) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ **s)** $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+4x+8}{x^3-x^2-9x+9}$ **t)** $f(x)=\dfrac{7x+9}{81x^4-16}$

u) $f(x)=\dfrac{x}{x^6-7x^3-8}$ **v)** $f(x)=\dfrac{x-1}{x^4-3x^2-4}$ **w)** $f(x)=\dfrac{5x^3-8}{1+x+x^2}$

$Sol: a)...f)\mathbb{R}; g)\mathbb{R}-\{7/3\}; h)\mathbb{R}-\{\pm 1/2\}; i)\mathbb{R}-\{\pm\sqrt{5}\}; j)\mathbb{R}-\{-1\}; k)\mathbb{R}-\{\pm 1\}; l)\mathbb{R}-\{-2\}; m)\mathbb{R}-\{\pm\sqrt{2}\}; n)\mathbb{R}; ñ)\mathbb{R}; o)\mathbb{R}-\{-1\};$
$p)\mathbb{R}-\{2,-1,1\}; q)\mathbb{R}-\{0,-1,\pm\sqrt{3}\}; r)\mathbb{R}; s)\mathbb{R}-\{1,-3,3\}; t)\mathbb{R}-\{\pm 2/3\}; u)\mathbb{R}-\{-1,2\}; v)\mathbb{R}-\{\pm 2\}; w)\mathbb{R}$

2.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones irracionales:

a) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8$

b) $f(x)=\sqrt{2+x}-\sqrt{3-x}$

c) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$

d) $f(x)=\sqrt[3]{4-2x}$

e) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{4-2x}}$

f) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4-2x}}$

g) $f(x)=\sqrt[4]{x^2-5x+4}$

h) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$

i) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

j) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^3+27}$

k) $f(x)=\dfrac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

l) $f(x)=\sqrt{-2x^2+5x-3}$

m) $f(x)=\sqrt{3x-x^2+4}$

n) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

ñ) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

o) $f(x)=\sqrt[5]{x^2-1}$

p) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2-1}}$

q) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[4]{9-x^2}}$

r) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}$

s) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$

t) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$

u) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x}}$

υ) $f(x)=-4+\sqrt{x-1}$

w) $f(x)=\sqrt{4-2x}$

x) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{x-1}}$

y) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$

z) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$

α) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3-5x}}$

β) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$

γ) $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$

δ) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{x^4-1}}$

ϵ) $f(x)=\dfrac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

φ) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

$Sol: a)[0,+\infty); b)[-2,3]; c)(-\infty,-3]U(2,+\infty); d)\mathbb{R}; e)(-\infty,2); f)\mathbb{R}-\{2\}; g)(-\infty,1]U[4,+\infty); h)\mathbb{R}; i)[-1,4)U(4,+\infty); j)(-\infty,-3)U(-3,-2]U([2,+\infty); k)(-\infty,9);$
$l)[1,3/2]; m)[-1,4]; n)\mathbb{R}^+; ñ)\mathbb{R}^*; o)\mathbb{R}; p)\mathbb{R}-\{\pm 1\}; q)(-3,3); r)(-\infty,0)U([1,+\infty); s)(-\infty,-2]U(2,+\infty); t)(-\infty,-2)U(2,6)U(6,+\infty); u)\mathbb{R}^*; \upsilon)[1,+\infty); w)(-\infty,2];$
$x)(1,+\infty); y)\mathbb{R}-\{1,2\}; z)(2,+\infty); \alpha)\mathbb{R}-\{0,\pm\sqrt{5}\}; \beta)\mathbb{R}-\{2\}; \gamma)(-\infty,-7]U[0,+\infty); \delta)\mathbb{R}-\{\pm 1\}; \varepsilon)\mathbb{R}-\{9\}; \varphi)[-1,1)$

3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\ln(-3x+2)$

b) $f(x)=\log\sqrt{-3x}$

c) $f(x)=\ln(5-x^2)$

d) $f(x)=\ln\sqrt[3]{x-1}$

e) $f(x)=\ln(x^2-3x+2)$

f) $f(x)=\log(x^2-3)$

g) $f(x)=\log\left(\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}\right)$

h) $f(x)=\sqrt{\ln x-1}$

i) $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

j) $f(x)=\log\left(\dfrac{x+7}{x}\right)$

k) $f(x)=\dfrac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

l) $f(x)=5^{x-2}$

m) $f(x)=5^{\sqrt{1-x}}$

n) $f(x)=2^{\sqrt{x-2}}$

ñ) $f(x)=2^{\sqrt{x-2}}$

o) $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1}$

p) $f(x)=(2x-5)^{9-x}$

q) $f(x)=(3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

r) $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x-4}$

s) $f(x)=\sqrt{e^x-1}$

y) $f(x)=\sqrt[3]{e^x-1}$

u) $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^x-2}$

v) $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

w) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$

x) $f(x)=\log\sqrt{9-x^2}$

y) $f(x)=\dfrac{\log(x+7)}{x}$

z) $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x-1)}$

Sol: a) $(-\infty,\frac{2}{3})$; b) $\mathbb{R}$; c) $\left(-\sqrt{5},\sqrt{5}\right)$; d) $(1,+\infty)$; e) $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$; f) $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},+\infty\right)$; g) $(-5,-1)\cup(2,3)$; h) $(e,+\infty)$; i) $(3,+\infty)$; j) $(-\infty,-7]\cup(0,+\infty)$; k) $(-2,+\infty)$; l) $\mathbb{R}$; m) $(-\infty,-1)$; n) $[0,+\infty)$; ñ) $(2,+\infty)$; o) $\mathbb{R}$; p) $\mathbb{R}$; q) $(-2,2)$; r) $\mathbb{R}-\{2\}$; s) $\mathbb{R}^+$; t) $\mathbb{R}$; u) $(0,\ln 2)\cup(\ln 2,+\infty)$; v) $(-2,-1)\cup(1,+\infty)$; w) $\mathbb{R}$; x) $(-3,3)$; y) $(-7,0)\cup(0,+\infty)$; z) $(2,+\infty)$

4.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2+|x-3|$

b) $f(x)=\ln|x-1|$

c) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{1-|x|}}$

d) $f(x)=\left|\dfrac{2}{x-2}\right|$

e) $f(x)=\dfrac{1}{|\ln x-1|}$

f) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2}{x^2-2}\right)$

g) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2+7x^3}{x^2+9}\right)$

h) $f(x)=\dfrac{1-x}{x^2-|x|}$

i) $f(x)=\dfrac{1-x}{|4x|-x^2}$

j) $f(x)=\dfrac{2}{|x|-2}$

k) $f(x)=\dfrac{2x-5}{senx}$

l) $f(x)=sen\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}}$

m) $f(x)=\cos\left(\dfrac{x}{x^3-x}\right)$

n) $f(x)=\dfrac{1}{\ln|x-1|}$

ñ) $f(x)=|\ln x-1|$

Sol: a) $\mathbb{R}$; b) $\mathbb{R}-\{1\}$; c) $\mathbb{R}-\{\pm 1\}$; d) $\mathbb{R}-\{2\}$; e) $(0,e)\cup(e,+\infty)$; f) $\mathbb{R}-\left\{\pm\sqrt{2}\right\}$; g) $\mathbb{R}$; h) $\mathbb{R}-\{\pm 1\}$; i) $\mathbb{R}-\{\pm 4\}$; j) $\mathbb{R}-\{\pm 2\}$; k) $\mathbb{R}-\{k\pi\}$; l) $(1,+\infty)$; m) $\mathbb{R}-\{-1,0,1\}$; n) $(1,+\infty)$; ñ) $\mathbb{R}^+$

5.- Dadas las siguientes funciones, efectúa las operaciones que se indican, indicando el dominio de la función resultante:

$$f(x)=\frac{1}{x^2-4}\qquad g(x)=x^2-6\qquad h(x)=\frac{6x}{x^2-4}\qquad p(x)=\sqrt{x+1}\qquad j(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

$$k(x)=\frac{x+2}{x^2-1}\qquad l(x)=\sqrt{x^2-4x+3}\qquad m(x)=x-4\qquad s(x)=\frac{3-x}{x-1}\qquad r(x)=\frac{2x-1}{x+3}$$

a) $f+g$ **b)** g/p **c)** $p\circ j$ **d)** $j+k$ **e)** $g\circ m$ **f)** $s\circ p$ **g)** $j-r$ **h)** $m\circ g$ **i)** $r\circ s$ **j)** $j-s$ **k)** $f\circ m$ **l)** m^{-1} **m)** $h\cdot k$ **n)** $m\circ j$ **o)** j^{-1} **p)** $j\cdot s$ **q)** $p\circ r$ **r)** r^{-1} **s)** k/s **t)** s^{-1} **u)** g^{-1}

6.- Comprueba si los siguientes puntos están en los dominios de cada función:

a) Los puntos x=3, x=2 y x=-5 en la función $f(x)=\sqrt{x+1}$

b) Los puntos x=3, x=4 y x=5 en la función $f(x)=\ln(x-4)$

c) Los puntos x=2, x=-2 y x=0 en la función $f(x)=\dfrac{3x-6}{x+2}$

Sol: a) si, si, no; b) no, no, si; c) Si, no, si

7.- Estudia si los valores de la ordenada, y, están incluidos en los recorridos de estas funciones:

a) Las ordenadas y=3, y=2 e y=-5 en la función $f(x)=\sqrt{3x-3}$

b) Las ordenadas y=0, y=30 e y=-3 en la función $f(x)=x^2-5x+6$

c) Las ordenadas y=1, y=13/6 e y=-7 en la función $f(x)=\dfrac{2x-5}{x+2}$

Sol: a) si, si, no; b) y c) Todas sí.

8.- Sean las funciones: $f(x)=3x+2$ y $g(x)=\dfrac{x+3}{2x+1}$,calcular: **a)** $g\circ f$; **b)** $f\circ g$

Sol: $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(3x+2)=\dfrac{3x+5}{6x+5}$ $\quad (f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\dfrac{x+3}{2x+1}\right)=\dfrac{7x+11}{2x+1}$

9.- Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$; $g(x)=\dfrac{2x-1}{2x+1}$ y $h(x)=\dfrac{1}{x}$, calcular: **a)** $g\circ f$; **b)** $f\circ g$; **c)** $h\circ g\circ f$; **d)** $h\circ f\circ g$; **e)** f^{-1} ; **f)** Probar que $f^{-1}\circ f=I$; **g)** Probar que: $f\circ f^{-1}=I$

Sol: $a)(g\circ f)(x)=\dfrac{3-2x}{2x+1};b)(f\circ g)(x)=\dfrac{2x+1}{2x-3};c)(h\circ g\circ f)(x)=\dfrac{2x+1}{3-2x};d)(h\circ f\circ g)(x)=\dfrac{2x-3}{2x+1}$

10.- Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{x+2}{2x+1}$ y $g(x)=\sqrt{x}$, Calcular: **a)** $g\circ f$, **b)** $f\circ g$, **c)** f^{-1} , **d)** Probar que $f^{-1}\circ f=I$

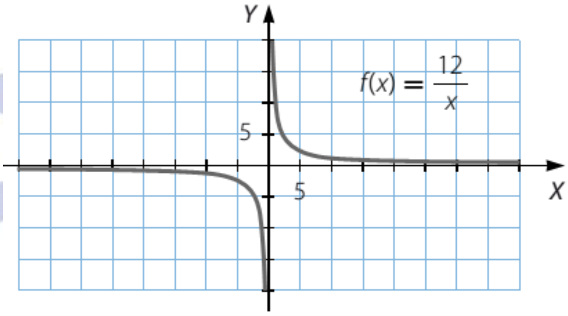
Sol: $a)(g\circ f)(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{2x+1}};b)(f\circ g)(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1};c)f^{-1}(x)=\dfrac{2-x}{2x-1}$

11.- Dadas las funciones: $f(x)=sen^2x$ y $g(x)=\cot^2 5x$, calcular:
a) $f\circ g$, **b)** $g\circ f$

Sol: $a)(f\circ g)(x)=sen^2\left(\cot^2(5x)\right);b)(g\circ f)(x)=\cot^2\left(5sen^2(x)\right)$

12.- A partir de la gráfica de la derecha, obtén la gráfica de estas funciones:

$a)\ g(x)=\dfrac{12}{x-2}\quad b)\ h(x)=\dfrac{12}{x+4}\quad c)\ i(x)=\dfrac{12}{x}+1\quad d)\ j(x)=-\dfrac{12}{x}$



13.- Comprueba con las funciones $f(x)=\sqrt{x+1}$ y $g(x)=3x-2$ que la composición de funciones no es conmutativa. Calcula además el dominio de $f\circ g$ y de $g\circ f$.

Sol: $a)(f\circ g)(x)=\sqrt{3x-1};\ Dom(f\circ g)=\left[\dfrac{1}{3},+\infty\right);\ b)(g\circ f)(x)=3\sqrt{x+1}-2;\ Dom(f\circ g)=[-1,+\infty)$

14.- Determina $f^{-1}\circ f$ y $f\circ f^{-1}$ en los pares de funciones siguientes para comprobar si son inversas o no.

$a)\begin{cases} f(x)=3x-1 \\ f^{-1}(x)=\dfrac{1}{3}x+1 \end{cases}\quad b)\begin{cases} f(x)=2^x \\ f^{-1}(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x \end{cases}\quad c)\begin{cases} f(x)=2^x \\ f^{-1}(x)=\log_2 x \end{cases}\quad d)\begin{cases} f(x)=\sin x \\ f^{-1}(x)=arcsen\ x \end{cases}\quad e)\begin{cases} f(x)=x^2+1 \\ f^{-1}(x)=\sqrt{x-2} \end{cases}$

Sol: a) No; b) No, c), d) y e) si lo son.

15.- Calcula la inversa de las siguientes funciones: $a)\ y=2x+5\qquad b)\ y=\dfrac{3-x}{2}\qquad c)\ y=\sqrt[3]{2x-3}$

Sol: a) (x-5)/2; b) 3-2x; c) $(x^3+3)/2$

16.- Calcula las inversas de las siguientes funciones: $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}\qquad g(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

Sol: $f^{-1}(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right);\quad g^{-1}(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

17.- Si la función definida por $f(x)=\dfrac{cx}{2x+3}$, con $x\neq-\dfrac{3}{2}$ verifica que $f(f(x))=x$, ¿cuánto vale c?

Sol: c=-3.

18.- Dibuja funciones que cumplan las siguientes propiedades:

a) Su dominio y su recorrido son todos los números reales

b) Su dominio es $\mathbb{R}-\{1\}$

c) Es creciente y su dominio es $\mathbb{R}-\{-1,2\}$

d) Es logarítmica y su dominio es $(3,+\infty)$

e) Es logarítmica y su dominio es $(-\infty,-2)$

f) Es Exponencial y su dominio es $\mathbb{R}^*$

19.- Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones *p(x)* y *q(x)* a partir de *f(x)* y *g(x)*, siendo:

$$f(x)=2x-3 \qquad g(x)=\sqrt{x-2} \qquad p(x)=2\sqrt{x-2}-3 \qquad q(x)=\sqrt{2x-5}$$

Sol: $p(x)=(f\circ g)(x)$ $\qquad q(x)=(g\circ f)(x)$

20.- Sabiendo que: $f(x)=3x^2$ y $g(x)=\dfrac{1}{x+2}$, explica cómo se pueden obtener por composición, y a partir de ellas, las siguientes funciones: $p(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$ $\qquad q(x)=\dfrac{1}{3x^2+2}$

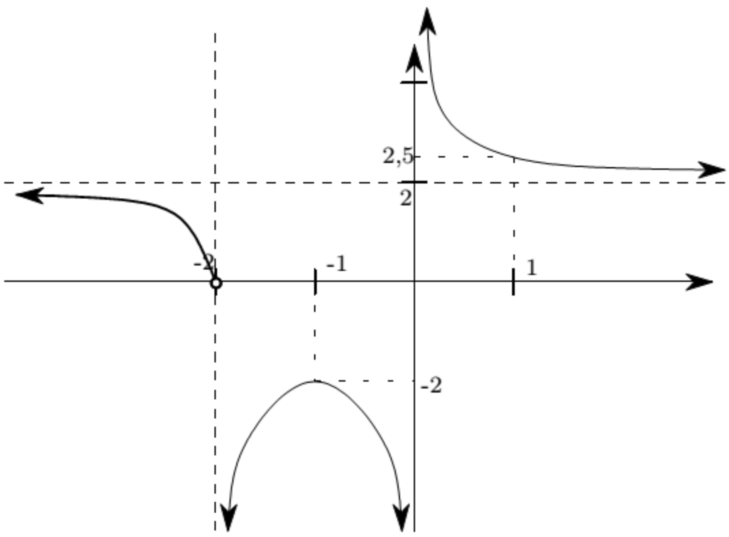
Sol: $p(x)=(f\circ g)(x)$ $\qquad q(x)=(g\circ f)(x)$

21.- Escriba la función v(x) = $\sqrt{x+4}$ como la composición de dos funciones.

22.- Escriba la función w(x) = $x^2 + 4x + 4$ como la composición de dos funciones.

23.- Escriba la función s(x) = $x^2 + 3x + 2$ como **a)** el producto de dos funciones; **b)** la suma de dos funciones.

24.- En la siguiente gráfica, calcula los siguientes límites:



(a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$

(c) $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$

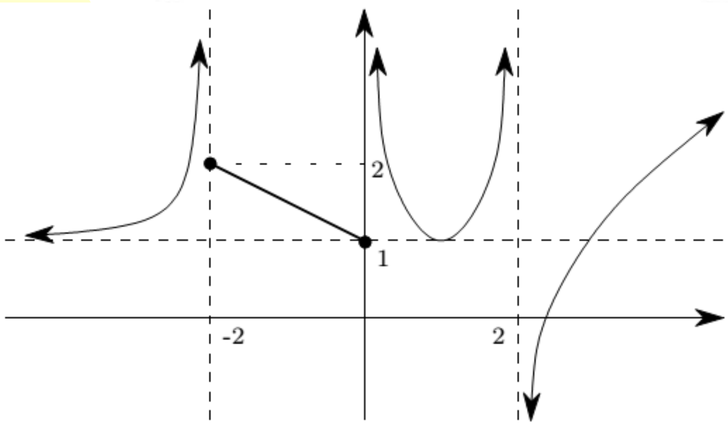
(d) $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

(e) $\lim\limits_{x\to1} f(x)$

(f) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Sol: a) 2; b)0 y -∞; c)2; d)- ∞ y +∞; f) 2

25.- Calcula los límites:



(a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$

(c) $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

(d) $\lim\limits_{x\to2} f(x)$

(e) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Sol: a) 1; b)+∞; c)1 y +∞; d) +∞ y -∞; e) +∞

26.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+6}{5x-1}$ **b)** $\lim_{x\to 4} \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x-1}}$ **c)** $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} Sen(x-a)$

d) $\lim_{x\to \pi} \mathrm{Cos}\,3x$ **e)** $\lim_{x\to 0} \dfrac{4-\sqrt{16+x}}{x}$ **f)** $\lim_{x\to 4} \sqrt{\dfrac{25-(x+1)^2}{5+(x+1)}}$

g) $\lim_{x\to 4} \sqrt[3]{x+4}$ **h)** $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2+x}{x-1}$ **i)** $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} Sen2x + \mathrm{Cos}\,2x$

Sol: a) 4/9; b) –1 c) 2 d) $\sqrt{5}$ e) N.E. f) 0 g) 0; h) Cos(a); i) –1

27.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x^3-2x^2+4x}{-5x-2x^3}$ **i)** $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{7+x}-3}$ **p)** $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-4}$

b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x+2}$ **j)** $\lim_{x\to 0} \dfrac{5x}{\sqrt{1-x}-1}$ **q)** $\lim_{x\to +\infty} \left(8x-\sqrt{16x^2-3x}\right)$

c) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x^2-2x+8}{2x^2-5}$ **k)** $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}$ **r)** $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3+4x^2+x-6}$

d) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{3x^2-x+1}{\sqrt{x^6+1}}$ **l)** $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-4x^2+4x-3}$ **s)** $\lim_{x\to a} \dfrac{x^2-ax}{x^2+ax-2a^2}$

e) $\lim_{x\to 1} \dfrac{5x}{x-1}$ **m)** $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$ **t)** $\lim_{x\to 0} \dfrac{x+x^2}{2-\sqrt{x+4}}$

f) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x^3-4x^2+4x-1}$ **n)** $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3+x^2+5}{x^3+x-3}$ **u)** $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2}-\dfrac{x^4+x+1}{x^3+x}\right)$

g) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ **ñ)** $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{4x^2+x}-2x\right)$ **v)** $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2-5}-(2x-3)\right)$

h) $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}\right)$ **o)** $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{1+2x}{\sqrt{1+x^2}}$ **w)** $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2+4x+2}-\sqrt{4x^2-5x+2}\right)$

Sol: a)–1/2; b)0; c)½; d)0; e)No existe; f)–2; g)1; h)0; i)24; j)-10; k)2; l)13/7; m)8; n)-7; ñ)¼; o)2; p) $\dfrac{\sqrt{2}}{16}$; q)+∞; r)1/6; s) 1/3; t) –4; u) 0; v)3; w) 9/4.

28.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5x}{\sqrt{1-x}-1}$ **g)** $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)$ **m)** $\lim_{x\to 2} (x-1)^{\frac{3}{x-2}}$

b) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{4x^4-3x}{1-3x^3}$ **h)** $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{10x-3}{5x+3}\right)^{\frac{-x^2+3}{2x}}$ **n)** $\lim_{x\to 1} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2+1}\right)^{\frac{3}{x-1}}$

c) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x^2-1}}$ **i)** $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$ **ñ)** $\lim_{x\to 1} \left(\dfrac{5x-2}{4x+3}\right)^{2x}$

d) $\lim_{x\to \infty} \sqrt[3]{\dfrac{-27x^2+1}{2+x^2}}$ **j)** $\lim_{x\to 1} \left(\dfrac{x-3}{2x-5}\right)^{\frac{x^2+1}{x^2-4x+4}}$ **o)** $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x^2+3x}{2x^2-5}\right)^{2x+1}$

e) $\lim_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ **k)** $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+3}{3x-1}\right)^{\frac{4x+1}{x}}$ **p)** $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2-8}\right)^{\frac{x^2}{2}}$

f) $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+5}\right)$ **l)** $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{\frac{3x^2}{x-1}}$ **q)** $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{4x+7}{4x-5}\right)^{\frac{x^2}{x-1}}$

Sol: a)–10; b) +∞; c) $\sqrt{2}$ –1; d)–3 ; e) ¼ ; f) 0 ; g)–1; h) 0 ; i) 4/3; j) 4/9; k) 16/81; l) e^6 ;m) e^3; n) $e^{3/2}$; ñ) e^{-2} ; o) e^3 ;p) $e^{9/2}$ q) e^3

29.- Determinar el valor de a para que: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right)$

Sol: a=4

30.- Calcular: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right)$

Sol: a/2

31.- Calcular el límite de la función $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x^2}$, en el punto 0, en el punto 1 y en $+\infty$

Sol: a) 1/; b) 1-cos1; c) 0

32.- Calcular el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^x$

Sol: e^2

33.- Calcular el valor de la constante c para que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{cx}=e$

Sol: c=1/3

34.- Estudiar en el cuerpo real la continuidad de la función definida por: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x}{e^x+1} & \text{si } x\le 0\\ x^2+1 & \text{si } x>0\end{cases}$

Sol: Así que la función f(x) es una función continua en $\mathbb{R}-\{0\}$, donde presenta una discontinuidad de salto.

35.- Determinar a y b para que la función definida por $f(x)=\begin{cases} ae^{\frac{sen^2x}{x}}+b\cos x & \text{si } x\le 0\\ 3a\dfrac{senx}{x}+b(x-1) & \text{si } x>0\end{cases}$ sea continua.

Sol: No existen a y b, porque en x=0 no está definida.

36.- Probar que la función definida por $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3+7x-8}$ no es continua en x=1. Indicar que tipo de discontinuidad presenta.

Sol: La función no está definida en x=1, por tanto no es continua, presenta una discontinuidad de segunda especie, llamada d. asintótica.

37.- Halla los valores de a y b para que la función f sea continua: $f(x)=\begin{cases}-3senx & si \quad x\le\dfrac{\pi}{2}\\ a\cdot senx+b & si \quad -\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\\ \cos x & si \quad x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

Sol: a=-3/2; b=3/2

38.- El manual de usuario de un vehículo afirma que el ruido producido por el motor sigue aproximadamente la fórmula:

$$r = at^2 + 2{,}8t + 8$$

donde t es el número de años de antigüedad del vehículo; a es un número fijo, que se denomina coeficiente de atenuación, y r es el nivel de ruido, medido en decibelios.
La semana pasada llevé mi vehículo a pasar la revisión de los cuatro años y en el informe figura que la medición fue de 27 decibelios.

a) ¿Cuál es el coeficiente de atenuación?
b) ¿Cuántos decibelios producirá a los ocho años?

Sol: a) a = 0,4875; b) 61,6 decibelios.

39.- En una circunferencia de 5 cm de radio se inscribe un rectángulo de lado x.

a) Expresa el área en función de x. ¿Cuál es su dominio?
b) Realiza un tanteo para determinar el máximo valor que puede tomar esa función. ¿Cuánto medirán los lados del rectángulo en ese caso?
c) ¿Qué tanto por ciento de la superficie del círculo ocupa el rectángulo?

Sol: a) Dom [0,10]; b) 7 y 7,1; c) 63,64 %.

40.- Una farola tiene 7 m de altura. En su base hay una persona de 1,80 m de altura que empieza a andar en línea recta, alejándose de la farola a una velocidad de 2 m/s. Al cabo de 10 segundos, ¿cuál será la longitud de su sombra? Halla una función que exprese la longitud de la sombra en función del tiempo, t, que se camina.

Sol: Sombra de 6,92 m; $f(t)=\dfrac{9}{13}t$