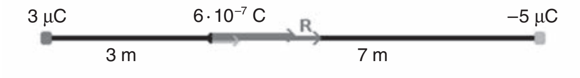
Actividad de refuerzo pág. 357

Calcula la fuerza eléctrica que ejercen dos cargas eléctricas, de 3 μC y –5 μC, separadas 10 cm sobre otra carga de $6 \cdot 10^{-7}$ C situada entre ambas en la línea que las une y a 3 cm de la primera. ¿Y si todas las fuerzas fueran positivas?

Solución:



Aplicando la Ley de Coulomb a cada una:

$$F_1 = K\frac{q_1\, q}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(3 \cdot 10^{-2}\text{ m})^2} = 18 \text{ N}$$

$$F_2 = K\frac{q_2\, q}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(7 \cdot 10^{-2}\text{ m})^2} = -5{,}5 \text{ N}$$

La primera es repulsiva y la segunda es atractiva, por lo que se dirigen hacia el mismo sentido.

F_R = 18 N + 5,5 N = 23,5 N hacia la carga negativa.

Si todas las fuerzas fueran positivas, las dos componentes serían opuestas, por lo que la resultante sería la diferencia:

F_R = 18 N – 5,5 N = 12,5 N hacia la carga negativa.

Actividad de ampliación pág. 358

Por encima de una carga *Q*, de $3{,}2 \cdot 10^{-7}$ C, y a 10 cm de ella, se encuentra una carga q_1 de –2,8 μC. A 30 cm a la derecha de *Q* se encuentra otra carga q_2 de 6,5 μC. ¿En qué punto (distancia y ángulo sobre la horizontal) debemos situar una carga de 10 μC para que la carga *Q* no experimente ningún tipo de fuerza eléctrica?

Solución:

La fuerza que ejerce q_1 sobre *Q* vale:

$$F_1 = K\frac{q_1\, Q}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(10^{-1}\text{ m})^2} = 0{,}81 \text{ N hacia arriba}$$

y la que ejerce q_2 es igual a $F_2 = K\frac{q_2\, Q}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot$

$$\cdot \frac{6{,}5 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(3 \cdot 10^{-1}\text{ m})^2} = 0{,}21 \text{ N hacia la izquierda}$$

Por lo tanto, la fuerza que ejerce la última carga, q_3, debe valer 0,81 N hacia abajo y 0,21 N hacia la derecha, por lo que

$$d_{3x} = \sqrt{K\frac{q_3\, Q}{F_{3x}}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{0{,}21 \text{ N}}} = 0{,}37 \text{ m}$$

hacia la izquierda de *Q* para que la repela hacia la derecha.

$$d_{3y} = \sqrt{K\frac{q_3\, Q}{F_{3y}}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{0{,}81 \text{ N}}} = 0{,}19 \text{ m}$$

hacia arriba de *Q* para que la repela hacia abajo.

La distancia a la carga *Q* vendrá dada por la hipotenusa del triángulo rectángulo que forman ésta y las dos componentes que hemos hallado:

$$d_3 = \sqrt{d_{3y}^2 + d_{3x}^2} = \sqrt{(0{,}19 \text{ m})^2 + (0{,}37 \text{ m})^2} = 0{,}42 \text{ m}$$

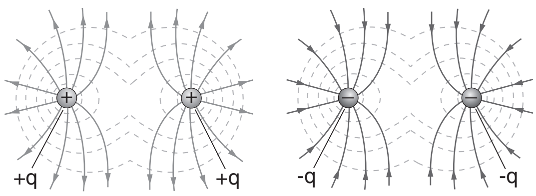
Y el ángulo vendrá dado por $\text{tg}\ \alpha = \frac{d_{3y}}{d_{3x}} = \frac{-0{,}19 \text{ m}}{0{,}37 \text{ m}} = -0{,}51 \Rightarrow$

$\Rightarrow 152°49'$

El ángulo es en el segundo cuadrante por los propios resultados del problema. En la tangente hemos puesto signo a la distancia d_{3y}, puesto que es hacia la izquierda, y en los ángulos es importante el sentido.

Actividad de refuerzo pág. 361

Dibuja el campo que crean dos cargas iguales del mismo signo (los dos casos: positivas y negativas) separadas una cierta distancia.



Actividades de refuerzo pág. 362

1. Calcula el potencial eléctrico debido a dos cargas eléctricas, de 1,3 μC y –2,8 μC y separadas 35 cm, en un punto situado entre ambas, en la línea que las une y a 10 cm de la segunda. ¿Y el que se crea a 10 cm de la segunda pero alejándose de la primera?

Solución:

Hay que tener en cuenta que el potencial es una magnitud escalar, por lo que

$$V_1 = K\frac{q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{25 \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 4{,}7 \cdot 10^7 \text{ V}$$

$$V_2 = K\frac{q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{10^{-1}\text{ m}} = -2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Se suman como escalares que son, por lo que

$V_R = 4{,}7 \cdot 10^4 \text{ V} - 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V} = -2{,}0 \cdot 10^5$ V.

Si ahora lo calculamos por fuera de las dos cargas, el valor debido a la segunda carga sería el mismo, pero no así el debido a la primera:

$$V_1 = K\frac{q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{35 \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 3{,}3 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Sumándolos:

$$V_R = 3{,}3 \cdot 10^4 \text{ V} - 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V} = -2{,}2 \cdot 10^5 \text{ V}$$

2. Si con la distribución de cargas del problema anterior llevamos la carga del primer punto hasta el segundo siguiendo una línea recta (pasando por el punto donde se encuentra la carga negativa), ¿cómo varía el potencial? ¿Hacia dónde se dirige en cada momento?

Solución:

Como se va acercando a la carga negativa, el potencial que ésta crea se hace fuertemente negativo, por lo que el potencial irá disminuyendo hasta alcanzar el valor ∞ cuando nos encontramos en el punto donde se encuentra la carga negativa. Luego aumenta (se hace menos negativo), ya que se aleja de las dos (el efecto de la carga negativa siempre es mayor, por ser mayor el valor absoluto de la carga y estar más cerca).

Pregunta trampa: El potencial es una magnitud escalar y por lo tanto no se dirige hacia ningún lado. Es un simple valor numérico con su unidad correspondiente.

Actividad de refuerzo pág. 363

Calcula la diferencia de potencial que hay entre dos puntos de una distribución de cargas eléctricas si sabemos que una carga de $4 \cdot 10^{-7}$ C, al desplazarse entre ellos, realiza un trabajo de $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ J. ¿Cuál de los puntos está a mayor potencial?

Solución:

Aplicando la fórmula del trabajo y la diferencia de potencial:

$$W_{AB} = q\,(V_A - V_B) \text{ por lo que}$$

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}{4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}} = 8000\ \text{V}$$

Como la carga es positiva y realiza ella el trabajo es porque se aleja de las cargas positivas y se acerca a las negativas, por lo que se acerca a potenciales decrecientes. Está a mayor potencial el punto de partida.

Actividades de refuerzo pág. 364

1. Por la sección perpendicular de un cable conductor contabilizamos que pasan $2{,}55 \cdot 10^{22}$ electrones cada hora. Calcula la intensidad de la corriente que atraviesa el conductor.

***Datos:* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

Solución:

La intensidad viene dada por

$$I = \frac{q}{t} = \frac{2{,}55 \cdot 10^{22}\ \text{e}^- \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \dfrac{\text{C}}{\text{e}^-}}{1\ \text{h} \cdot \dfrac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}}} = 1{,}13\ \text{A}$$

2. Sabemos que la intensidad de corriente que circula por una cuba electrolítica es de 3 mA. ¿Cuál es la carga eléctrica que atraviesa la cuba en 10 minutos? ¿Cuántos electrones se acumulan en un electrodo en ese tiempo?

***Datos:* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

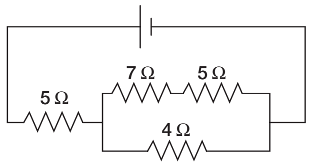
Solución:

$$Q = I\,t = 3\ \text{mA} \cdot \frac{1\ \text{A}}{1000\ \text{mA}} \cdot 10\ \text{min} \cdot \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 1{,}8\ \text{C}$$

$$\text{n.º e}^- = 1{,}8\ \text{C} \cdot \frac{1\text{e}^-}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}1 \cdot 10^{19}\ \text{electrones}$$

Actividad de refuerzo pág. 366

Calcula la resistencia equivalente a la asociación de resistencias del circuito siguiente:



Solución:

La resistencia equivalente al ramal superior de la derivación es: $R_A = 7\ \Omega + 5\ \Omega = 12\ \Omega$

La de toda la derivación es:

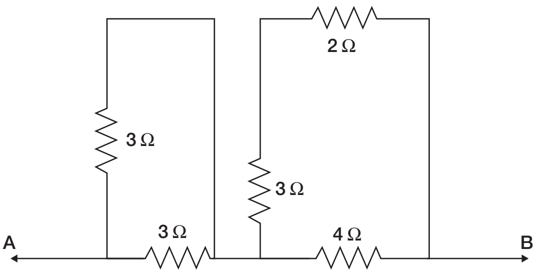
$$R_B = \frac{R_A\,R_4}{R_A + R_4} = \frac{12\ \Omega \cdot 4\ \Omega}{12\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{48\ \Omega^2}{16\ \Omega} = 3\ \Omega$$

La resistencia total es $R_T = 5\ \Omega + 3\ \Omega = 8\ \Omega$

Actividad de ampliación pág. 366

***Nota:* Muchas veces le damos tan claro el dibujo de las resistencias que no tienen ni que pensar cómo se asocian. Este problema pretende complicarles un poco la distribución de las resistencias.**

Calcula la resistencia equivalente a la asociación de resistencias del tramo de circuito siguiente:



Solución:

La resistencia equivalente al ramal de la izquierda (paralelo) es:

$$R_A = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3\ \Omega \cdot 3\ \Omega}{3\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{9\ \Omega^2}{6\ \Omega} = \frac{3}{2}\ \Omega$$

La resistencia equivalente al ramal superior de la derivación que hay a la derecha es

$$R_B = R_3 + R_4 = 3\ \Omega + 2\ \Omega = 5\ \Omega$$

La de toda la derivación es:

$$R_c = \frac{R_B\,R_5}{R_B + R_5} = \frac{5\ \Omega \cdot 4\ \Omega}{5\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{20\ \Omega^2}{9\ \Omega} = \frac{20}{9}\ \Omega$$

La resistencia total es

$$R_T = R_A + R_C = \frac{3}{2}\ \Omega + \frac{20}{9}\ \Omega = \frac{67}{18}\ \Omega = 3{,}7\ \Omega$$

Actividad de refuerzo pág. 368

Las bombillas habituales que venden en las tiendas de electricidad, para utilizar con voltajes de 220 V, oscilan entre 25 y

300 W. ¿Cuál es la que tiene la resistencia mayor y cuánto vale? Contesta la misma pregunta pero para la de resistencia menor.

Si las conectáramos a una corriente de 125 V, ¿qué magnitudes físicas cambiarían? ¿Lucirían más o menos?

Solución:

Como $P = V\,I$ y $V = I\,R \Rightarrow P = \frac{V^2}{R}$, de donde $R = \frac{V^2}{P}$, por lo que tendrá mayor resistencia la de menor potencia: $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\ \text{V})^2}{25\ \text{W}} = 1{,}9 \cdot 10^3\ \Omega$

y la menor será $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\ \text{V})^2}{300\ \text{W}} = 1{,}6 \cdot 10^2\ \Omega$

Al conectarla a una diferencia de potencial menor no varía la resistencia, al ser debida a la propia constitución interna de la bombilla. Como V varía sin hacerlo R, la potencia varía, ya que hay una fórmula que relaciona directamente las tres magnitudes. Lo mismo ocurre para I.

Al disminuir V sin variar R, el valor de la potencia disminuye, por lo que las bombillas lucirían menos. En el caso contrario las bombillas lucirían más, pero a costa de emitir más energía de la que deberían, y por eso se funden rápidamente.

Actividad de ampliación pág. 369

Conectamos una batería de fem ε = 12 V y resistencia interna r = 0,65 Ω a un circuito de iluminación donde colocamos en paralelo 4 bombillas que marcan 12 V y 40 W.

a) **¿Qué valor tiene la resistencia equivalente del circuito sin tener en cuenta la batería?**

b) **¿Qué intensidad real recorre el circuito?**

c) **¿Cuál es la diferencia de potencial real que existe entre los bornes de cada bombilla?**

d) **¿Qué potencia real disipa cada bombilla?**

e) **¿Cuántas calorías desprende la batería si está en funcionamiento 3 horas?**

Solución:

a) $R_1 = \frac{V^2}{P} = \frac{(12\ \text{V})^2}{40\ \text{W}} = 3{,}6\ \Omega$

Como son 4 bombillas de la misma resistencia:

$$R_T = \frac{R_1\,R_2\,R_3\,R_4}{4\,R_2\,R_3\,R_4} = \frac{R_1}{4} = 3{,}6\ \Omega/4 = 0{,}9\ \Omega$$

b) Aplicando la Ley de Ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12\ \text{V}}{0{,}65\ \Omega + 0{,}9\ \Omega} = 7{,}7\ \text{A}$$

c) Por cada bombilla pasa la cuarta parte de la intensidad total, por lo que

$$V = I\,R = \frac{7{,}7\ \text{A}}{4} \cdot 3{,}6\ \Omega = 6{,}9\ \text{V}$$

d) $P = V\,I = 6{,}9\ \text{V} \cdot \frac{7{,}7\ \text{A}}{4} = 13{,}3\ \text{W}$

e) $E = P\,t = R\,I^2\,t = 0{,}65\ \Omega \cdot (7{,}7\ \text{A})^2 \cdot 3\ \text{h} \cdot 3\,600\ \text{s/h} =$

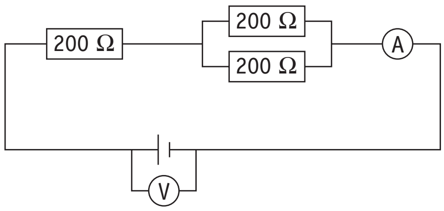
$= 4{,}2 \cdot 10^5\ \text{J} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J} = 100\ \text{kcal}$

Es aproximadamente la cantidad de calor necesaria para llevar 1 L de agua desde el punto de fusión al de ebullición.

Evaluación

1. Dibuja un circuito que contenga dos resistencias de 200 Ω en paralelo entre ellas, que se encuentran en serie con otra resistencia de 200 Ω, donde haya un voltímetro que mida la diferencia de potencial total del circuito (marcado con la letra V) y un amperímetro (marcado con la letra A) que mida la intensidad de corriente total que circula por el circuito. Si la fuente de alimentación es corriente continua de 14 V, calcula la resistencia equivalente del circuito y la intensidad que marcaría el amperímetro.

Solución:



La resistencia equivalente de las dos resistencias en paralelo vale:

$$R_{eq} = \frac{200\ \Omega \cdot 200\ \Omega}{200\ \Omega + 200\ \Omega} = 100\ \Omega$$

La resistencia total será por tanto:

$$R_T = 100\ \Omega + 200\ \Omega = 300\ \Omega$$

La intensidad se saca de la Ley de Ohm, $V = I\,R$, de donde

$I = 14\ \text{V}/300\ \Omega = 0{,}047\ \text{A}$.

2. Calcula los minutos que debe estar en funcionamiento una resistencia de 2 000 Ω para que desprenda una cantidad de calor de 5 000 cal cuando se conecta a una fuente de alimentación que suministra 220 V.

Solución:

La Ley de Ohm nos permite saber la intensidad que es:

$$V = I\,R, \text{ de donde } I = 220\ \text{V}/2\,000\ \Omega = 0{,}11\ \text{A}$$

La Ley de Joule nos dice que la energía disipada por una resistencia es igual a

$$Q = 0{,}24\,R\,I^2\,t$$

de donde podemos despejar el tiempo:

$$t = \frac{Q}{0{,}24\,R\,I^2} = \frac{5\,000\ \text{cal}}{0{,}24 \cdot 2\,000\ \Omega \cdot (0{,}11\ \text{A})^2} = 860\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{minuto}}{60\ \text{s}} =$$

$$= 14{,}33\ \text{minutos}$$

3. Calcula la carga eléctrica que deben tener dos esferas igualmente cargadas para que su fuerza de repulsión cuando se encuentran a 10 cm de distancia una de otra sea de 22,5 N.

Datos: **K = 9 · 10^9 N m^2 C^{-2}.**

Solución:

Aplicando la Ley de Coulomb y despejando la carga:

$$F = \mathrm{K}\,\frac{Q\,q}{d^2} \Leftrightarrow q^2 = \frac{F\,d^2}{\mathrm{K}} \Leftrightarrow q = \sqrt{\frac{F\,d^2}{\mathrm{K}}} = \sqrt{\frac{22{,}5\ \mathrm{N} \cdot (0{,}1\ \mathrm{m})^2}{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}}} =$$
$$= 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 5\ \mu\mathrm{C}$$

4. Una carga crea un potencial de 630 V a una distancia *r* de su centro. En ese mismo punto, el campo eléctrico alcanza un valor de 7 000 N C^{-1}. ¿Qué valor tiene la carga? Si en ese punto colocamos una carga de –3 μC, ¿qué fuerza actuará sobre ella?

Solución:

Como el potencial es $V = \mathrm{K}\dfrac{Q}{d}$ y el campo es igual a $E = \mathrm{K}\dfrac{Q}{d^2}$, si despejamos d de la primera ecuación y lo sustituimos en la segunda, nos queda:

$$d = \mathrm{K}\frac{Q}{V};\quad E = \mathrm{K}\frac{Q}{d^2} = \mathrm{K}\frac{Q}{\left(\mathrm{K}\dfrac{Q}{V}\right)^2} = \frac{\mathrm{K}\,Q}{\mathrm{K}^2\dfrac{Q^2}{V^2}} = \frac{V^2}{\mathrm{K}\,Q}$$

$$Q = \frac{V^2}{\mathrm{K}\,E} = \frac{(630\ \mathrm{V})^2}{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}} \cdot 7000\ \mathrm{N\ C^{-1}}} = 6{,}3 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$$

(Se puede solucionar hallando d, pero esta forma no depende de valores previamente calculados por nosotros, sino sólo de datos.)

Para calcular la fuerza, no hay nada más que comparar $F = \mathrm{K}\dfrac{Q\,q}{d^2}$ con $E = \mathrm{K}\dfrac{Q}{d^2}$ para obtener $F = q\,E = -3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \cdot 7000\ \mathrm{N\ C^{-1}} = -2{,}1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}$, fuerza que por ser negativa es atractiva.

5. Una pila es capaz de generar una fem de 1,5 V. Si la resistencia interna de la pila es de 5 Ω y la conectamos a un circuito que tiene una resistencia total de 230 Ω, ¿qué intensidad circulará por el circuito? ¿Cuál será la diferencia de potencial entre los bornes de la pila? ¿Cuánto calor desprenderá la pila en un minuto?

Solución:

La Ley de Ohm generalizada nos dice que $\varepsilon = I\,(R + r)$, por lo que la intensidad que circula por el circuito será

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{230\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{235\ \Omega} = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} = 6{,}4\ \mathrm{mA}$$

La diferencia de potencial entre los bornes de la pila vendrá dada por

$$V = I\,R = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} \cdot 230\ \Omega = 1{,}47\ \mathrm{V}$$

La cantidad de calor desprendido por la pila será

$$Q = 0{,}24\,R\,I^2\,t = 0{,}24 \cdot 5\ \Omega \cdot (6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A})^2 \cdot 60\ \mathrm{s} = 0{,}003\ \mathrm{J} =$$
$$= 3\ \mathrm{mJ}$$