Actividades

1. Un cuerpo es eléctricamente neutro cuando:

a) No tiene electricidad.

b) No ha perdido ni ha ganado electrones.

c) No tiene electrones.

d) Tiene el mismo número de electrones que de protones.

Solución:

Tiene el mismo número de protones que de electrones.

2. En la figura están representadas algunas de las fuerzas de interacción entre las cargas q_1 , q_2 , q_3 , q_4.

a) ¿Qué cargas tienen el mismo signo?

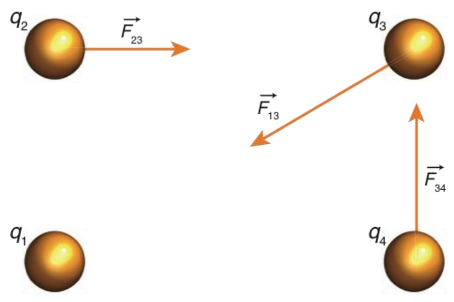
b) ¿Las cargas q_1 y q_3 se atraen o repelen?

c) ¿Qué signo tiene q_3 si q_2 es una carga positiva?

Solución:

De acuerdo con las fuerzas dibujadas, las cargas q_2 y q_3 tienen signo contrario, porque se atraen. Por la misma razón la carga q_4 tiene signo contrario a la carga q_3. Por tanto, las cargas q_2 y q_4 tienen el mismo signo y la carga q_1 tendrá signo contrario a q_3. Es decir, las cargas q_1, q_2 y q_4 tienen el mismo signo. En consecuencia:

a) q_1 , q_2 y q_4 tienen el mismo signo ; b) Se atraen; c) Negativa.



3. De acuerdo con la ley de Coulomb, ¿cuánto se debe modificar la distancia entre dos cargas para que la fuerza de interacción entre ellas:

a) aumente en nueve veces?

b) se reduzca a la mitad?

c) se haga cuatro veces mayor?

Solución:

La ley de Coulomb es $F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$, de donde se puede despejar la relación de la distancia entre las cargas con el restos de parámetros, $r = \sqrt{\frac{q_1 q_2}{F}}$

a) Si la fuerza de interacción eléctrica entre las dos cargas aumenta nueve veces si la distancia se reduce a la tercera parte:

$$r' = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{F'}} = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{9F}} = \frac{1}{3}r$$

b) En este caso la distancia se hace $\sqrt{2}$ veces mayor:

$$r' = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{F'}} = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{F/2}} = \sqrt{2}r$$

c) En este caso se reduce a la mitad

$$r' = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{F'}} = \sqrt{K\frac{q_1 q_2}{4F}} = \frac{r}{2}$$

4. Dos esferas cargadas, cada una de radio a, están separadas una distancia r > 2a. ¿Se puede aplicar la ley de Coulomb para hallar la interacción entre estas esferas? ¿Por qué?

Solución:

La ley de Coulomb solamente es válida para cargas puntuales o también para conductores que tengan forma esférica, si el radio de las esferas es pequeño comparado con la distancia entre sus centros.

En nuestro caso se puede aplicar la Ley de Coulomb, porque si r > 2a, admitimos que se cumple la condición exigida.

5. Tenemos dos cargas puntuales q_1 y q_2 separadas una distancia r. ¿Cómo varía la fuerza de interacción entre ellas en los siguientes casos?:

a) q_1 se reduce a la mitad y q_2 se hace tres veces mayor.

b) Cada una de las cargas se duplica y la distancia se reduce a la mitad.

Solución:

La fuerza de interacción entre dos cargas viene determinada por la Ley de Coulomb:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

a) Si $q' = \frac{1}{2}q_1$ y $q'' = 3q_2$

$$F' = K\frac{q'q''}{r^2} = \frac{3}{2}K\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{3}{2}F$$

b) Si las cargas se duplican y la distancia se reduce a la mitad, se cumple que

$q' = 2q_1; q'' = 2q_2; r' = \frac{1}{2}r$, y la fuerza de interacción será

$$F' = K\frac{q'q''}{r'^2} = K\frac{2q_1 \cdot 2q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 16K\frac{q_1 q_2}{r^2} = 16F$$

6. Se tiene una esfera cargada A, de masa m, en equilibrio, como se indica en la figura siguiente, debido a la presencia de otra esfera cargada B que está fija.

a) Dibuja un diagrama de las fuerzas que actúan sobre la esfera A.

b) Expresa una relación entre la fuerza electrostática y el peso de A.

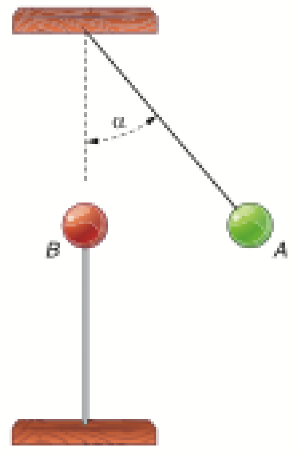
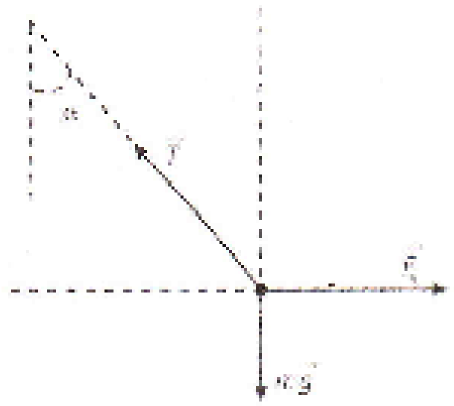


Fig. 10.11.

Solución:

a) Sobre la esfera actúan tres fuerzas: el peso, la interacción electrostática y la tensión del hilo, cuyo diagrama se indica en la figura siguiente:



b) Para que la esfera esté en equilibrio, se cumple:

$T_x = F_e \Rightarrow T \text{ sen } \alpha = F_e$;

$T_y = m\,g \Rightarrow T \cos \alpha = m\,g$

de donde se obtiene la siguiente relación:

$$tg\alpha = \frac{F_e}{mg}$$

7. ¿De qué depende la intensidad del campo eléctrico? ¿En qué unidades se mide? ¿Cómo distinguirías experimentalmente un campo eléctrico de un campo gravitatorio? Diseña un experimento.

Solución:

La intensidad del campo eléctrico depende del valor de la carga que crea el campo, de su signo y de la distancia existente entre la carga que crea el campo y el punto en donde se calcula la intensidad del campo. Se mide en N/C.

Cada campo tiene una característica que lo distingue de los demás campos. La característica del campo gravitatorio es la masa y se detecta este campo con otra masa. La característica del campo eléctrico es la carga; por tanto, el elemento detector es otra carga, es decir, un cuerpo electrizado, por ejemplo, un péndulo eléctrico.

De un hilo de seda colgamos una bolita de corcho forrada con papel de aluminio y después la electrizamos tocándola varias veces con un bolígrafo frotado. Hemos fabricado un detector de un campo eléctrico. Si al desplazarnos por una región del espacio con este péndulo observamos una desviación de su posición vertical, diremos que en esa región existe un campo eléctrico.

8. Si colocas en el mismo punto de un campo eléctrico un protón y un electrón, ¿están sometidos a la misma fuerza? ¿Por qué? ¿En qué sentido se moverá cada partícula?

Solución:

La fuerza que ejerce un campo eléctrico sobre una carga q viene dada por

$F = E \cdot q$. Por tanto, para un campo concreto, la fuerza depende del valor y del signo de la carga q. El electrón y el protón tienen la misma cantidad de carga pero de signo opuesto. Por tanto, están sometidos a fuerzas iguales y opuestas y se moverán en la misma dirección pero en sentido opuesto.

9. La intensidad de un campo en un punto depende de la carga Q que lo crea y de la distancia del punto a la carga Q.

a) Si la carga se duplica el campo se…

b) Si la distancia se duplica el campo se…

c) Si la carga y la distancia se duplican el campo…

Solución:

Supongamos que E_1 y E_2 son las intensidades inicial y final respectivamente

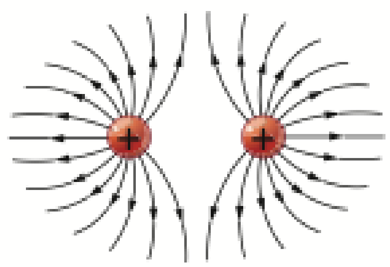
$$E_1 = K\frac{Q}{d_1^2} \quad ; \quad E_2 = K\frac{Q}{d_2^2}$$

a) El campo se duplica . $E_2 = K\frac{2Q}{d_1^2} = 2E_1$

b) El campo se hace cuatro veces menor. $E_2 = K\frac{Q}{(2d_1)^2} = \frac{1}{4}E_1$

c) El campo se reduce a la mitad. $E_2 = K\frac{2Q}{(2d_1)^2} = \frac{1}{2}E_1$

10. La figura representa las líneas de campo creado por dos cargas iguales. ¿En qué punto (que no sea el infinito) una tercera carga no experimentaría una fuerza resultante?

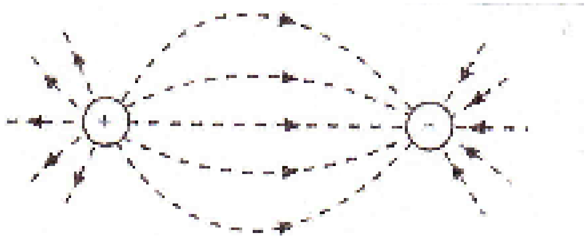


Solución:

En el punto medio del segmento que une las cargas. En ese punto el campo eléctrico es nulo. Por tanto, la fuerza también lo es: F = E · q = 0

11. Dibuja las líneas del campo creado por un dipolo: dos cargas puntuales iguales, de signo contrario situadas entre sí a una pequeña distancia.

Solución:

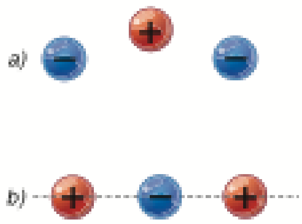


12. En un dibujo que representa las líneas de fuerza de un campo eléctrico se observa que ninguna de las líneas que salen de la carga A llega a la carga B. ¿Qué conclusión podemos sacar de este hecho?

Solución:

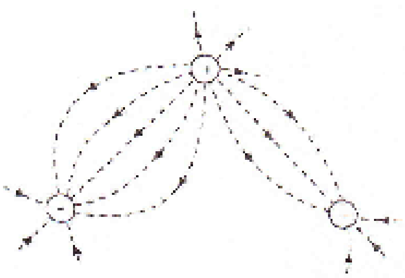
Que la carga B es positiva. Lo mismo que la carga A.

13. Dibuja las líneas de campo de las cargas de la figura 10.21 *a)* y *b)*.

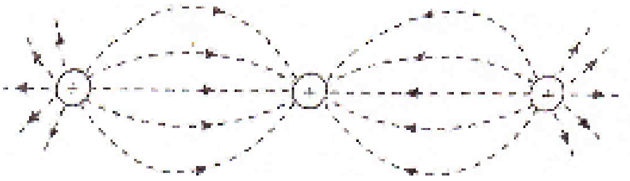


Solución:

a)



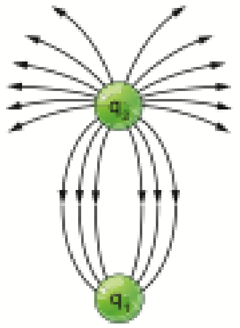
b)



14. En la figura 10. 22 se muestran las líneas del campo eléctrico de dos cargas puntuales.

a) Determina la razón q_1 / q_2.

b) ¿Cuáles son los signos de q_1 y q_2?



Solución:

a) De la carga q_2 salen 18 líneas de campo, mientras que en q_1 entran 6 líneas: De donde se deduce que:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

b) La carga q_2 es positiva, porque de ella salen las líneas de fuerza; la carga q_1 es negativa, porque a ella llegan las líneas de fuerza.

15. ¿Cómo son las superficies equipotenciales de un campo eléctrico uniforme? ¿Y un campo originado por una carga puntual?

Solución:

Superficies planas perpendiculares a las líneas del campo. Superficies esféricas cuyo centro coincide con la carga puntual que origina el campo.

16. Una carga negativa se mueve en el mismo sentido de un campo eléctrico uniforme. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Aumenta o disminuye el potencial eléctrico?

Solución:

Una carga negativa siempre se desplaza en sentido contrario al campo. Por tanto, si se mueve en el mismo sentido es porque hay una fuerza exterior (al campo) que realiza el desplazamiento. El trabajo realizado por esta fuerza se emplea en aumentar la energía potencial de la carga. Por tanto, la energía potencial aumenta.

En cambio, el potencial disminuye.

17. Un campo eléctrico uniforme es paralelo al eje OX. ¿En qué dirección puede ser desplazada una carga negativa sin que se realice trabajo sobre ella?

Solución:

No se realiza trabajo si el desplazamiento tiene lugar a lo largo de una superficie equipotencial. En este caso estas superficies son perpendiculares al eje Ox. Por tanto, el trabajo será nulo si el desplazamiento es perpendicular al eje Ox.

18. ¿Qué energía adquiere una carga de 2 · 10^{-7} C cuando se mueve entre dos puntos cuya diferencia de potencial es 5000 V?

Solución:

La energía adquirida coincide con el trabajo realizado para desplazar la carga de uno al otro punto.

$$W_{BA} = (V_B - V_A) \cdot q = 5000V \cdot 2 \cdot 10^{-7} C = 1 \cdot 10^{-3} J$$

19. Cuando dos cargas del mismo signo se separan entre sí se separan entre sí, ¿aumenta o disminuye el potencial? ¿Cómo varía el potencial si las cargas anteriores se aproximan?

Solución:

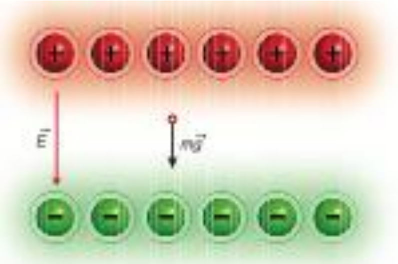
Dos cargas del mismo signo tienden a separarse. Por tanto, el trabajo de separación lo realiza el sistema a costa de su energía potencial que disminuye y el potencial también disminuye.

Para que las cargas anteriores se aproximen es necesaria una fuerza exterior al sistema. El trabajo realizado por esta fuerza se emplea en aumentar la energía potencial del sistema, aumentando también el potencial.

20. Una gotita de aceite pesa 1,9 · 10 $^{-15}$ N está en equilibrio como indica la Figura 10.28 en un campo eléctrico uniforme de intensidad 6, 0 · 10^{3} N/C.

a) ¿Qué carga tiene la gota?

b) ¿Cuántos electrones tiene en exceso?



Solución:

a) La gota estará en equilibrio cuando el peso de la gota y la fuerza eléctrica que el campo ejerce sobre ella se equilibren:

E · q = m · g . De donde

$$q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{1,9 \cdot 10^{-15} N}{6,0 \cdot 10^{3} N/C} = -3,2 \cdot 10^{-19} C$$

b) $n^{o}\, e = \dfrac{-3,2 \cdot 10^{-19} C}{-1,6 \cdot 10^{-19} C/e} = 2e$

21. Completa el siguiente texto: Si la distancia de separación entre un cuerpo electrizado y una carga de prueba se hace el doble, la intensidad del campo se hace……. y se hace…. si la distancia se reduce a la cuarta parte. La intensidad del campo se…. si el cuerpo electrizado reduce su carga a la mitad.

Un campo eléctrico se representa gráficamente mediante…. que representan las trayectorias que seguiría una carga de prueba.

De un cuerpo eléctricamente positivo….. las….. de fuerza y entran en un cuerpo eléctricamente …….

Solución:

1. 4 veces mayor; 2. 16 veces mayor; 3. se reduce a la mitad. 4. líneas de campo; 5. salen; 6. líneas; 7. negativo.

22. Una esfera de 10 cm de radio está cargada con 4 μ C. Calcula la intensidad del campo y el potencial originados por esta carga en los siguientes puntos:

a) En el centro de la esfera.

b) En los puntos que forman la superficie de la esfera.

c) En un punto situado a 20 cm del centro de la esfera.

Solución:

La intensidad del campo y el potencial en un punto vienen determinados respectivamente por las siguientes expresiones:

$$E = K\frac{q}{r^2} \quad \text{y} \quad V = K\frac{q}{r}$$

a) para R = O E = 0 ; V = 0

b) para R = R

$$E = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2 \frac{4 \cdot 10^{-6} C}{10^{-2} m^2} = 3,6 \cdot 10^6 N/C$$

$$V = E \cdot r = 3,6 \cdot 10^5 V$$

c) para R = 20 cm =2,O · 10 $^{-1}$ m

$$E = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} C}{4 \cdot 10^{-2} m^2} = 9 \cdot 10^5 N/C$$

$$V = E \cdot r = 1,8 \cdot 10^5 V$$

23. Una carga q se desplaza desde A hasta E en el campo eléctrico originado por otra carga (+ Q) de 4 · 10^{-6} C. Inicialmente q se encuentra a 30 cm de Q y al final en el punto E se encuentra a 10 cm. Si el camino seguido por la carga q es el indicado en la figura y el trabajo realizado por el campo ha sido – 48 · 10 $^{-4}$ J.

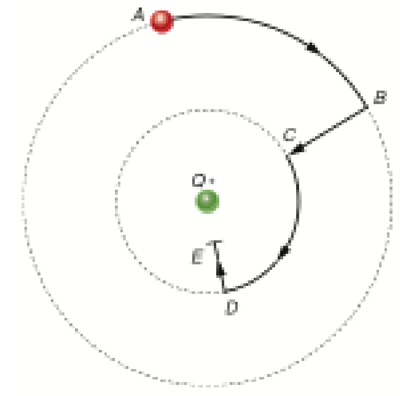
Calcula:

a) El valor de q.

b) El trabajo realizado en los trayectos

AB = 10 cm; BC = 15 cm; CD = 30 cm

c) El trabajo en el trayecto DE.



Solución:

El trabajo realizado depende solamente del potencial inicial (V_A) y del potencial final (V_E). Es independiente del camino seguido.

$W_{AE} = (V_E - V_A) \cdot q$

$$V_E - V_A) = KQ \cdot (\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_A}) = \frac{KQ(r_A - r_B)}{r_A r_E} = \frac{9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} C \cdot 2 \cdot 10^{-1} m}{3 \cdot 10^{-2} m^2} = 24 \cdot 10^4 V$$

El valor de la carga q será:

$$q = \frac{W_{AE}}{V_E - V_A} = \frac{-48 \cdot 10^{-4} J}{24 \cdot 10^4 V} = -2 \cdot 10^{-8} C$$

$b)$ En el tramo AB el trabajo es cero porque los PUNTOS A y B están en la misma superficie equipotencial: $V_A = V_B$

Trabajo realizado en el tramo BC.

$$W_{BC} = (V_C - V_B)\cdot q = KQq\frac{r_B - r_C}{r_C r_B} =$$

$$= 9\cdot 10^9\, N\cdot m^2/C^2 \cdot 4\cdot 10^{-6} C\cdot(-2\cdot 10^{-8} C)\cdot \frac{1,5\cdot 10^{-1} m}{4,5\cdot 10^{-2} m^2} = -2,4\cdot 10^{-3} J$$

En el trayecto cd el trabajo es nulo porque se realiza sobre una superficie equipotencial

c) Trabajo en el trayecto de

$$W_{DE} = (V_E - V_D)\cdot q = KQq\cdot\frac{r_D - r_E}{r_D r_E} =$$

$$= 9\cdot 10^9\, Nm^2/C^2 \cdot 4\cdot 10^{-6} C\cdot(-2\cdot 10^{-8} C\cdot \frac{5\cdot 10^{-2} m}{1,5\cdot 10^{-2} m^2} = -2,4\cdot 10^{-3} J$$

Actividades finales

Lectura: La carga del electrón

1. ¿Qué habría que modificar en el montaje del experimento si en lugar del electrón quisiéramos medir la carga de un protón?

Solución:

Cambiar la polaridad de la batería que alimenta las placas para que el campo eléctrico existente entre ellas cambie de sentido.

2. ¿Qué supone en el experimento invertir la polaridad de las placas?

Solución:

Invertir el signo de la carga en las placas y, por tanto, cambiar el sentido de las líneas del campo eléctrico entre ellas.

3. ¿En qué deporte o actividad humana aplicamos la velocidad terminal?

Solución:

En el paracaidismo.

4. Supongamos que un gota de aceite tiene una masa de 3,3 · 10 $^{-12}$ g y se encuentra en equilibrio en un campo uniforme de E = 10^{5} N/C. ¿Con cuántos electrones se ha cargado la gota?

Solución:

En el equilibrio se cumple:

$$E \cdot q = m \cdot g \ ; \quad q = \frac{mg}{E} = \frac{3,3 \cdot 10^{-15} Kg \cdot (-9,8 m/s^2)}{10^5 N/C} = -3,23 \cdot 10^{-19} C$$

$$\text{nº e} = \frac{-3,23 \cdot 10^{-19} C}{-1,66 \cdot 10^{-19} C/e} \cong 2e$$

Laboratorio

1. ¿En cuál de los tres tipos de electrización (frotamiento, inducción y contacto) se produce un transporte de carga?

Solución:

Por frotamiento y contacto.

2. ¿Por qué un bolígrafo que se ha frotado con un trapo de lana es capaz de atraer un trocito de papel aunque no esté electrizado?

Solución:

Porque al aproximar el bolígrafo el trocito de papel éste se polariza por inducción (aunque siga eléctricamente neutro) apareciendo en la superficie más próxima al bolígrafo una carga inducida de signo contrario a la que posee el bolígrafo originándose la atracción entre bolígrafo y el papelito.

Problemas propuestos

Interacción electrostática: Ley de Coulomb

1. Dos partículas alfa están separadas por una distancia de 10 $^{-13}$ m. Calcula la fuerza electrostática con la que se repelen y la fuerza gravitatoria con que se atraen.

Datos: masa de una partícula alfa = 6,68 · 10 $^{-27}$ Kg; carga = 3, 2 · 10 $^{-19}$ C

Solución:

La fuerza electrostática entre ellas es:

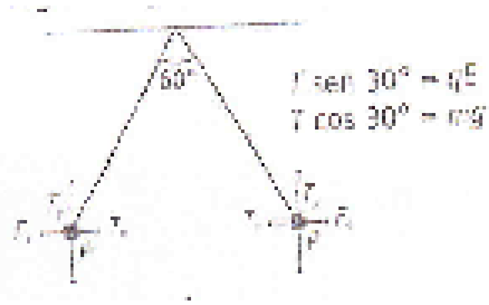
$$F_e = K\frac{q_\alpha \cdot q_\alpha}{r^2} = 9\cdot 10^9\, Nm^2/C^2 \cdot \frac{(3,2\cdot 10^{-19}C)^2}{(10^{-13}m)^2} = 9,22\cdot 10^{-2}\, N$$

La fuerza de atracción gravitatoria es:

$$F_g = G\frac{m_\alpha \cdot m_\alpha}{r^2} = 6,73\cdot 10^{-11}\, Nm^2/Kg^2 \cdot \frac{(6,68\cdot 10^{-27}Kg)^2}{(10^{-13}m)^2} = 2,98\cdot 10^{-37}\, N$$

2. Dos esferas iguales de 0,20 g cada una cuelgan de un mismo punto mediante hilos de 50 cm de longitud. Si a las esferas anteriores se las electriza con igual cantidad de electricidad, los hilos se separan hasta formar un ángulo de 60°. Calcula la carga de cada esfera.

Solución:



Las esferas están sometidas a las fuerzas gravitatoria y eléctrica. En el equilibrio la suma de las fuerzas es nula. Las cargas son del mismo signo, pues se repelen.

$T_x = F_e$; $T_y = mg$ Según la figura observamos que

T sen 30° = q E ; T cos 30° = mg de donde $q = \frac{mg}{E} tg 30$

Por otra parte, el campo eléctrico es $E = K\frac{q}{d^2}$, donde d es la distancia entre las cargas en posición de equilibrio. Para obtener la distancia d, basta con conocer el ángulo entre los hilos y la longitud del mismo:

d/2= $0{,}5\sqrt{1-(\cos 30)^2}$ = 0,25 → d = 0,50 m

Con esas dos ecuaciones, obtenemos:

$$q^2 = \frac{mg}{K} d^2 tg30 = \frac{0{,}2\cdot 10^{-3} Kg \cdot 9{,}8 m/s^2}{9\cdot 10^9 Nm^2/C^2}\cdot (0{,}5m)^2 \cdot tg30^o$$

$q = 1{,}8\cdot 10^{-7} C$.

3. Tres cargas eléctricas q $_1$ =2 μ C, q $_2$ = 3 μ C y q $_3$ = 1 μ C están colocadas en los puntos (2, 0), (0, 3) y (0, 0) respectivamente. Las coordenadas cartesianas están expresadas en centímetros. Calcula el módulo de la fuerza resultante sobre q $_3$ ejercida por q $_1$ y q $_2$.

Solución:

Fuerza de q_1 sobre q_3 tiene la dirección del eje x y su módulo es:

$$|F_{1,3}| = K\frac{q_1\cdot q_2}{d_{1,3}^2} = 9\cdot 10^9 Nm^2/C^2 \frac{2\cdot 10^{-6}C\cdot 1\cdot 10^{-6}C}{4\cdot 10^{-4}m^2} = 45N$$

Fuerza de q_2 sobre q_3 tiene la dirección del eje y, su módulo es:

$$|F_{2,3}| = K\frac{q_2\cdot q_3}{d_{2,3}^2} = 9\cdot 10^9 Nm^2/C^2 \cdot \frac{3\cdot 10^{-6}C\cdot 1\cdot 10^{-6}C}{9\cdot 10^{-4}m^2} = 30N$$

Fuerza resultante

$$|F| = \sqrt{|F_{1,3}|^2 + |F_{2,3}|^2} = \sqrt{(30N)^2 + (45N)^2} = 54N$$

4. Dos cuerpos electrizados se repelen con una fuerza de 5 · 10 $^{-4}$ N cuando están separados 5 cm. ¿Con qué fuerza se repelerán si uno de ellos se aleja 20 cm más?

Solución:

Sean F_1 y F_2 las fuerzas antes y después, respectivamente, de la separación de los cuerpos. Hallamos una relación entre ambas.

$$F_1 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d_1^2} \quad \Rightarrow \quad Kq_1 \cdot q_2 = F_1 \cdot d_1^2$$

$$F_2 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d_2^2} = \frac{F_1 d_1^2}{d_2^2} = \frac{5 \cdot 10^{-4}\, N \cdot 25 \cdot 10^{-4}\, m^2}{625 \cdot 10^{-4}\, m^2} = 2 \cdot 10^{-5}\, N$$

5. Dos cargas q_1 = – 2,5 μ C y q_2 = 6, 0 μ C están colocadas en los extremos de un segmento de 1 metro de longitud. Calcula:

a) El campo eléctrico resultante en el punto medio del segmento que las une.

b) El punto (que no sea el infinito) en que el campo resultante sea cero.

Solución:

Los dos campos tienen la dirección del segmento que une las cargas y con el mismo sentido. Por tanto, el campo resultante será.

$$|E| = |E_1| + |E_2| = K\frac{|q_1|}{d_1^2} + K\frac{|q_2|}{d_2^2} = 4K|q_1 + q_2|m^{-2} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9\, Nm^2/C^2 \cdot 8.5 \cdot 10^{-6}\, C/m^2 = 3{,}1 \cdot 10^5\, N$$

b) Para que el campo resultante sea cero E_1 y E_2 han de tener signo opuesto. Esto se cumple en un punto situado a la izquierda de la carga q_1 .Supongamos que este punto está situado a x metros de dicha carga. En ese punto se cumple:

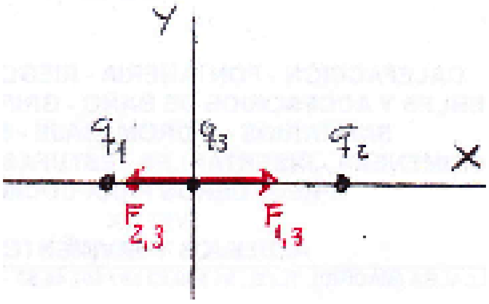
$$K\frac{|q_1|}{x^2} = K\frac{|q_2|}{(1+x)^2} \quad ; \quad |q_1| \cdot (1+x)^2 = |q_2| \cdot x^2 \quad ; \quad 2{,}5 \cdot (1 + 2x + x^2) = 6x^2$$

Resolviendo la ecuación $3{,}5x^2 - 5x - 2{,}5 = 0$ obtenemos la distancia a que se encuentra el punto. x = 1,8 m

6. Una carga q_1 = 2 μC está situada sobre el eje x en el punto (– 1 ,0) m. Otra carga q_2 = 1 μC está colocada en el punto (2 ,0) m. Una tercera carga q_3 = 3 μC se halla en el origen de coordenadas. Calcula la fuerza resultante a que está sometida esta tercera carga.

Solución:

Las fuerzas tienen la dirección del eje x; pero con sentido contrario como se indica en la figura.



Fuerza que ejerce q $_1$ sobre q $_3$

$$\left|F_{1,3}\right| = K\frac{\left|q_1\right|\cdot\left|q_3\right|}{d_{1,3}^2} = 9\cdot10^9\,Nm^2/C^2\cdot\frac{2\cdot10^{-6}C\cdot3\cdot10^{-6}C1}{1m^2} = 5,4\cdot10^{-2}\,N$$

Fuerza que ejerce q $_2$ sobre q $_3$

$$\left|F_{2,3}\right| = K\frac{\left|q_2\right|\cdot\left|q_1\right|}{d_{2,3}^2} = 9\cdot10^9\,Nm^2/C^2\cdot\frac{1\cdot10^{-6}C\cdot3\cdot10^{-6}C}{4m^2} = 0,675\cdot10^{-2}\,N$$

Fuerza resultante F = $F_{1,3} - F_{2,3} = 4,7\cdot10^{-2}\,N$ sentido +OX

Campo eléctrico

7. Tenemos dos cargas positivas q $_1$ = 1 μ C y q $_2$ = 9 μ C situadas en los puntos P_1 y P_2 de coordenadas (0 , 0) m y (3 , 0) m. Entre las dos cargas existe un punto (x , 0) en que el campo eléctrico es nulo. Calcula la coordenada x.

Solución:

Del enunciado se deduce que el punto dista x m de la carga q_1 y (3 – x) m de la carga q_2. Por tanto, si $E_1 = E_2$ se cumple:

$$K\frac{q_1}{x^2}=K\frac{q_2}{(3-x)^2} \quad ; \quad (3-x)^2\cdot q_1=x^2\cdot q_2 \quad ; \quad (3-x)^2\cdot 10^{-6}=9\cdot 10^{-6}x^2$$

cuyo desarrollo da lugar a la siguiente ecuación de segundo grado:

$8x^2+6x-9=0$ De donde x = 0, 75 m

8. Una carga q = – 1,8 μ C está situada en el origen de un sistema de ejes cartesianos Oxy. Calcula la intensidad del campo eléctrico que crea la citada carga en un punto situado a una distancia r = 2,3 cm de q.

Solución:

$$|\vec{E}|=K\frac{|q|}{d^2}=9\cdot 10^2\,Nm^2/C^2\cdot\frac{1,8\cdot 10^{-6}C}{(2,3\cdot 10^{-2})^2m^2}=3,1\cdot 10^7\,N/C$$ el factor K es $9\cdot 10^9$

9. Una carga q_1 = 3,6 μ C se encuentra en el punto A (3 , 0) m y en el punto B (– 6 , 0) m hay otra carga q_2 = 8,1 μ C. Determina el punto del eje Ox situado entre las cargas en el que se anula el campo eléctrico resultante.

Solución:

Teniendo en cuenta el valor de las cargas y de las distancias, el punto que se pide se encuentra en el semieje negativo de Ox. Si x es la coordenada de este punto, su distancia será (6 m – x) de q_2 y (3m + x) de q_1 . En ese punto se cumple:

$$K\frac{q_1}{(3+x)^2}=K\frac{q_2}{(6-x)^2} \quad ; \quad 3,6\cdot 10^{-6}C\cdot(6-x)^2=8,1\cdot 10^{-6}C\cdot(3+x)^2$$

$4\cdot(6-x)^2 = 9\cdot(3+x)^2$ Desarrollando y agrupando términos se obtiene la ecuación de segundo grado

$5x^2 + 102x - 63 = 0$ Cuya solución es x = 0, 6 m

El punto pedido sería P (– 0,6, 0) m

Potencial eléctrico

10. Se libera desde el reposo un protón en un campo uniforme de $8 \cdot 10^4$ N/C dirigido a lo largo del eje Ox , en sentido positivo. El protón se desplaza una distancia AB de 20 cm en la dirección y sentido del campo.

Datos: carga del protón $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; masa del protón $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ Kg

Calcula:

a) La diferencia de potencial que ha experimentado el protón en el desplazamiento indicado.

b) ¿Cuál ha sido la variación de la energía potencial?

c) ¿Qué velocidad tiene en el punto B?

Solución:

El potencial disminuye cuando el desplazamiento se realiza en el mismo sentido del campo. En este caso $V_B < V_A$, por tanto, $V_B - V_A < 0$

a) $V_B - V_A = -E \cdot d = -8 \cdot 10^4\, N/C \cdot 2 \cdot 10^{-1}\, m = -1{,}6 \cdot 10^4\, V$

b) $\Delta E_P = (V_B - V_A) \cdot q = -1{,}6 \cdot 10^4\, V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C = -2{,}6 \cdot 10^{-15}\, J$

c) La energía se conserva, por tanto, la disminución de la energía potencial se transforma en incremento de la energía cinética del protón.

$$\frac{1}{2} m v^2 = |E_p| \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{2E_p}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-15}\, J}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\, Kg}} = \sqrt{3{,}1 \cdot 10^{12}} = 1{,}8 \cdot 10^6\, m/s$$

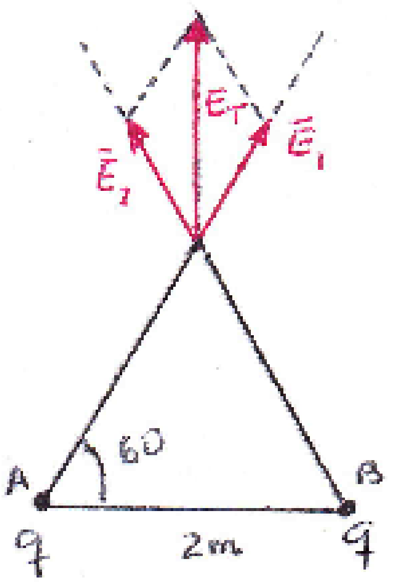
11. Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero de 2,0 m de lado. Dos cargas iguales positivas de $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C están en A y B,

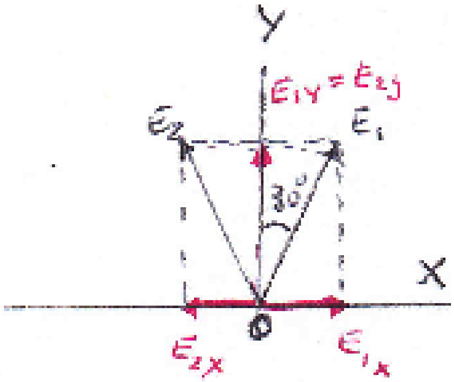
a) ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto C?

b) ¿Cuál es el potencial en el punto C?

c) ¿Qué trabajo se necesita para llevar una carga positiva q = $5{,}0 \cdot 10^{-6}$ C desde el infinito hasta el punto C si se mantienen fijas las otras cargas?

d) Responde al apartado c) si la carga situada en B se sustituye por una carga por una carga q = $-2{,}0 \cdot 10^{-6}$ C.





Solución:

a)

De la figura se deduce que: $\left|E_1\right| = \left|E_2\right| = K\dfrac{q}{l^2} = \dfrac{9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-6}\,C}{4m^2} = 4,5\cdot 10^3\,N/C$

El campo resultante tiene la dirección de la mediatriz del lado AB del triángulo. Si elegimos un sistema de ejes cartesianos Oxy de forma que el eje x coincida con el lado AB y el eje y sea la mediatriz de dicho lado, hallamos la descomposición cartesiana de los vectores E_1 y E_2:

$E_{1x} = E_1\cdot\cos 60º = 2,25\cdot 10^3\,N/C$; E_{2x} tiene el mismo valor pero con signo opuesto. Por tanto, el campo resultante tiene componente $E_x = 0$.

Sobre el eje Oy se cumple:

$E_{1y} = E_{2y} = E_1\cdot\cos 30 = 3,9\cdot 10^3\,N/C$

El campo resultante E_y será $E_y = 2E_{1y} = 7,8\cdot 10^3\,N/C$ en dirección de la mediatriz del segmento AB.

b)

$V_T = V_1 + V_2 = 2K\dfrac{q}{l} = \dfrac{2\cdot 2\cdot 10^{-6}\,C\cdot 9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}}{2m} = 1,8\cdot 10^4\,V$

c)

El trabajo es positivo. Por tanto, lo realiza una fuerza exterior al sistema. Este trabajo se emplea en aumentar la energía potencial.

$$W_{\infty C} = (V_C - V_\infty) \cdot q = +1,8 \cdot 10^4 V \cdot 5 \cdot 10^{-6} C = 9,0 \cdot 10^{-2} J$$

d)

En este caso el potencial en el vértice C sería:

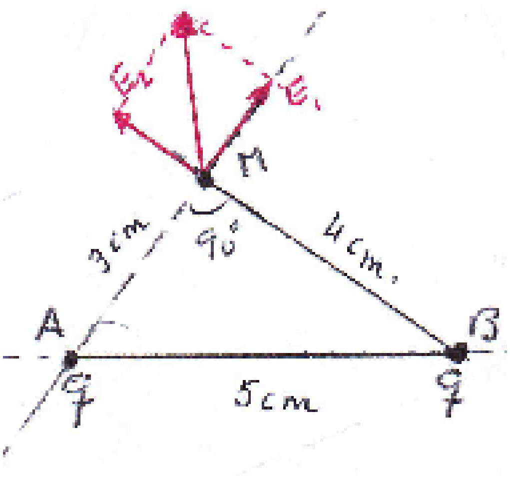
$$V_C = K\left(\frac{q_A}{l} + \frac{q_B}{l}\right) = \frac{K}{l}(q_A + q_B) = \frac{K}{l}(2 \cdot 10^{-6} C - 2 \cdot 10^{-6} C) = 0$$
$$W_{\infty C} = (V_C - V_\infty) \cdot q = 0$$

12. Dos cargas iguales de 1,0 · 10^{-12} C están situadas en dos puntos A y B separados entre sí 5,0 cm.

a) Determina el módulo del campo eléctrico creado en un punto M, tal que las distancias MA y MB son 3,0 cm y 4,0 cm respectivamente.

b) Calcula también el potencial electrostático en el punto M.

Solución:



Campo eléctrico creado por la carga B:

$$E_{BM} = K\frac{q}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot 1,0 \cdot 10^{-12} C}{16 \cdot 10^{-4} m^2} = 5,6 N/C$$

Campo creado por la carga A:

$$E_{AM} = K\frac{q}{d^2} = \frac{9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}\cdot 1{,}0\cdot 10^{-12}C}{9\cdot 10^{-4}m^2} = 10\,N/C$$

Ambos campos tienen direcciones perpendiculares entre sí como indica la figura

El campo resultante será: $E_T = \sqrt{E_{BM}^2 + E_{AM}^2} = \sqrt{(100+31{,}36}N/C = 11{,}46\,N/C$

Potencial resultante en el punto M:

$$V = Kq\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right) = 1{,}0\cdot 10^{-12}C\cdot 9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3\cdot 10^{-2}m}+\frac{1}{4\cdot 10^{-2}m}\right) = 0{,}525V$$

13. El potencial eléctrico a una cierta distancia de una carga puntual es 600 V y el campo eléctrico es 200 N/C

a) ¿Cuál es la distancia a la carga puntual?

b) ¿Cuál es el valor de la carga?

Solución:

a) Se las expresiones matemáticas que determinan los valores del potencial y de la intensidad de campo:

$V = K\frac{q}{d}$ y $E = K\frac{q}{d^2}$ se obtiene la relación: $V = E\cdot d$

$$d = \frac{V}{E} = \frac{600V}{200\,N/C} = 3m$$

b) $q = \frac{V\cdot d}{K} = \frac{600V\cdot 3m}{9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}} = 2.10^{-7}C$

14. ¿Cuánto varía el potencial eléctrico de una carga positiva que se desplaza 50 cm por la acción de un campo eléctrico uniforme de intensidad 24 N/C?

Solución:

El potencial disminuye porque la carga se desplaza en el sentido del campo, El trabajo de desplazamiento lo realiza el campo eléctrico disminuyendo la energía potencial.

$$\Delta V = -E \cdot d = -24 N/C \cdot 5 \cdot 10^{-1} m = -12 V$$

15. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales q_1 = 2,0 μC y q_2 = – 5,0 μC separadas una distancia de 10 cm. Calcula el campo y el potencial a 20 cm en línea recta del lado exterior de la carga positiva.

Solución:

Distancia de q_1 al punto indicado d_1 = 20 cm = 2 · 10^{-1} m

Intensidad del campo originado por esta carga:

$$|E_1| = K\frac{q_1}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} C}{4 \cdot 10^{-2} m^2} = 4,5 \cdot 10^5 N/C$$

Distancia de q_2 : d_2 =30 cm = 3 · 10^{-1} m

Campo de q_2

$$|E_2| = K\frac{q_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} C}{9 \cdot 10^{-2} m^2} = 5 \cdot 10^5 N/C$$

Campo resultante:

$|E_T| = |E_2| - |E_1| = 5 \cdot 10^4 N/C$ sentido, el del campo más intenso, Ox+

Potencial resultante

$$V = K(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2}) = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot (\frac{2 \cdot 10^{-6} C}{2 \cdot 10^{-1} m} - \frac{5 \cdot 10^{-6} C}{3 \cdot 10^{-1} m}) = -5,9 \cdot 10^4 V$$

16. Se tienen dos cargas eléctricas q $_1$ = 6 μC y q $_2$ = – 8 μ C situadas respectivamente en los puntos (4,0) y (– 4,0) de un sistema de ejes cartesianos Oxy . Las coordenadas están expresados en cm. Calcula:

a) El potencial eléctrico resultante en los puntos A (0,3) y B (1,0).

b) El trabajo que se tiene que realizar para llevar una carga q = – 2 μC desde A hasta B.

c) ¿Tienes que gastar energía de la tuya o la carga te cede energía?

Solución:

a) Potencial en A y B:

$$V_A = K\left(\frac{q_1}{d_{1A}} + \frac{q_2}{d_{2A}}\right) = \frac{K}{d_{1A}}(q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}}{5 \cdot 10^{-2} m} \cdot (6 \cdot 10^{-6} C - 8 \cdot 10^{-6} C) = -3,6 \cdot 10^5 V$$

En este caso $d_{1A} = d_{2A} = \sqrt{(4cm)^2 + (3cm)^2} = 5cm = 5 \cdot 10^{-2} m$

$$V_B = K\left(\frac{q_1}{d_{1B}} + \frac{q_2}{d_{2B}}\right) = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^{-6} C}{3 \cdot 10^{-2} m} - \frac{8 \cdot 10^{-6} C}{5 \cdot 10^{-2} m}\right) = 3,6 \cdot 10^5 V$$

En este caso $d_{1B} = 3cm; d_{2B} = 5cm$

b) $W_{AB} = (V_B - V_A) \cdot q = [3,6 - (-3,6)] \cdot 10^5 V \cdot (-2 \cdot 10^{-6} C) = -1,4 J$

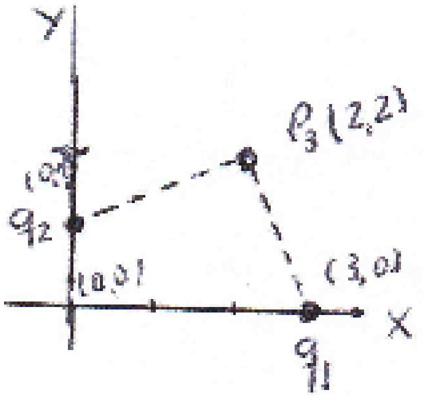
c) El trabajo es negativo. Por tanto, ha sido realizado por el campo eléctrico. Esto quiere decir que la carga cede energía.

17. Dos cargas eléctricas $q_1 = 2 \cdot 10^{-8} C, q_2 = -3 \cdot 10^{-8} C$ están colocadas en los puntos P $_1$ (3, 0) m y P$_2$ (0, 1) m. Calcula:

a) El potencial eléctrico en el punto P$_3$ (2, 2) m.

b) El trabajo necesario para trasladar una carga de prueba de q = 1 C desde ese punto al punto (0, 0).

Solución:



De acuerdo con la figura, las distancias entre las cargas y el punto P (2,2) son iguales. En efecto

Para la carga q_1: $P_1P_3 = \sqrt{1+4}m = 2{,}24m$

Para la carga q_2: $P_2P_3 = \sqrt{1+4}m = 2{,}24m$

a) Potencial resultante en P (2,2)

$$V_P = K\left(\frac{q_1}{d_{1P}} + \frac{q_2}{d_{2P}}\right) = \frac{K}{d}(q_1+q_2) = \frac{9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}}{2{,}24m}\cdot(2-3)\cdot 10^{-8}C = -40V$$

b) Potencial en el punto P_o (0,0)

$$V_0 = K\left(\frac{q_1}{d_{10}} + \frac{q_2}{d_{20}}\right) = 9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3m} - \frac{3}{1m}\right)\cdot 10^{-8}C = -210V$$

Trabajo realizado

$$W_{P_2P_o} = (V_{P_o} - V_{P_2})\cdot q = (-210V + 40V)\cdot 1C = -1{,}7\cdot 10^2 J$$

18. Un protón se acelera a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme 500 N/C. En un instante posterior, su velocidad es 2, 5 · 10 ^{6} m/s. Calcula:

a) La aceleración del protón.

b) ¿Cuánto tiempo tarda el protón en alcanzar esa velocidad?

c) ¿Qué distancia recorre en ese instante?

Datos: Carga del protón = 1, 6 · 10 $^{-19}$ C; masa = 1, 67 · 10 $^{-27}$ Kg.

Solución:

a)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{E \cdot q}{m} = \frac{500 N/C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{1,67 \cdot 10^{-27} Kg} = 4,79 \cdot 10^{10} m/s^2$$

b) $t = \frac{v - v_o}{a} = \frac{2,5 \cdot 10^6 m/s}{4,79 \cdot 10^{10} m/s^2} = 5,2 \cdot 10^{-5} s$

c) e$= \frac{1}{2} at^2 = 0,5 \cdot 4,79 \cdot 10^{10} m/s^2 \cdot (5,2 \cdot 10^{-5} s)^2 = 64,7 m$

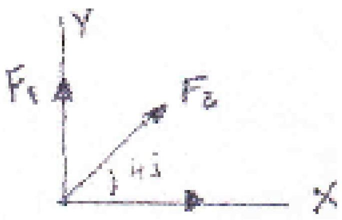
También puedes hallar la distancia directamente aplicando el principio de conservación de la energía. El trabajo realizado por el campo para desplazar el protón es igual a la energía cinética que este adquiere.

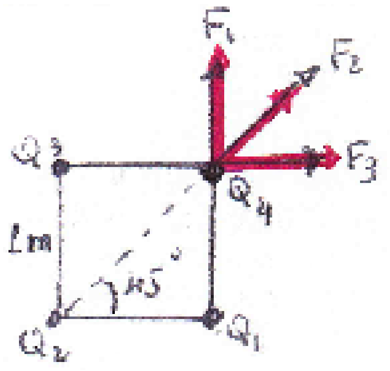
$$E \cdot d \cdot q = \frac{1}{2} mv^2 ; d = \frac{mv^2}{2Eq}$$

Aplica lo aprendido

19. Tres cargas iguales de $2 \cdot 10^{-9}$ C cada una están situadas en tres vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula la fuerza resultante sobre una cuarta carga de $3 \cdot 10^{-9}$ C situada en el cuarto vértice de dicho cuadrado.

Solución:





De la figura se deduce que F_1 y F_3 tienen el mismo módulo y son perpendiculares entre sí. F_2 tiene la dirección de la diagonal del cuadrado y su valor es la mitad de las fuerzas anteriores.

$$F_1 = F_3 = K\frac{q_1 \cdot q_4}{d^2} = \frac{9\cdot 10^9\, Nm^2C^{-2} \cdot 6\cdot 10^{-18} C^2}{1m^2} = 5,4\cdot 10^{-8} N$$

$$F_2 = K\frac{q_2 \cdot q_4}{d^2} = 9\cdot 10^9\, Nm^2C^{-2}\cdot \frac{6\cdot 10^{-18}C^2}{2m^2} = 2,7\cdot 10^{-8} N$$

Fuerza resultante

$$|F| = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} + F_2 = \sqrt{2}F_1 + F_2 = 5,4\cdot 10^{-8}\cdot\sqrt{2}N + 2,7\cdot 10^{-8} N = 1\cdot 10^{-7} N$$

20. Dos cargas eléctricas puntuales positivas, de valores $2\cdot 10^{-9}$ C y $1\cdot 10^{-9}$ C, están separadas una distancia r. Halla en qué punto se anula el campo eléctrico.

Solución:

Al ser las cargas del mismo signo, el punto pedido se halla en el segmento que une las dos cargas. Si d es la distancia de este punto a la primera carga, se cumple:

$d_1 = d$; $d_2 = r - d$; $q_1 = 2\,q_2$

Si en ese punto el campo es cero, se cumple:

$K\dfrac{q_1}{d^2} = K\dfrac{q_2}{(r-d)^2}$; $\dfrac{2}{d^2} = \dfrac{1}{(r-d)^2}$; $\sqrt{2}\cdot(r-d) = d$. De donde se deduce que $d=\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\cdot r$ O bien

$$d=\frac{\sqrt{2}\cdot r(1-\sqrt{2})}{1-2}=\frac{\sqrt{2}r-2r}{-1}=r(2-\sqrt{2}r)$$

21. Una esfera conductora de 10 cm de radio tiene una carga de 5 mC ¿Cuánto vale el campo y el potencial en un punto que dista 15 cm del centro de la esfera?

Solución:

Para efectos electrostáticos una esfera (de radio pequeño) electrizada se comporta como si toda su carga estuviera situada en el centro de la esfera. Es decir, se comporta como una carga puntual. Por tanto, se cumple:

$$E=K\frac{q}{d^2}=9\cdot 10^9\,Nm^2C^{-2}\cdot\frac{5\cdot 10^{-3}\,C}{225\cdot 10^{-4}\,m^2}=2\cdot 10^9\,N/C$$

$$V=E\cdot d=2\cdot 10^9\,N/C\cdot 15\cdot 10^{-2}\,m=3\cdot 10^8\,V$$

También se puede aplicar la fórmula del potencial creado por una carga puntual q en un punto situado a una distancia d.

22. Al trasladar una carga de 4 C desde un punto de un campo eléctrico cuyo potencial es 40 V hasta otro punto, las fuerzas del campo realizan un trabajo de 15 J. ¿Cuál es potencial eléctrico en el segundo punto?

Solución:

El trabajo es negativo porque lo realizan las fuerzas del campo. Este trabajo viene dado por:

$W_{1,2}=(V_2-V_1)q$ De donde $V_2=\frac{W_{1,2}+V_1\cdot q}{q}=\frac{-15J+40V\cdot 4C}{4C}=36,25V$

23. La diferencia de potencial eléctrico entre dos placas paralelas separadas 2 cm es de 200 V.

a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico uniforme entre ellas?

b) ¿Qué aceleración experimentaría un ión de hidrógeno colocado en ese campo?

Datos: masa del ion = 3,32 · 10 $^{-27}$ Kg; carga = 1,6 · 10 $^{-19}$ C

Solución:

a) $E = \dfrac{V}{d} = \dfrac{200V}{2 \cdot 10^{-2} m} = 10^4 N/C$

b) $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{E \cdot q}{m} = \dfrac{10^4 N/C \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{3,32 \cdot 10^{-27} Kg} = 4,8 \cdot 10^{11} m/s^2$

24. ¿A qué distancia, una de otra, debes colocar dos cargas iguales de un microculombio cada una para que se repelan con una fuerza de 1 N?

Solución:

De la ley de Coulomb se obtiene:

$$d = \sqrt{\frac{K \cdot q^2}{F}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 Nm^2 C^{-2} \cdot 10^{-12} C^2}{1N}} = 9,5 \cdot 10^{-2} m$$

