

Chuletarios y ejercicios de física

2º de Bachillerato



$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}(\vec{r}, t)$$

Julián Moreno Mestre
Estudiante de Ciencias Físicas
Universidad Complutense de Madrid

"Lo que hacemos por nosotros mismos, muere con nosotros. Lo que hacemos por los demás y por el mundo, permanece y es inmortal." **Albert Payne**

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

"Hay otro tipo de cosa que no entendéis, queriendo decir: no me lo creo, es demasiado descabellado, es el tipo de cosa que simplemente no voy a aceptar. Con esto espero que estéis conmigo y tenéis que aceptarlo porque es así como funciona la naturaleza. Si queremos saber el modo en que funciona la naturaleza, la miramos cuidadosamente, observándola y... ése es el aspecto que tiene. ¿No te gusta? Pues vete a otra parte, a otro universo donde las reglas sean más simples, filosóficamente más agradables, psicológicamente más fáciles. No puedo evitarlo ¿vale? Si voy a deciros honestamente como parece ser el mundo para los seres humanos que han luchado tan duro como han podido para entenderlo, sólo puedo deciros el aspecto que tiene".

Richar P. Feynman (Describiendo la mecánica cuántica).

Índice:

Introducción	4
Bibliografía	4
Oscilaciones	
Chuletarío de oscilaciones.....	5
Ejercicios de oscilaciones.....	6
Problemas y cuestiones de oscilaciones.....	8
Ondas	
Chuletarío de ondas.....	13
Ejercicios de ondas.....	14
Problemas y cuestiones de ondas.....	18
Gravitación	
Chuletarío de gravitación.....	25
Ejercicios de gravitación.....	26
Problemas y cuestiones de gravitación.....	29
Electrostática	
Chuletarío de electrostática.....	39
Ejercicios de electrostática.....	40
Problemas y cuestiones de electrostática.....	43
Magnetismo	
Chuletarío de magnetismo.....	49
Ejercicios de magnetismo.....	50
Problemas y cuestiones de magnetismo.....	56
Óptica	
Chuletarío de óptica.....	67
Ejercicios de óptica.....	68
Problemas y cuestiones de óptica.....	73
Física cuántica	
Chuletarío de óptica.....	83
Ejercicios de óptica.....	84
Problemas y cuestiones de óptica.....	87
Física nuclear	
Resumen de física nuclear.....	93
Ejercicios de física nuclear.....	95
Problemas y cuestiones de física nuclear.....	98

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Introducción:

El presente texto tiene por objetivo facilitar a mis alumnos una colección de ejercicios para que desarrollen los conocimientos teóricos dados tanto en mis clases como en las suyas del colegio. Como bien dice la frase de Albert Payne estampada en la portada, este texto tiene por objetivo servir de ayuda.

Ofrezco esta colección de ejercicios a todos aquellos estudiantes de la asignatura de física 2º de Bachillerato. También a todos los profesores de colegio, instituto, particulares o de academia.

En próximas revisiones se incorpora un capítulo de relatividad especial. Se incorporaran más soluciones finales de los ejercicios de selectividad, posiblemente la solución completa y paso por paso de los ejercicios de selectividad.

Este texto contiene fragmentos de ejercicios de libros, por ello puede dar problemas su venta con fines comerciales. Tan solo se puede y se debe distribuir con fines docentes y sin ningún ánimo de lucro.

Julián Moreno Mestre
1 de octubre de 2008

Bibliografía.

Dado que este es un texto de ejercicios, se recomienda la adquisición de un libro de física de 2º de Bachillerato como complemento teórico para este. Los que recomiendo son:

Física 2 Bachillerato, Alberto Galindo Txiare y otros, Ed Mac Graw Hill.

Física 2º Bachillerato, Ángel Peña y José Ángel García, Ed Mac Graw Hill.

El libro de Alberto Galindo es un libro bastante avanzado para el curso de 2º de Bachillerato. El de Ángel Peña es un libro más indicado y básico para la asignatura.

También recomiendo el libro de carrera:

Paul A. Tipler, Física, Volumen 1 y 2, Ed Reverte.

Siendo este un libro muy completo, que no es solo valido para 2º de Bachillerato, sino para primeros cursos de carrera.

Chuletario de Oscilaciones Armónicas

El oscilador armónico simple:

Ecuación diferencial:

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x}$$

$\omega \equiv$ frecuencia normal de oscilación

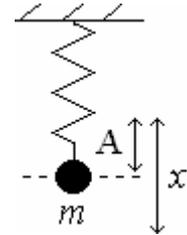
Definición: Se denomina frecuencia normal de oscilación a la frecuencia angular de oscilación.

Definición: Se llama modo normal de oscilación a la oscilación armónica con frecuencia ω .

El muelle:

Imaginemos un muelle de constante elástica k sobre el que se ha colocado una masa m , este se estira hasta alcanzar la posición de equilibrio. Si ahora es perturbado, entonces describirá un movimiento armónico simple, describible mediante la ley de Hook y la definición de fuerza de la 2ª ley de Newton:

$$F = -kx = ma \rightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x}$$



Por tanto la frecuencia normal, el periodo, la solución de la ecuación diferencial y la velocidad:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad x(t) = A \sin(\omega t + \delta) \quad v(t) = A\omega \cos(\omega t + \delta)$$

Relación entre velocidad y posición: $v(t) = \omega\sqrt{A^2 - (x(t))^2}$

Energía potencial: (Calculado con integral de línea)

Trabajo realizado contra la fuerza elástica:

$$E_p = \int_c^x \bar{F} \cdot \overline{dx} = \int_0^x -kx \cdot (-dx) = \frac{1}{2}kx^2$$

Energía mecánica del muelle:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

El péndulo simple:

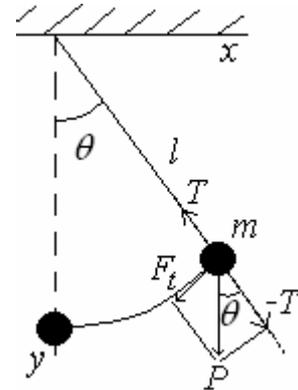
Un péndulo simple bajo el régimen de oscilaciones pequeñas se comporta como un oscilador armónico, considerando que la plomada del péndulo está sometido a las fuerzas tensión y peso las cuales al sumarse vectorialmente dan lugar a la fuerza tangencial, la cual para pequeñas oscilaciones es:

$$\bar{P} + \bar{T} = \bar{F}_t \rightarrow F_t \approx -mg \sin \theta \approx -mg\theta$$

Y dado que es la fuerza resultante: $F_t \approx -mg\theta = ma$

La aceleración a guarda relación con la aceleración angular α en un movimiento circular mediante:

$$a = l\alpha = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \rightarrow ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta \rightarrow \boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta}$$



La ecuación diferencial del oscilador armónico.

Por tanto la frecuencia normal, el periodo, la solución de la ecuación diferencial y la velocidad:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \theta(t) = A \sin(\omega t + \delta)$$

Energía potencial: (Origen de potencial en $\theta = 0$)

$$E_p = mgh = mg(l - l \cos \theta) \approx \frac{1}{2}mgl\theta^2$$

Energía mecánica del péndulo:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mgl\theta^2 = \frac{1}{2}mglA^2$$

Ejercicios de oscilaciones:

- 1º Una masa de 80 kg oscila con movimiento armónico simple de frecuencia de 2 Hz y amplitud de 10 cm sobre una superficie horizontal sin rozamiento. ¿Cuál es la constante del muelle? **Sol:** $1.3 \cdot 10^{-4}$ N/m.
- 2º Un muelle sin deformación cuelga verticalmente y en su extremo se cuelga un cuerpo de masa desconocida que se suelta desde el reposo. Cae 3.42 cm antes de que quede en reposo por primera vez. Calcular el periodo del movimiento. **Sol:** 0.26 s
- 3º Calcule el periodo, para oscilaciones pequeñas, de un péndulo simple de 9 m de largo sobre la superficie de la tierra. **Sol:** 6.01 s
- 4º Un muchacho avanza a velocidad suicida con sus patines de ruedas cuando sus tirantes superelásticos se enganchan en el poste de una valla y comienza a oscilar adelante y atrás con una amplitud A. ¿Qué distancia recorre en un periodo? **Sol:** 4·A
- 5º Al pasar por un bache un coche experimenta oscilaciones de 1 Hz de frecuencia. Si los cuatro amortiguadores del coche se tratan como si fueran muelles, y la masa total del coche y ocupantes es de 1400 kg ¿cuál es la constante de cada amortiguador? **Sol:** $1.4 \cdot 10^4$ N/m.
- 6º Un muelle de constante elástica 6 N/m se corta por la mitad. ¿Cuál será la constante elástica de cada trozo? ¿Ofrece más resistencia a ser deformado o menos? **Sol:** 12 N/m. Ofrece más resistencia.
- 7º Un péndulo de 1 m de longitud se separa 30º de la vertical y se suelta. ¿Llevará un movimiento armónico simple? **Sol:** No.
- 8º Dos cuerpos de masas 400 g y 600 g, se unen con un muelle de constante 0.1 N/m y se colocan en una superficie horizontal sin rozamiento. Los cuerpos, son acercados entre si y después se sueltan. Determine el periodo de oscilación de los cuerpos. **Sol:** 9.7 s
- 9º Un objeto oscila unido a un muelle con una amplitud de 4.5cm. Su energía total es 1.4 J. ¿Cuál es la constante de fuerza del muelle? **Sol:** $1.4 \cdot 10^3$ N/m
- 10º De un muelle vertical, sin masa, se cuelga una pesa de 60 g que lo deforma 3 cm, cuando se lleva al equilibrio:
a) ¿Cuál es el valor de k ?
b) ¿Y el periodo de oscilación del sistema?
Si ahora añadimos una masa de 40 g:
c) ¿Cuál será la nueva deformación del resorte en el equilibrio?
d) ¿Y el periodo de oscilación?
Sol: a) 20 N/m; b) 0.35 s; c) 5 cm; d) 0.45 s.
- 11º Una masa de 1 kg se deposita sobre un muelle vertical comprimido 5 cm. Cuando se libera el muelle el bloque sale disparado, hacia arriba, una altura máxima de 0.75 m, respecto a su nivel inicial.
a) ¿Cuál es la constante del muelle?
b) ¿Cuánta energía había almacenada?
Sol: a) $5.9 \cdot 10^{-3}$ N/m; b) 7.4 J

12° La ecuación horaria de la posición de una partícula es:

$$x(t) = 0.5 \cos(2\pi t + \pi/3)$$

donde x se mide en metros y t en segundos. Calcula:

- La amplitud de la pulsación o frecuencia angular, la frecuencia lineal, el periodo y la fase inicial.
- La velocidad y aceleración máximas.
- La posición y velocidad en $t = 0$ s.

Sol: a) 0.5 m, 2π rad/s, 1 Hz, 1 s, $\pi/3$ rad; b) π m/s; c) 0.25 m, -0.9π m/s.

13° De un muelle vertical de constante 150 N/m, sin deformar, se cuelga una masa de 1 kg y se deja caer. Calcule:

- ¿Qué distancia habrá recorrido la masa cuando llegue a su punto más bajo?
- ¿Cuánto vale la fuerza total que, en ese momento, actúa sobre la masa?
- ¿Cuánto vale su velocidad al pasar por su posición de equilibrio?

Sol: a) 13 cm; b) 9.8 N; c) 0.80 m/s.

14° Una partícula se mueve con movimiento armónico simple a lo largo del eje OX. La partícula se halla en el origen de coordenadas para $t = 0$ s y se desplaza hacia la derecha. Se sabe que la amplitud es de 2 m y la frecuencia es de 1.6 Hz. Determine:

- Ecuación de posición.
- Velocidad máxima y tiempo mínimo en alcanzarla.
- Aceleración máxima y tiempo mínimo empleado en alcanzarla.
- Espacio recorrido durante el primer segundo.

Sol: a) $x(t) = 2 \sin(3.2\pi t)$ m; b) 6π m/s y 0.31 s; c) $20.5\pi^2$ m/s y 0.47 s; d) -1.18 m

15° La aceleración del movimiento de una partícula de masa 2 g es:

$$a = -4\pi^2 x \text{ cm/s}$$

Sabiendo que la longitud del segmento horizontal que recorre es 4 cm y que se ha comenzado a contar el tiempo cuando se encuentra en el punto $x = 1$ cm, moviéndose hacia la derecha, calcula:

- las ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo.
- Sus energías mecánica, cinética y potencial cuando $x = -2$ cm.

Sol: a) $x(t) = 2 \cdot 10^{-2} \cos(2\pi t - \pi/3)$ m, $v(t) = -4\pi \cdot 10^{-2} \sin(2\pi t - \pi/3)$ m/s;

b) $1.6 \cdot 10^{-5}$ J, 0 J, $1.6 \cdot 10^{-5}$ J.

16° La posición de una partícula viene dada por:

$$x(t) = 2.5 \cos(\pi t)$$

en donde x se expresa en metros y t en segundos.

- Determinar la velocidad máxima y la aceleración máxima de la partícula.
- Determinar la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $x = 1.5$ m

Sol: a) $v_{\max} = 7.85$ m/s, $a_{\max} = 24.7$ m/s²; b) 6.28 m/s, $a = -14.8$ m/s².

17° Una partícula está sometida simultáneamente a dos movimientos armónicos simples perpendiculares y desfasados 90°. Demuéstrese:

- Que la trayectoria de la partícula es circular.
- Que el movimiento resultante es circular uniforme.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

18º La posición de una partícula viene dada por:

$$x(t) = 7 \cos(6\pi t)$$

en donde t viene dado en segundos, y la función está dada en metros. Determinar:

- La frecuencia y el periodo.
- La amplitud del movimiento de la partícula
- ¿Cuál es el primer instante después de $t = 0$ en que la partícula está en su posición de equilibrio? ¿En que sentido se está moviendo en ese instante (arriba o hacia abajo o en ninguno)?
- ¿Cuál es la velocidad máxima de la partícula?
- ¿Cuál es su aceleración máxima?

Sol: a) 6π rad/s, 0.33 s; b) 7 m; c) 1/12 s; d) 42π m/s; e) $252\pi^2$ m/s².

19º Un objeto de 2.4 kg está sujeto a un muelle horizontal de constante de fuerza 4.5 N/m. El muelle se estira 10 cm y se deja en libertad. Determinar:

- La frecuencia del movimiento
- El periodo
- La amplitud
- La velocidad máxima
- La aceleración máxima
- ¿Cuándo alcanza el objeto su posición de equilibrio? ¿Cuál es la aceleración en ese instante?

Sol: a) 6.9 Hz b) 0.15 s c) 0.1 m d) 4.3 m/s e) $1.9 \cdot 10^2$ m/s f) en $T/4$, $a = 0$.

Problemas y cuestiones de oscilaciones de selectividad:

Septiembre del 2000:

Problema (2 puntos):

Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g, tiene un periodo de oscilación de 2 s.

- ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique?
- Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿Cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

Junio del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Un muelle cuya constante de elasticidad es k está unido a una masa puntual de valor m . Separando la masa de la posición de equilibrio el sistema comienza a oscilar.

Determine:

- El valor del periodo de oscilaciones T y su frecuencia angular ω .
- Las expresiones de las energías cinética, potencial y total en función de la amplitud y de la elongación del movimiento del sistema oscilante.

Septiembre del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula efectúa un movimiento armónico simple cuyo periodo es igual a 1 s. Sabiendo que en el instante $t = 0$ su elongación es 0.70 cm y su velocidad 4.39 cm/s, calcule:

- La amplitud y la fase inicial.
- La máxima aceleración de la partícula.

Modelo del 2002:

Problema (2 puntos):

Un cuerpo de 200 g unido a un resorte horizontal oscila, sin rozamiento, sobre una mesa, a lo largo del eje de las x , con una frecuencia angular $\omega = 8$ rad/s. En el instante $t = 0$, el alargamiento del resorte es de 4 cm respecto de la posición de equilibrio y el cuerpo lleva en ese instante una velocidad de -20 cm/s. Determine:

- La amplitud y la fase inicial del movimiento armónico simple realizado por el cuerpo.
- La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Junio del 2002:

Problema (2 puntos):

Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es $k = 10$ N/m. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ($x = 0$) y se deja en libertad. Determine:

- La expresión de la posición de la masa en función del tiempo.
- Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la masa en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio.
- La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria.
- La energía mecánica del sistema oscilante.

Nota: Considere los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son positivos cuando el muelle está estirado.

Modelo del 2003:

Problema (2 puntos):

Una partícula de masa 3 g oscila con movimiento armónico simple de elongación en función del tiempo:

$$x(t) = 0.5 \cos(0.4t + 0.1)$$

- La amplitud, la frecuencia, la fase inicial y la posición de la partícula en $t = 20$ s.
- Las energías cinéticas máxima y mínima de la partícula que oscila, indicando en que posiciones se alcanzan.

Sol: a) $A = 0.5$ m, $f = 0.064$ Hz, $\varphi = \delta = 0.1$ rad, $x(20) = -0.122$ m;

b) $2.4 \cdot 10^{-2}$ J (0 m) y 0 J (0.5 m).

Junio del 2003:

Problema (2 puntos):

Un bloque de 50 g, conectado a un muelle de constante elástica 35 N/m, oscila en una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio, calcule:

- La fuerza ejercida sobre el bloque.
- La aceleración del bloque.
- La energía potencial elástica del sistema.
- La velocidad del bloque.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula de 5 g de masa se mueve con un movimiento armónico simple de 6 cm de amplitud a lo largo del eje X. En el instante inicial ($t = 0$) su elongación es de 3 cm y el sentido del desplazamiento hacia el extremo positivo. Un segundo más tarde su elongación es de 6 cm por primera vez. Determine:

- La fase inicial y la frecuencia del movimiento.
- La función matemática que representa la elongación en función del tiempo.
- Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de la partícula, así como las posiciones donde los alcanza.
- La fuerza que actúa sobre la partícula en $t = 1$ s y su energía mecánica.

Junio del 2004:

Cuestión (2 puntos):

- Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, este se desplaza 5 cm; ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la aceleración de la gravedad?
- Calcule el periodo de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).

Dato: aceleración de la gravedad $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Modelo del 2005:

Problema (2 puntos):

Una partícula de masa 100 g realiza un movimiento armónico simple de amplitud 3 m y cuya aceleración viene dada por la expresión

$$a = -9\pi^2 x$$

en unidades SI. sabiendo que se ha empezado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo en los desplazamientos positivos, determine:

- El periodo y la constante recuperadora del sistema.
- La expresión matemática del desplazamiento en función del tiempo $x = x(t)$.
- Los valores absolutos de la velocidad y de la aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo.
- Las energías cinética y potencial en el punto donde tiene velocidad máxima.

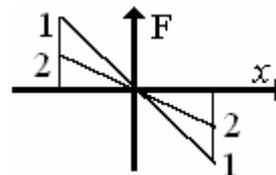
Sol: a) $T = 0.66 \text{ s}$, $k = 1.126 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$; b) $x(t) = 3 \sin(3\pi t + \pi/2) \text{ m}$;

c) $a = 133.2 \text{ m/s}^2$

Septiembre del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Se tienen dos muelles de constantes elásticas k_1 y k_2 en cuyos extremos se disponen dos masas m_1 y m_2 respectivamente, y tal que $m_1 < m_2$. Al oscilar, las fuerzas que actúan sobre cada una de estas masas en función de la elongación aparecen representadas en la figura.



- ¿Cuál es el muelle de mayor constante elástica?
- ¿Cuál de estas masas tendrá mayor periodo de oscilación?

Modelo del 2006:

Problema (2 puntos):

Determine la constante elástica k de un muelle, sabiendo que si se le aplica una fuerza de 0.75 N éste se alarga 2.5 cm respecto a su posición de equilibrio. Uniendo el muelle anterior un cuerpo de masa 1.5 kg se constituye un sistema elástico que se deja oscilar libremente sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Sabiendo que en $t = 0$ el cuerpo se encuentra en la posición de máximo desplazamiento, $x = 30 \text{ cm}$, respecto a su posición de equilibrio, determine:

- La expresión matemática del desplazamiento del cuerpo en función del tiempo.
- La velocidad y aceleración máximas del cuerpo.
- Las energías cinética y potencial cuando el cuerpo se encuentra a 15 cm de la posición de equilibrio.

Junio del 2006:

Problema (2 puntos):

Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica $k = 65 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm , determine:

- La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación.
- La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula.
- La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.
- La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a 13 m/s^2 .

Septiembre del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento y su aceleración máxima es de 48 m/s^2 . Calcule:

- La frecuencia y el periodo del movimiento.
- La velocidad máxima de la partícula.

Sol: a) $f = 191 \text{ Hz}$, $T = 5.24 \cdot 10^{-3} \text{ s}$; b) 48 m/s .

Junio del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Un objeto de 2.5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3.3 Hz . Determine:

- El período del movimiento y la constante elástica del muelle.
- La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto.

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Un cuerpo de masa m está suspendido de un muelle de constante elástica k . Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia X respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiese sido $2 \cdot X$, deduzca la relación que existe, en ambos casos, entre:

- Las velocidades máximas del cuerpo.
- Las energías mecánicas del sistema oscilante.

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula que realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante $t = 0$ su velocidad era nula y la elongación positiva, determine:

- a) La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
- b) La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante $t = 0.25$ s.

Chuleterio de ondas y acústica:

Definición: Una onda transversal es aquella cuya dirección de propagación es perpendicular a la dirección de vibración.

Definición: Una onda longitudinal es aquella cuya dirección de propagación es paralela a la de vibración.

Ecuación de ondas:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Solución general de la ecuación de ondas:

$$\Psi(x, t) = f(ct \pm x)$$

Solución especial para ondas armónicas:

$$\Psi(x, t) = A \sin(\omega t \pm kx)$$

$c \equiv$ Velocidad de propagación.

También se puede presentar con función coseno

La onda va con + si se propaga en sentido negativo del eje OX, y con - si lo hace en sentido positivo OX.

Características de las ondas armónicas:

1º Son periódicas.

2º Al propagarse una onda armónica cada punto x del medio describe un Movimiento Armónico Simple.

3º Relación $\omega = kc$. Donde:

$\omega \equiv$ Frecuencia angular. (rad/s)

$k \equiv$ Número de onda. (m^{-1})

Relaciones importantes:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = cT$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\lambda \equiv$ longitud de onda (m)

$f \equiv$ frecuencia de la onda ($s^{-1} = \text{Hz}$)

Principio de superposición (suma de dos ondas armónicas): $\Psi_R = \Psi_1 + \Psi_2$

Interferencia de ondas armónicas:

Sean dos ondas armónicas de idéntica frecuencia, amplitud y número de onda que interfieren entre si y cuyas funciones de onda son:

$$\Psi_1(x, t) = A \sin(\omega t - kx_1)$$

$$\Psi_2(x, t) = A \sin(\omega t - kx_2)$$

Sumándose por el principio de superposición y algunas reglas de la trigonometría:

$$\Psi_R = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \sin\left(\omega t - \frac{k(x_2 + x_1)}{2}\right) \cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right)$$

Se producen valores mínimos cuando: $\cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) = 0 \Rightarrow x_2 - x_1 = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}$

$n \in \mathbb{Z}$

Se producen valores máximos cuando: $\cos\left(\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right) = 1 \Rightarrow x_2 - x_1 = n\lambda$

El desfase entre dos ondas armónicas superpuestas es: $\delta = k(x_2 - x_1)$

Definición: Una interferencia de dos ondas es constructiva cuando están en fase, es decir $\delta = 0$.

Definición: Una interferencia de dos ondas es destructiva cuando están desfasadas $\delta = 180^\circ$.

Ondas estacionarias:

Cuando las ondas están confinadas en el espacio, por ejemplo en una cuerda de piano, se producen reflexiones que generan ondas moviéndose en distintas direcciones y sentidos. Analizando este problema en una dimensión, cuerdas vibrantes por ejemplo, y usando el principio de superposición:

$$\Psi_R = \Psi_1 + \Psi_2 = A \sin(\omega t - kx) - A \sin(\omega t + kx) = 2A \sin(\omega t) \sin(kx)$$

$\Psi_2 \equiv$ Onda reflejada de signo y dirección contrario al de la incidente Ψ_1 .

Definición: Los nodos en una onda estacionaria son aquellos puntos de x con amplitud mínima.

Definición: Los vientres en una onda estacionaria a aquellos puntos de x con amplitud máxima.

Definición: Los armónicos fundamentales son los modos de vibración de un medio material en el que se produce una onda estacionaria.

Frecuencias, longitudes de onda, nudos y ondas de los armónicos fundamentales.

$$f_n = \frac{n}{2L} c \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{nodo}_i = \frac{\lambda_n}{2} i \quad \text{vientre}_i = \frac{\lambda_n}{4} (1 + 2i)$$

$n \equiv$ orden de armónico fundamental

$i = 0, 1, 2, \dots, n$

5º Escribe la ecuación de una onda que se propaga en sentido negativo del eje x y que tiene las siguientes características: $A = 0.5$ m; $f = 250$ Hz; $v = 200$ m/s.

Sol: $\Psi(x, t) = 0.5 \cos(500t + 2.5x)$.

6º Una masa de 2 gramos oscila con una frecuencia de 8Hz y una amplitud de 4cm. ¿qué energía transmite la onda producida por este oscilador? **Sol:** $4 \cdot 10^{-3}$ J.

7º Sean las siguientes funciones de dos variables:

a) $\Psi(x, t) = 4 \sin(x + ct)$ b) $\Psi(x, t) = e^{i(x-ct)}$ c) $\Psi(x, t) = \sin(x) \cos(ct)$

Verificar cuales de ellas son soluciones de la ecuación de ondas e Indicar cuales pueden describir un movimiento ondulatorio plano.

Nota: Una función $e^{i\theta}$ es periódica si θ es un número real, pues $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

Sol: Todas verifican la ecuación de ondas y son por tanto ondas.

8º ¿Pueden las siguientes funciones $y \equiv y(x, t)$ representar ondas viajando por el eje OX?

a) $y = A \sin^2[k(x - vt)]$ b) $y = A \sin(kx) \cos(\omega t)$ c) $y = A \cos(\omega t)$

d) $y = A \cos(2\pi x / \lambda)$ e) $y = (x + vt)^3$ f) $y = e^{ik(x-vt)}$

Sol: a) Si b) Si c) No d) Si e) No f) Si

9º La ecuación de una onda es:

$$\Psi(x, t) = 25 \sin(0.4t - \pi x)$$

expresada en unidades del sistema internacional. Calcula:

a) Los puntos que están en fase y en oposición de fase.

b) ¿Qué tiempo debe transcurrir para que un punto situado a 5 m del foco tenga velocidad máxima?

Sol: a) En fase los que estén a $2n$ metros y en oposición los que estén a $2n - 1$ metros;

b) 39 s.

10º La ecuación de una onda sonora plana es:

$$\Psi(x, t) = 6 \cdot 10^{-6} \cos(1900t + 5.72x)$$

Calcula la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

Sol: 302.5Hz; 109m; 332m/s.

11º En una cuerda colocada a lo largo del eje OX se propaga una onda transversal determinada por la función:

$$\Psi(x, t) = 0.02 \sin(4x - 8t)$$

con unidades del SI en todas sus variables. ¿Cuánto tiempo tarda la perturbación en recorrer 8 metros? **Sol:** 4 s.

12º La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda viene dada por:

$$\Psi(x, t) = 0.08 \cos(100\pi t - 0.8\pi x)$$

en unidades del sistema internacional. Calcula:

a) La frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) La máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda.

c) La ecuación de la onda estacionaria que resultaría de la interferencia de la onda anterior con otra igual que se propagase en sentido contrario.

Sol: a) 50 Hz, 2.5 m, 125 m/s; b) 25 m/s; c) $\Psi(x, t) = 0.16 \cos(0.8\pi x) \cos(100\pi t)$;

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

- 13º La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$\Psi(x, t) = 0.4 \cos(100\pi t - 25\pi x)$$

en unidades del SI. Calcula su longitud de onda, su frecuencia y velocidad de propagación. **Sol:** 0.08 m; 50 Hz; 4 m/s.

- 14º Una cuerda vibra según la ecuación:

$$\Psi(x, t) = 10 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sin(50\pi t)$$

en unidades del SI. Calcula:

- La amplitud y la velocidad de las ondas cuya superposición da lugar a la onda anterior.
- Distancia entre dos vientres consecutivos.

Sol: a) 5 m, 100 m/s; b) 2 m.

- 15º Una onda viene dada por la ecuación:

$$\Psi(x, t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi x}{0.8}\right)$$

En unidades del SI. Calcula:

- El carácter de la onda y su velocidad de propagación.
- La diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.
- La diferencia de fase en un instante dado de dos partículas separadas 120 cm en el sentido de avance de la onda.

Sol: a) Onda transversal, propagación en sentido negativo del eje x , -0.4 m/s;
b) π rad; c) $3\pi/2$ rad.

- 16º Una cuerda de guitarra mide 80 cm de longitud y en ella se propagan las ondas a una velocidad de 80 m/s. Calcula a qué frecuencia vibra la cuerda en su modo fundamental. **Sol:** 50 Hz.

- 17º Un altavoz emite con una potencia de 40 W. Calcula la intensidad sonora:

- A 5 m del altavoz.
- A 10 m del altavoz.
- A 15 m del altavoz.

Sol: a) $2/5\pi$ W/m²; b) $1/10\pi$ W/m²; c) $2/45\pi$ W/m².

- 18º Dos altavoces que emiten sonidos con la misma frecuencia, amplitud y en concordancia de fase están situados en los puntos A y B de un auditorio. Los dos sonidos interfieren en un punto P que dista 50 m de A y 75 m de B ¿Habría sonido en P?

Dato: velocidad del sonido 340 m/s.

Sol: Hay sonido.

- 19º Una ventana, cuya superficie es de 1.5 m² está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad sonora de 65 dB ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?

Sol: $4.7 \cdot 10^{-6}$ W.

- 20º Calcula el nivel de intensidad de un sonido cuya intensidad es de $2 \cdot 10^{-3}$ W/m².

Sol: 93 dB.

- 21° Un sonido tiene un nivel de intensidad de 32 dB. ¿Cuál es su intensidad W/m^2 ?
Sol: $1.6 \cdot 10^{-9} W/m^2$.
- 22° Una ventana, cuya superficie es de $1.5 m^2$ está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?
Sol: $4.7 \cdot 10^{-6} W$.
- 23° Un altavoz emite con una potencia 500 W. ¿Cuál es el nivel de intensidad acústica si nos situamos a 5 metros del altavoz? ¿Y a 10 metros? **Sol:** 116 db y 122 db.
- 24° Un observador recibe simultáneamente dos sonidos cuyos niveles de intensidad sonora son de 60 dB y 80 dB. Calcule:
a) La intensidad del sonido resultante.
b) El nivel de intensidad sonora del mismo.
Sol: a) $1.01 \cdot 10^{-4} W/m^2$; b) 80.04 dB.
- 25° Tres fuentes sonoras actuando independientemente producen niveles de intensidad de 70, 73 y 80 dB. ¿Cuál es el nivel de intensidad cuando las tres fuentes actúan conjuntamente? **Sol:** 81.14 dB.
- 26° En un campo de baloncesto, 1000 espectadores gritan al unísono con un nivel de intensidad sonora de 60 dB cada uno. ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora que producen todos juntos? **Sol:** 90 dB.
- 27° Una fuente emisora de ondas se acerca a un receptor, con velocidad 78 km/h, cuando existe un viento que se dirige desde el emisor hasta el receptor, con velocidad de módulo 32 km/h. Si el emisor emite con frecuencia 5 kHz, ¿qué frecuencia detecta el receptor? **Sol:** 5.3 Hz.
- 28° Un altavoz de un equipo de música doméstico tiene una potencia de salida de 35 W. Si esta potencia se distribuye uniformemente en todas las direcciones:
a) ¿Cuál es el nivel de sonido a 5 m?
b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad de dos altavoces sonando a la vez?
Sol: a) 110 db; b) 113 dB.
- 29° Un estudiante deja caer un diapasón vibrante de 440Hz desde el último piso de un edificio. Cuando el diapasón alcanza el suelo, el estudiante oye una frecuencia de 400Hz. ¿Qué longitud ha recorrido en su caída el diapasón? **Sol:** 48.9m
- 30° Los gritos de un aficionado al fútbol se oyen desde el campo con un nivel de intensidad de 35dB.
a) ¿Cuántos aficionados son necesarios para que el nivel de intensidad aumente hasta 75dB?
b) ¿Cuántos aficionados, emitiendo en fase, son necesarios para que el nivel de intensidad aumente hasta 75dB?
Sol: a) $n \approx 10^4$ b) $n = 10^2$
- 31° Un coche se mueve con una velocidad de 17m/s hacia una pared. Su bocina emite ondas sonoras de 200Hz que se mueven a 340m/s. Hallen la longitud de onda del sonido que llega a la pared y la frecuencia con que la onda incide sobre ella. **Sol:** 210.52 Hz.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

- 32º El silbato de un tren que viaja a 144 km/h emite con una frecuencia de 520 Hz. En reposo hay dos observadores, uno que ve acercarse el tren (A) y otro del que se aleja el tren (B). Calculen la longitud de onda y la frecuencia que detectan ambos observatorios. **Sol:** $\lambda_A = 0.58$ m, $\lambda_B = 0.74$ m, $f_A = 589$ Hz, $f_B = 465$ Hz.
- 33º Las longitudes de onda de la luz roja y la luz verde son, respectivamente, $6.2 \cdot 10^{-7}$ m y $5.4 \cdot 10^{-7}$ m, y la velocidad en el aire de ambas es de $3 \cdot 10^8$ m/s. Calcula a que velocidad debe circular un vehículo para que al conductor le parezca verde la luz roja de un semáforo. **Sol:** $4.46 \cdot 10^7$ m/s.
- 34º ¿A qué velocidad vuela un murciélago hacia su presa si está enviando una señal de 55 kHz y recibe una frecuencia de 58 kHz para el sonido reflejado en la presa?
Sol: 9 m/s.
- 35º Un coche de policía lleva instalado un emisor de microondas de frecuencia 8 GHz con el que envía una señal a un vehículo infractor que se aleja a velocidad elevada. La señal se refleja en dicho vehículo y es recibida de vuelta por el receptor de la policía. Calcula la velocidad del vehículo infractor:
- Si el coche de policía está estacionado y detecta un corrimiento de frecuencia de 1550 Hz.
 - Si el coche de policía viaja a 80 km/h en el mismo sentido que el infractor y detecta un corrimiento de frecuencia de 1000 Hz.
- Sol:** a) 147.5 km/h; b) 104.6 km/h.

Problemas y cuestiones de ondas de selectividad:

Modelo del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Dos sonidos tienen niveles de intensidad sonora de 50 dB y 70 dB, respectivamente. Calcule cuál será la relación entre sus intensidades. **Sol:** 100.

Cuestión (2 puntos):

Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.

- ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60° ?
- ¿Cuál es la diferencia de fase de la oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?

Sol: a) 0.12 m; b) π rad.

Junio del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática:

$$\Psi(x, t) = 2 \sin(7t - 4x)$$

en unidades SI. Determine:

- La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.
- El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

Sol: a) $c = 1.75$ m/s, $v_{\max} = 14$ m/s; b) 0.9 s.

Septiembre del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, oscila transversalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia 60 Hz. Las ondas generadas alcanzan el otro extremo de la cuerda en 0.5 s. Determine:

- La longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.
- La diferencia de fase de oscilación existente entre dos puntos de la cuerda separados 10 cm.

Sol: a) 0.2 m, 10π rad/m; b) π rad.

Modelo del 2001:

Cuestión (2 puntos):

La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa coincidente con el eje X, es:

$$\Psi(x,t) = 0.2 \sin(100\pi t - 200\pi x)$$

en unidades de SI. Determine:

- Los valores del periodo, la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- La expresión matemática de la onda en términos de la función coseno.

Sol: a) $T = 0.02$ s, $A = 0.2$ m, $\lambda = 0.01$, $v = 0.5$ m/s;

b) $\Psi(x,t) = 0.2 \sin(100\pi t - 200\pi x + \pi/2)$

Problema (2 puntos):

El sonido emitido por un altavoz tiene un nivel de intensidad de 60 dB a una distancia de 2 m de él. Si el altavoz se considera como una fuente puntual, determine:

- la potencia del sonido emitido por el altavoz.
- A que distancia el nivel de intensidad sonora es de 30 dB y a que distancia es imperceptible el sonido.

Dato: Intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12}$ W·m⁻².

Sol: a) $8\pi \cdot 10^{-6}$ W; b) Para 30 db la distancia es 63.2 m y es imperceptible a 2000 m.

Septiembre del 2001:

Problema (2 puntos):

La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje X es:

$$\Psi(x,t) = 0.5 \sin(6\pi t - 2\pi x)$$

unidades SI. Determine:

- Los valores de la longitud de onda y de la velocidad de propagación de la onda.
- Las expresiones que representan la elongación y la velocidad de vibración en función del tiempo, para un punto de la cuerda situado a una distancia $x = 1.5$ m del origen.
- Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de vibración de los puntos de la cuerda.
- La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que, en un mismo instante, vibran desfasados 2π radianes.

Modelo del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Una fuente sonora puntual emite con una potencia de 10^{-6} W.

- Determine el nivel de intensidad expresado en decibelios a 1 m de la fuente sonora.
- ¿A que distancia de la fuente sonora el nivel de intensidad se ha reducido a la mitad del valor anterior?

Dato: La intensidad umbral de audición es $I_0 = 10^{-12}$ W·m⁻².

Junio del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Escriba la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados:

- Frecuencia angular ω y velocidad de propagación v .
- Periodo T y longitud de onda λ .
- Frecuencia angular ω y número de onda k .
- Explique por qué es una función doblemente periódica.

Septiembre del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Se tiene una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razone qué ocurre con:

- El periodo.
- La velocidad de propagación.
- La longitud de onda.
- La amplitud.

Cuestión (2 puntos):

Una bolita de 0.1 g de masa cae desde una altura de 1 m, con velocidad inicial nula. Al llegar al suelo el 0.05% de su energía cinética se convierte en un sonido de duración 0.1 s.

- Halle la potencia sonora generada.
- Admitiendo que la onda sonora generada puede aproximarse a una onda esférica, estime la distancia máxima a la que puede oírse la caída de la bolita si el ruido de fondo sólo permite oír intensidades mayores que 10^{-8} W/m².

Dato: Aceleración de la gravedad $g = 9.8$ m·s⁻².

Modelo del 2003:

Problema (2 puntos):

Una onda armónica transversal de frecuencia 80 Hz y amplitud 25 cm se propaga a lo largo de una cuerda tensa de gran longitud, orientada según el eje X, con una velocidad de 12 m/s en su sentido positivo. Sabiendo que en el instante $t = 0$ el punto de la cuerda de abscisa $x = 0$ tiene una elongación $y = 0$ y su velocidad de oscilación es positiva, determine:

- La expresión matemática que representa dicha onda.
- La expresión matemática que representa la velocidad de oscilación en función del tiempo del punto de la cuerda de abscisa $x = 75$ cm.
- Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de oscilación de los puntos de la cuerda.
- La diferencia de fase de oscilación en un mismo instante entre dos puntos de la cuerda separados 37.5 cm.

Junio del 2003:

Cuestión (2 puntos):

El periodo de una onda transversal que se propaga en una cuerda tensa es de $2 \cdot 10^{-3}$ s. Sabiendo, además, que dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase vale $\pi/2$ rad están separados una distancia de 10 cm, calcule:

- La longitud de onda
- La velocidad de propagación.

Septiembre del 2003:

Cuestión (2 puntos):

La expresión matemática de una onda armónica es:

$$\Psi(x, t) = 3 \sin(200\pi t - 5x + \pi)$$

estando todas las magnitudes en unidades SI. Determine:

- La frecuencia y la longitud de onda.
- La amplitud y la velocidad de propagación de la onda.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Una onda armónica unidimensional está dada, en el sistema SI de unidades, por la expresión:

$$\Psi(x, t) = 4 \sin(50\pi t - 4x)$$

Determine:

- La amplitud.
- El periodo.
- La longitud de onda.
- La velocidad de propagación.

Junio del 2004:

Problema (2 puntos):

Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda esta generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determine:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas, y en $t = 0$ la elongación es nula.
- La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.
- La aceleración máxima de oscilación en un punto cualquiera de la cuerda.

Septiembre del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula oscila con movimiento armónico simple según el eje Y en torno al origen de coordenadas originando una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, una amplitud de 0.02 m y frecuencia de 10 Hz. Determine:

- El periodo y la longitud de onda.
- La expresión matemática de la onda, si en $t = 0$ la partícula situada en el origen de coordenadas está en la posición de máxima elongación positiva.

Junio del 2005:

Cuestión (2 puntos):

El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 60 db a 10 m de distancia. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcule:

- El nivel de intensidad sonora a 1 km de distancia.
- La distancia a la que la sirena deja de ser audible.

Dato: Intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Problema (2 puntos):

Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud y por ello una partícula de la misma realiza un movimiento armónico simple en la dirección perpendicular a la cuerda. El periodo de dicho movimiento es de 3 s y la distancia que recorre la partícula entre posiciones es de 20 cm.

- ¿Cuáles son los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de la partícula?
- Si la distancia mínima que separa dos partículas de la cuerda que oscilan en fase es de 60 cm, ¿cual es la velocidad de propagación de la onda? ¿cuál es el número de onda?

Septiembre del 2005:

Problema (2 puntos):

Dada la expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud:

$$\Psi(x, t) = 0.03 \sin(2\pi t - \pi x)$$

donde x e y están expresados en metros y t en segundos.

- ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?
- ¿Cuál es la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda? ¿Cuál es la velocidad máxima de oscilación?
- Para $t = 0$, ¿Cuál es el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando $x = 0.5 \text{ m}$ y $x = 1 \text{ m}$?
- Para $x = 1 \text{ m}$, ¿cuál es el desplazamiento cuando $t = 0.5 \text{ s}$?

Modelo del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

- La intensidad de la onda sonora emitida por una fuente puntual es directamente proporcional a la distancia a la fuente.
- Un incremento de 30 decibelios corresponde a un aumento de la intensidad del sonido en un factor 1000.

Junio del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Una onda sonora que se propaga en el aire tiene una frecuencia de 260 Hz.

- Describe la naturaleza de la onda sonora e indique cual es la dirección en la que tiene lugar la perturbación, respecto a la dirección de propagación.
- Calcule el periodo de esta onda y su longitud de onda.

Datos: Velocidad del sonido en el aire $v = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Septiembre del 2006:

Problema (2 puntos):

Una onda armónica transversal se desplaza en la dirección del eje X en sentido y tiene una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz.

Determine:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La fase inicial, sabiendo que para $x = 0$ y $t = 0$ la elongación es $y = -2$ cm.
- La expresión matemática que representa la onda.
- La distancia mínima de separación entre dos partículas del eje X que oscilan desfasadas $\pi/3$ rad.

Modelo del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Una fuente sonora puntual emite con una potencia de 80 W. Calcule:

- La intensidad sonora en los puntos distantes 10 m de la fuente.
- ¿A que distancia de la fuente el nivel de intensidad sonora de 130 dB?

Dato: Intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Problema (2 puntos):

La expresión matemática que representa una onda armónica que se propaga a lo largo de una cuerda tensa es:

$$\Psi(x, t) = 0.01 \sin(10\pi t + 2\pi x + \pi)$$

donde x e y están dados en metros y t en segundos. Determine:

- El sentido y la velocidad de propagación de la onda.
- La frecuencia y la longitud de onda.
- La diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 20 cm.
- La velocidad y la aceleración de oscilación máximas de un punto de la cuerda.

Junio del 2007:

Problema (2 puntos):

Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:

$$\Psi(x, t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de 20 cm, determine:

- La amplitud y la frecuencia de la onda armónica.
- La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- La expresión matemática que representa la onda armónica.
- La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada $x = 80$ cm, y el valor de dicha velocidad en el instante $t = 20$ s.

Septiembre del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un período de 0.2 s y se propaga en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 30 m/s. En el instante $t = 0$, la partícula de la cuerda en $x = 0$ tiene un desplazamiento positivo de 0.02 m y una velocidad de oscilación negativa de 2 m/s.

- ¿Cuál es la amplitud de la onda?
- ¿Cuál es la fase inicial?
- ¿Cuál es la máxima velocidad de oscilación de los puntos de la cuerda?
- Escriba la función de onda correspondiente.

Modelo del 2008:

Cuestión (2 puntos):

La expresión matemática que representa una onda armónica en unidades SI es:

$$\Psi(x, t) = 0.04 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4} x\right)$$

Determine:

- La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación.
- La distancia mínima entre dos puntos vibrando con una diferencia de fase de 120° .

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia x del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más.

- Obtenga las distancias al foco desde donde se efectúan las mediciones.
- Determine la potencia sonora del foco.

Septiembre del 2008:

Problema (2 puntos):

Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa de gran longitud y está representada por la siguiente expresión:

$$\Psi(x, t) = 0.5 \sin(2\pi t - \pi x + \pi)$$

en unidades del SI. Determine:

- La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
- La diferencia de fase en un mismo instante entre las vibraciones de dos puntos separados entre sí $\Delta x = 1$ m.
- La diferencia de fase de oscilación para dos posiciones de un mismo punto de la cuerda cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.
- La velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.

Chuleterio de gravitación:

Leyes de Kepler:

1ª (Ley de las órbitas): Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas con el sol situado en un foco.

2ª (Ley de las áreas): Las áreas barridas por el radio vector que une el sol con un planeta son directamente proporcionales a los tiempos empleados en barrerlas.

3ª (Ley de los periodos): Los cuadrados de los periodos son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las respectivas órbitas.

$$T^2 = Cr^3$$

Ley de la gravitación universal:

Ecuación escalar:

$$F = -G \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Ecuación vectorial:

$$\vec{F} = -G \frac{m \cdot M}{r^3} \vec{r}$$

Campo gravitatorio:

Ecuación escalar:

$$g = -G \frac{M}{r^2}$$

Ecuación vectorial:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^3} \vec{r}$$

Trabajo realizado por una fuerza:

Mediante integrales de línea:

Sea una fuerza vectorial $\vec{F}(x, y, z)$ y una trayectoria o camino $\vec{r}(t)$ que une dos puntos $t = a$ y $t = b$, el trabajo realizado por \vec{F} a través del camino $\vec{r}(t)$ es:

$$W = \int_b^a \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_b^a \vec{F}(x(t), y(t), z(t)) \cdot \vec{r}'(t) \cdot dt$$

Si la fuerza es conservativa, cualquier trayectoria cerrada da cero el trabajo, y cualquier trayectoria que se siga para ir de un punto a otro del espacio da como resultado el mismo trabajo.

Trabajo realizado por fuerzas conservativas (diferencia de energías potenciales):

$$W_{a \rightarrow b} = \Delta U_{a \rightarrow b} = U(a) - U(b)$$

Potencial gravitatorio:

Origen de potencial en el infinito: $U(\infty) = 0$

$$V(r) = -G \frac{M}{r}$$

Origen de potencial a una distancia R : $U(R) = 0$

$$V(r) = GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

Energía potencial gravitatoria

$$U(r) = -G \frac{m \cdot M}{r}$$

$$U(r) = Gm \cdot M \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

Satélites en órbita:

Cuando un satélite está en órbita con un planeta, o un planeta con una estrella, se produce el equilibrio entre dos fuerzas, la fuerza gravitatoria y la fuerza centrífuga, por tanto la **velocidad orbital** es:

$$F_g + F_c = 0 \rightarrow -G \frac{m \cdot M}{r^2} + m \frac{v^2}{r} = 0 \rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

El periodo de rotación:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

Definición: Un satélite es geoestacionario con un planeta cuando su posición es siempre la misma con respecto a un observador situado en dicho planeta. Los satélites geoestacionarios siempre tienen un periodo de rotación igual al periodo de rotación del planeta consigo mismo.

Velocidad de escape:

Para que un cuerpo escape del campo gravitatorio de un planeta es necesario que se encuentre muy alejado, en el infinito para ser exactos. Para ello hay que transmitirle la energía mínima y necesaria para llevarlo hasta allí, es decir darle una energía cinética:

$$U + E_c = 0 \rightarrow -G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} mv^2 = 0 \rightarrow -G \frac{M}{r} + \frac{1}{2} v^2 = 0 \rightarrow v = \sqrt{2G \frac{M}{r}}$$

Expresiones extra:

Momento angular:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Relación campo y potencial:

$$\vec{g} = -\nabla V$$

Energía potencial en la superficie:

$$E_p = -mgh$$

En algunos problemas se utiliza altura con respecto a la superficie del planeta, entonces $r = R + h$

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Datos astrofísicos importantes:

Constante de Gravitación Universal: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Radio medio terrestre: $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Masa de la Tierra: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

Masa del sol: $M_S = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$

Radio medio solar: $R_S = 6.96 \cdot 10^8 \text{ m}$

Radio medio de la órbita de la tierra alrededor del sol: $R_{TS} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

Masa de la luna: $M_L = 7.2 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$

Radio medio lunar: $R_L = 1.73 \cdot 10^6 \text{ m}$

Radio medio de la órbita de la tierra alrededor de la luna: $R_{LT} = 3.8 \cdot 10^5 \text{ m}$

Gravedad en la superficie terrestre: $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

En todos los ejercicios se pueden utilizar los datos anteriores, salvo que el enunciado diga exactamente que solo se usen los facilitados.

Ejercicios de gravitación:

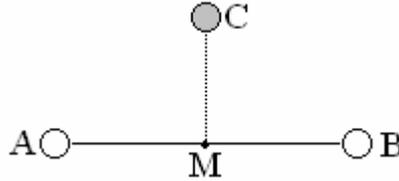
- 1º Dos bolas de acero de masas 8 y 6 kg respectivamente están colocadas a 2 m de distancia medidas desde sus centros. ¿Cuanto vale su interacción gravitatoria?
Sol: $8 \cdot 10^{-10} \text{ N}$.
- 2º Si la fuerza gravitatoria entre la Tierra y la Luna es de $1.9 \cdot 10^{20} \text{ N}$, determinar la distancia entre el centro de la tierra y el centro de la luna. **Sol:** $3.9 \cdot 10^8 \text{ m}$.
- 3º Si elevamos un objeto de 20 kg de masa a una altura de 160 km sobre la superficie de la tierra, ¿cuánto pesa a esa altura? **Sol:** 190 N.
- 4º ¿A que distancia del centro de la tierra (por encima de la superficie terrestre) pesa 1 N una masa de 1 kg? **Sol:** 19965 km
- 5º Calcula la fuerza gravitatoria entre el sol y la tierra. **Sol:** $3.54 \cdot 10^{22} \text{ N}$.
- 6º Determinar la masa del sol a partir de los siguientes datos:
Radio medio de la órbita de la tierra alrededor del sol: $R_{ST} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Periodo orbital de la tierra: $T = 365.256 \text{ días}$.
Constante de Gravitación Universal: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Sol: $1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- 7º El radio del planeta Marte es aproximadamente 3440 km. Si un objeto pesa 200 N en la tierra, ¿cuál será su peso en Marte? Marte tiene una masa 0.11 veces la de la tierra. El radio medio terrestre es $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$. Resolver utilizando solo los datos dados por el problema. **Sol:** 75 N.
- 8º Calcula el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de mercurio, si el radio de la Tierra es tres veces mayor que el de mercurio, y la densidad de Mercurio es $3/5$ de la densidad media de la tierra. Gravedad en la superficie terrestre $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Resolver utilizando solo los datos dados por el problema. **Sol:** 1.96 m/s^2 .
- 9º ¿A que altura el valor de la gravedad se reduce a la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre? Expresar el resultado en función del radio de la tierra y no utilizar datos que no estén en el problema. **Sol:** $0.4 \cdot R_T$

- 10° La intensidad del campo gravitatorio en la luna es 1.6 m/s^2 . ¿Cuánto pesa en la Luna un individuo que en la Tierra pesa 689 N? **Sol:** 112 N.
- 11° La intensidad del campo gravitatorio de Marte es 3.7 m/s^2 y su radio es $3.4 \cdot 10^6 \text{ m}$. ¿Cuánto vale la masa de Marte? **Sol:** $6.4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$.
- 12° Una nave espacial sigue una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 1000 km. ¿Cuál es el peso de un astronauta de 74.7 kg a esa altura? **Sol:** 550 N.
- 13° Calcula la masa de Júpiter sabiendo que uno de sus satélites tiene un periodo de 16.55 días y un radio orbital de $1.883 \cdot 10^9 \text{ m}$. **Sol:** $1.93 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.
- 14° Si la Tierra describe una órbita de $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ de radio, calcula la velocidad areolar (área barrida en un segundo) en m^2/s del radio vector trazado desde el sol a la tierra. **Sol:** $2.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^2/\text{s}$.
- 15° Marte tiene dos satélites, llamados Fobos y Deimos, cuyas órbitas tienen radios de 9400 y 23000 km respectivamente. Fobos tarda 7.7 horas en dar una vuelta alrededor del planeta. Aplicando las leyes de Kepler, halla el periodo de Deimos. **Sol:** 29.4 h.
- 16° El satélite mayor de Saturno, Titán, describe una órbita de $1.222 \cdot 10^6 \text{ km}$ de radio en 15.94 días. Determine la masa del planeta Saturno y su densidad.
Dato: Diámetro de saturno $1.21 \cdot 10^8 \text{ m}$. **Sol:** $5.67 \cdot 10^{26} \text{ kg}$, 677 kg/m^3 .
- 17° Calcular el valor de la velocidad horizontal que hay que comunicarle a un satélite para que se mueva en órbita circular por la superficie terrestre. **Sol:** 7900 m/s.
- 18° Un satélite artificial gira en torno a la Tierra describiendo una órbita de 7000 km de radio. Calcula la velocidad y el periodo de revolución del satélite. **Sol:** 7600 m/s; 1.6 h.
- 19° Un satélite artificial gira en torno a la Tierra en una órbita circular de radio igual al diámetro de la Tierra. Calcula la velocidad del satélite. **Sol:** 5592 m/s.
- 20° Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg en órbita circular a 300 km sobre la superficie terrestre. Determina:
a) La velocidad lineal, la aceleración radial y el periodo de la órbita.
b) El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.
Datos: Radio medio terrestre: $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$
Gravedad en la superficie terrestre: $g_0 = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Usar solo los datos del problema. **Sol:** a) 7721 m/s, 8.94 m/s^2 , 1.5 h; b) $3.26 \cdot 10^{10} \text{ m}$.
- 21° La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7.62 km/s.
a) ¿A que altura se encontraba?
b) ¿Cuál era su periodo? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 h los astronautas que viajaban en el interior de la nave?
Datos: Radio medio terrestre: $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$.
Masa de la Tierra: $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$.
Sol: a) $5 \cdot 10^5 \text{ m}$; b) 1.57 h, 15 veces.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

- 22º Calcula el potencial gravitatorio creado por una esfera de 1000 kg de masa en un punto situado a 10 m de su centro. **Sol:** $-6.67 \cdot 10^{-9}$ J/kg.
- 23º Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde la superficie de la tierra con una velocidad de 4000 m/s. Calcula la altura máxima que alcanzará. **Sol:** $9.4 \cdot 10^5$ m.
- 24º Se desea elevar una masa de 15000 kg, desde la superficie terrestre hasta una altura sobre ella de $4.2 \cdot 10^4$ m. Calcula la energía que se necesita. **Sol:** $6.2 \cdot 10^9$ J.
- 25º Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie terrestre con una velocidad de 3200 m/s.
a) ¿Cuál es la máxima energía potencial que adquiere?
b) ¿En qué posición se alcanza?
Datos: Gravedad en la superficie terrestre: $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Radio medio terrestre: $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m
Usar sólo los datos dados en el problema. **Sol:** a) $-5.7 \cdot 10^8$ J; b) $R_T + h = 7 \cdot 10^6$ m
- 26º Calcula el trabajo necesario para trasladar un satélite terrestre de 500 kg desde una órbita circular de radio $2 \cdot R_T$ hasta otra de radio $3 \cdot R_T$.
Datos: Gravedad en la superficie terrestre: $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Radio medio terrestre: $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m
Usar sólo los datos dados en el problema. **Sol:** $2.6 \cdot 10^9$ J.
- 27º El planeta Saturno tiene una masa 95.2 veces mayor que la de la Tierra y un radio de 9.47 veces el de esta. Hallar la velocidad de escape para objetos situados cerca de la superficie de Saturno. **Sol:** 35.5 km/s.
- 28º Tres esferas uniformes de masas 2, 4 y 6 kg se colocan respectivamente en los vértices de un triángulo de coordenadas (0, 3), (0, 0) y (4, 0). Calcular el módulo de la fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4 kg (situada como se sabe en el origen de coordenadas). **Sol:** $11.6 \cdot 10^{-11}$ N.
- 29º Un hombre de 70 kg está sobre la superficie terrestre. Calculen cuanto pesaría el hombre, suponiendo que el radio de la Tierra se duplicara:
a) Si la masa de la Tierra permaneciese constante.
b) Si la densidad media de la Tierra permaneciese constante.
Sol: a) 171.5 N; b) 1372 N.
- 30º La masa de la luna es aproximadamente de $7.38 \cdot 10^{22}$ kg, y su radio de $1.7 \cdot 10^6$ m. Calcular:
a) ¿Qué distancia recorre un cuerpo durante 1 s en caída libre, abandonado en un punto próximo a la superficie de la luna?
b) ¿Cuál es el periodo de oscilación en la superficie lunar de un péndulo que en la superficie terrestre tiene un periodo de oscilación de 2 s?
Sol: a) 0.85 m; b) 4.8 s.
- 31º ¿A que altura sobre el suelo hay que colocar una masa de 12 kg para que la energía potencial sea la misma que la de otra masa de 10^6 kg, colocada a 10 m sobre el suelo?
Sol: $9.6 \cdot 10^5$ m.

- 32° Dos esferas iguales de masa 6.4 kg están fijas en dos puntos A y B distantes 16 cm. Una tercera masa de 100 g se suelta desde un punto C, equidistante de A y B y a 6 cm de la línea de separación que une a las masas de 6.4 kg. (Ver dibujo)



Calcule:

- La aceleración de la masa de 100 g cuando está en el punto C.
- La aceleración de la masa de 100 g cuando pasa por el punto medio del segmento AB.

Sol: $4.3 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$; b) 0 m/s^2 .

- 33° Una nave espacial, de masa 75 toneladas, se coloca en órbita geostacionaria.
- ¿Qué velocidad mínima se le debe imprimir para que escape del campo gravitatorio terrestre?
 - ¿Qué energía será necesario suministrarle?

Sol: a) 4.35 km/s ; b) $7 \cdot 10^{11} \text{ J}$.

- 34° Estimen la densidad de Júpiter sabiendo que Calixto, el más externo de sus satélites, describe en 16.69 días una órbita completa en torno al planeta, del que le separa una distancia media de 26.4 veces el radio de dicho planeta. **Sol:** 1250 kg/m^3 .

Problemas y cuestiones de gravitación de selectividad:

Modelo del 2000:

Cuestión (2 puntos):

El cometa Halley se mueve en una órbita elíptica alrededor del Sol. En el perihelio (posición más próxima) el cometa está a $8.75 \cdot 10^7 \text{ km}$ del Sol y en el afelio (posición más alejada) está a $5.26 \cdot 10^9 \text{ km}$ del Sol.

- ¿En cual de los dos puntos tiene el cometa mayor velocidad? ¿Y mayor aceleración?
- ¿En que punto tiene mayor energía potencial? ¿Y mayor energía mecánica?

Problema (2 puntos):

Se coloca un satélite meteorológico de 1000 kg en órbita circular, a 300 km sobre la superficie terrestre. Determine:

- La velocidad lineal, la aceleración radial y el periodo en la órbita.
- El trabajo que se requiere para poner en órbita el satélite.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Junio del 2000:

Cuestión (2 puntos):

- Enuncie la primera y la segunda ley de Kepler sobre el movimiento planetario.
- Compruebe que la segunda ley de Kepler es un caso particular del teorema de conservación del momento angular.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Problema (2 puntos):

Se pone en órbita un satélite artificial de 600 kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcule:

- Cuanto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite.
- Que energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.

Datos: Constante de gravitación $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ Radio de la Tierra $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Septiembre del 2000:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Con que frecuencia angular debe girar un satélite de comunicaciones, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra?
- ¿A que altura sobre la superficie terrestre se encontrará el satélite citado en el apartado anterior?

Datos: Gravedad en la superficie de la Tierra $= 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Radio medio de la Tierra $= 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial de 200 kg gira en una órbita circular a una altura h sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo que a esa altura el valor de la aceleración de la gravedad es la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre, averiguar:

- La velocidad del satélite.
- Su energía mecánica.

Datos: Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Radio medio de la Tierra $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Modelo del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Determine la relación que existe entre la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular en torno a un planeta y su energía potencial.

Problema (2 puntos):

El periodo de revolución del planeta Júpiter en su órbita circular alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita:

Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:

- La razón entre los radios de las respectivas órbitas.
- La razón entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

Junio del 2001:

Cuestión (2 puntos):

En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determine:

- La expresión de la energía cinética en función de las masas del satélite y de la Tierra y del radio de la órbita.
- La relación que existe entre su energía mecánica y su energía potencial.

Problema (2 puntos):

Dos satélites artificiales de la tierra S_1 y S_2 describen en un sistema de referencia geocéntrico dos orbitas circulares, contenidas en un mismo plano, de radios $r_1 = 8000$ km y $r_2 = 9034$ km respectivamente.

En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la tierra y situados del mismo lado:

- ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?
- ¿Qué relación existe entre los periodos orbitales de los satélites? ¿Qué posición ocupará el satélite S_1 cuando el satélite S_2 haya completado seis vueltas, desde el instante inicial?

Septiembre del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Un proyectil de masa 10 kg se dispara verticalmente desde la superficie de la Tierra con una velocidad de 3200 m/s:

- ¿Cuál es la máxima energía potencial que adquiere?
- ¿En que posición se alcanza?

Datos: Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Radio medio de la Tierra $R_T = 6.37\cdot 10^6 \text{ m}$

Modelo del 2002:

Cuestión (2 puntos):

- ¿A que altitud tendrá una persona la mitad del peso que tiene sobre la superficie terrestre? Exprese el resultado en función del radio terrestre.
- Si la fuerza de la gravedad actúa sobre todos los cuerpos en proporción a sus masas, ¿por qué no cae un cuerpo pesado con mayor aceleración que un cuerpo ligero?

Problema (2 puntos):

Dos planetas de masas iguales orbitan alrededor de una estrella de masa mucho mayor. El planeta 1 se mueve en una orbita circular de 10^{11} m y periodo de 2 años. El planeta 2 se mueve en una órbita elíptica, siendo su distancia en la posición más próxima a la estrella 10^{11} m y en la más alejada $1.8\cdot 10^{11}$ m.

- ¿Cuál es la masa de la estrella? (0.5 puntos)
- Halle el periodo de la órbita del planeta 2. (0.5 puntos)
- Utilizando los principios de conservación del momento angular y de la energía mecánica, hallar la velocidad del planeta 2 cuando se encuentra en la posición más cercana a la estrella. (1 punto)

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67\cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

Junio del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km, y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6 m/s^2 .

- ¿Cual es su densidad media?
- ¿Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie de este planeta?

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67\cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Problema (2 puntos):

La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular entorno al planeta Venus es $\omega_1 = 1.45 \cdot 10^{-4}$ rad/s y su momento angular respecto al centro de la órbita es $L_1 = 2.2 \cdot 10^{12}$ kg·m²·s⁻¹.

- Determine el radio r_1 de la órbita del satélite y su masa.
- ¿Qué energía sería preciso invertir para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega_2 = 10^{-4}$ rad/s?

Septiembre del 2002:

Problema (2 puntos):

Se pretende colocar un satélite artificial de forma que gire en una órbita circular en el plano del ecuador terrestre y en el sentido de rotación de la Tierra. Si se quiere que el satélite pase periódicamente sobre un punto del ecuador cada dos días, calcule:

- La altura sobre la superficie terrestre a la que hay que colocar el satélite.
- La relación entre la energía que hay que comunicar a dicho satélite desde el momento de su lanzamiento en la superficie terrestre para colocarlo en esa órbita y la energía mínima de escape.

Modelo del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Un planeta esférico tiene una masa igual a 27 veces la masa de la Tierra, y la velocidad de escape para objetos situados cerca de su superficie es tres veces la velocidad de escape terrestre. Determine:

- La relación entre los radios del planeta y de la tierra.
- La relación entre las intensidades de la gravedad en puntos de la superficie del planeta y de la Tierra.

Problema (2 puntos):

Júpiter tiene aproximadamente una masa de 320 veces mayor que la de la Tierra y un volumen de 1320 veces superior al de la Tierra. Determine:

- A que altura h sobre la superficie de Júpiter debería encontrarse un satélite, en órbita circular en torno a este planeta, para que tuviera un periodo de 9 horas 50 minutos.
- La velocidad del satélite en dicha órbita.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m

Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8$ m·s⁻²

Junio del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Suponiendo un planeta esférico que tiene un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra, calcule:

- La aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.
- La velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape desde la superficie terrestre es 11.2 km/s.

Datos: Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8$ m·s⁻²

Problema (2 puntos):

Mercurio describe una órbita elíptica alrededor del Sol. En el afelio su distancia al Sol es de $6.99 \cdot 10^{10}$ m, y su velocidad orbital es de $3.88 \cdot 10^4$ m/s, siendo su distancia al Sol en el perihelio de $4.6 \cdot 10^{10}$ m, y su velocidad orbital es de $3.88 \cdot 10^4$ m/s, siendo su distancia al Sol en el perihelio de $4.6 \cdot 10^{10}$ m.

- Calcule la velocidad orbital de Mercurio en el perihelio.
- Calcule las energías cinética, potencial y mecánica de Mercurio en el perihelio.
- Calcule el módulo de su momento lineal y de su momento angular en el perihelio.
- De las magnitudes calculadas en los apartados anteriores, decir cuales son iguales en el afelio.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m

Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Septiembre del 2003:

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial de 100 kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio. Determine:

- El periodo de revolución del satélite.
- El momento lineal y el momento angular del satélite respecto al centro de la tierra.
- La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la tierra hasta esa posición.
- La energía cinética y total del satélite.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m

Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg

Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

La velocidad de un asteroide es de 20 km/s en el perihelio y de 14 km/s en el afelio. Determine en esas posiciones cual es la relación entre:

- Las distancias al sol en torno al cual orbita.
- Las energías potenciales del asteroide.

Problema (2 puntos):

La sonda espacial Mars Odyssey describe una órbita circular en torno a Marte a una altura sobre su superficie de 400 km. Sabiendo que un satélite de Marte describe órbitas circulares de 9390 km de radio y tarda en cada una de ellas 7.7 h, calcule:

- El tiempo que tardará la sonda espacial en dar una vuelta completa.
- La masa de Marte y la aceleración de la gravedad en su superficie.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Radio de Marte $R_M = 3390$ km

Junio del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Plutón describe una órbita elíptica alrededor del sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol):

- Momento angular respecto a la posición del sol.
- Momento lineal.
- Energía potencial.
- Energía mecánica.

Septiembre del 2004:

Cuestión (2 puntos):

La luz solar tarda 8.31 minutos en llegar a la tierra y 6.01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares, determine:

- El periodo orbital de Venus en torno al Sol sabiendo que el de la tierra es de 365.25 días.
- la velocidad con que se desplaza Venus en su órbita.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $3 \cdot 10^8$ m/s

Problema (2 puntos):

Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es $6.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calcule:

- La densidad media del planeta y la velocidad de escape desde su superficie.
- La energía que hay que comunicar a un objeto de 50 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo, de forma que su periodo sea de 2 horas.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Modelo del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- Un objeto de masa m_1 necesita una velocidad de escape de la tierra el doble que la que necesita otro objeto de masa $m_2 = m_1/2$.
- Se precisa realizar más trabajo para colocar en una misma órbita un satélite de masa m_1 que otro satélite de masa $m_2 = m_1/2$, lanzados desde la superficie de la Tierra.

Junio del 2005:

Cuestión (2 puntos):

- Deduzca la expresión de la energía cinética de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta en función del radio de la órbita y de las masas del satélite y del planeta.
- Demuestre que la energía mecánica del satélite es la mitad de su energía potencial.

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial de la tierra de 100 kg de masa describe una órbita circular a una altura de 655 km. Calcule:

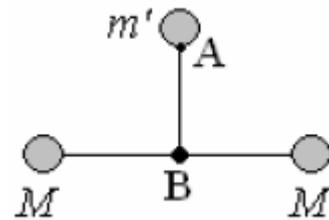
- c) El periodo de la órbita.
- d) La energía mecánica del satélite.
- e) El módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
- f) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la tierra.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg
Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Septiembre del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Dos masas iguales $M = 20$ kg, ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según indica la figura. Una tercera masa, $m' = 0.2$ kg, se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une ($AB = 1$ m). Si no actúan más que la acción gravitatoria entre estas masas, determine:



- a) La fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa m' en la posición A.
- b) Las aceleraciones de la masa m' en las posiciones A y B.

Dato: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Problema (2 puntos):

Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a las 7/6 partes del radio terrestre. Calcule:

- a) La intensidad de campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite.
- b) La velocidad y el periodo que tendrá el satélite en la órbita.
- c) La energía mecánica del satélite en la órbita.
- d) La variación de la energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la tierra hasta situarlo en su órbita.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg
Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Modelo del 2006:

Cuestión (2 puntos):

- a) Enuncie las tres leyes de Kepler sobre el movimiento planetario.
- b) Si el radio de la órbita de la Tierra es $1.5 \cdot 10^{11}$ m y el de Urano $2.87 \cdot 10^{12}$ m, calcule el periodo orbital de Urano.

Problema (2 puntos):

Se lanza una nave de masa $m = 5 \cdot 10^3$ kg desde la superficie de un planeta de radio $R_1 = 6 \cdot 10^3$ km y masa $M_1 = 4 \cdot 10^{24}$ kg, con velocidad inicial $v_0 = 2 \cdot 10^4$ m/s, en dirección hacia otro planeta del mismo radio $R_2 = R_1$ y masa $M_2 = 2M_1$, siguiendo la línea recta que une los centros de ambos planetas. Si la distancia entre dichos centros es $4.83 \cdot 10^{10}$ m, determine:

- a) La posición del punto P en el que la fuerza neta sobre la nave es cero.
- b) La energía cinética con la que llegará la nave a la superficie del segundo planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Junio del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Llamando g_0 y V_0 a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra:

- La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es $g_0/2$.
- La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es $V_0/2$

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esa órbita la energía mecánica del satélite es $-4.5 \cdot 10^9$ J y su velocidad es $7610 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcule:

- El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
- El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg
Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Septiembre del 2006:

Cuestión (2 puntos):

- Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v . Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.
- Si se lanza el objeto anterior desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg
Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Modelo del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Un objeto de 5 kg de masa posee una energía potencial gravitatoria $E_p = -2 \cdot 10^8$ J cuando se encuentra a cierta distancia de la tierra.

- Si el objeto a esa distancia estuviera describiendo una órbita circular, ¿cuál sería su velocidad?
- Si la velocidad del objeto a esa distancia fuese de 9 km/s, ¿cuál sería su energía mecánica? ¿Podría el objeto estar describiendo una órbita elíptica en este caso?

Junio del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente $0.27 R_T$ (siendo R_T el radio terrestre), calcule:

- La relación entre las densidades medias $\rho_{Luna}/\rho_{Tierra}$.
- La relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies $(v_e)_{Luna}/(v_e)_{Tierra}$.

Problema (2 puntos):

Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine:

- La masa de Marte.
- El período de revolución del satélite Deimos.
- La energía mecánica del satélite Deimos.
- El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Masa de Fobos = $1.1 \cdot 10^{16} \text{ kg}$ Masa de Deimos = $2.4 \cdot 10^{15} \text{ kg}$

Septiembre del 2007:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico cuyo radio es la mitad del de la Tierra y posee la misma densidad media?
- ¿Cuál sería el período de la órbita circular de un satélite situado a una altura de 400 km respecto a la superficie del planeta?

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$

Gravedad en la superficie terrestre $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Problema (2 puntos):

Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geoestacionario).

- ¿Cuál debe ser el radio de su órbita?
- ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita?

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Modelo del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Cuatro masas puntuales idénticas de 6 kg cada una están situadas en los vértices de un cuadrado de lado igual a 2 m. Calcule:

- El campo gravitatorio que crean las cuatro masas en el centro de cada lado del cuadrado.
- El potencial gravitatorio creado por las cuatro masas en el centro del cuadrado, tomando el infinito como origen de potenciales.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape a la atracción terrestre desde esa órbita es la mitad que la velocidad de escape desde la superficie terrestre.

- Calcule la fuerza de atracción entre la Tierra y el satélite.
- Calcule el potencial gravitatorio en la órbita del satélite.
- Calcule la energía mecánica del satélite en la órbita.
- ¿Se trata de un satélite geoestacionario? Justifique la respuesta.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de $1.5 \cdot R_T$. Determine:

- El momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra.
- La energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.

Datos: Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg
Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Septiembre del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Calcule el módulo del momento angular de un objeto de 1000 kg respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos:

- Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 km/s.
- Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 km de su superficie.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ Kg.

Problema (2 puntos):

Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7.5 km/s. Calcule:

- El radio de la órbita.
- La energía potencial del satélite.
- La energía mecánica del satélite.
- La energía que habría que suministrar al satélite para que describa una órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
Radio medio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6$ m Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}$ kg.

Chuleterio de electrostática

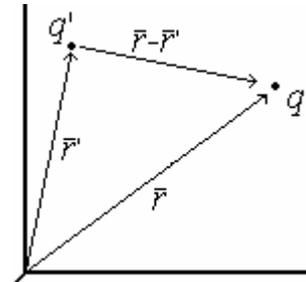
Ley de Coulomb, campo eléctrico, potencial eléctrico y energía potencial eléctrica.

$$\vec{F} = K \frac{q \cdot q'}{r^3} \vec{r} \qquad \vec{E} = K \frac{q'}{r^3} \vec{r} \qquad V = K \frac{q'}{r} \qquad U = K \frac{q \cdot q'}{r}$$

Expresión vectorial alternativa:

$$\vec{F} = K \frac{q \cdot q'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \qquad \vec{E} = K \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$V = K \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \qquad U = K \frac{q \cdot q'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$



En la mayoría de problemas, el origen de potencial se situará en el infinito.

Principio de superposición:

El campo electrostático en un punto, es la suma vectorial de las componentes individuales en el punto, debidas a carga puntual. El potencial eléctrico en dicho punto es la suma directa de los potenciales generados por cada carga en dicho punto.

Campo eléctrico:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Potencial eléctrico:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i$$

Relaciones y ecuaciones importantes:

Relación campo y fuerza: $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$

Relación campo y potencial: $\vec{E} = -\nabla V$

Relación entre la constante de Coulomb y la permitividad eléctrica en el vacío: $K = 1/(4\pi\epsilon_0)$

Trabajo electrostático:

Trabajo electrostático desde A hasta B, es equivalente como se puede ver a la carga por la diferencia de potencia entre A y B.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q(V_A - V_B) = U_A - U_B = \Delta U_p \Rightarrow \Delta U_p = q\Delta V$$

Ley de Gauss y algunas de sus aplicaciones:

Flujo eléctrico a través de una superficie: $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dA$

La ley de Gauss es el flujo del campo eléctrico que atraviesa una superficie cerrada:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Algunas aplicaciones importantes de la ley de Gauss:

Ley de Gauss para cargas puntuales:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{q}{r^3} \vec{r} dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$S \equiv$ Cualquier superficie cerrada que abarque a todas las cargas.

Campo creado por un hilo rectilíneo uniformemente cargado:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint_S dA = 2\pi r l E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$S \equiv$ Superficie cilíndrica de radio r y longitud l que encierra a todo el hilo cilíndrico con una distribución lineal de carga λ . Se supone que la distancia del hilo a la superficie es $cte = r$

Campo creado por un plano indefinido de carga uniformemente cargado:

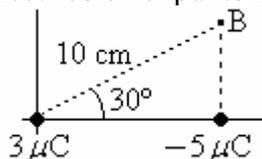
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint_S dA = E\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma\pi r^2}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$S \equiv$ Superficie circular de radio r y paralela a la lámina cargada. $\sigma \equiv$ Distribución superficial de carga.

Ejercicios de electrostática:

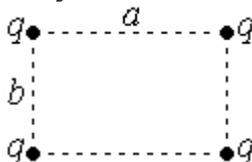
- 1º Hallar la relación entre la fuerza eléctrica F_e y la gravitatoria F_g (o peso) entre dos electrones. **Sol:** $F_e = 4.16 \cdot 10^{42} \cdot F_g$
- 2º El núcleo del átomo de helio tiene una de $+2e$ y el de neón $+10e$, siendo $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Hallar la fuerza de repulsión entre ambos núcleos situados en el vacío y a una distancia de 3 nanómetros. **Sol:** $5.12 \cdot 10^{-19}$ C.
- 3º Dos esferillas iguales e igualmente cargadas, de 0.1 g de masa cada una, se suspenden del mismo punto mediante hilos de 13 cm de longitud. Debido a la repulsión entre ambas, las esferillas se separan 10 cm. Hallar la carga de cada una de ellas.
Sol: $2.1 \cdot 10^{-8}$ C.
- 4º Tres cargas puntuales de +2, +3 y +4 μ C, están situadas en los vértices del triángulo equilátero ABP, que tiene 10 cm de lado. Hallar la fuerza resultante aplicada en la carga de +4 μ C. **Sol:** 15.7 N.
- 5º Una carga puntual, positiva, de 10^{-9} C está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual y negativa de $2 \cdot 10^{-8}$ C está situada sobre el eje de ordenadas de 1 m del origen. Determinar:
a) Las intensidades de los campos eléctricos, creados por cada una de las cargas mencionadas en el punto A, de coordenadas (0, 2) m.
b) Las componentes coordenadas del campo total existente en A.
c) El trabajo que es necesario realizar para trasladar una carga de 3 C entre A y B, cuyas coordenadas son (4, 2) m.
Sol: a) 2.25 N/C, 36 N/C; b) (29.95, 15.98) N/C; c) 104.76 J.
- 6º Hallar:
a) La intensidad del campo eléctrico a 30 cm de distancia de la carga $5 \cdot 10^{-9}$ C.
b) La fuerza que actúa sobre una carga de $4 \cdot 10^{-10}$ C situada a 30 cm de la carga del apartado anterior.
Sol: a) 500 N/C; b) $2 \cdot 10^{-7}$ N.
- 7º Un núcleo atómico tiene una carga de +50e. Hallar el potencial de un punto situado a 10^{-12} m de dicho núcleo y la energía potencial de un protón en ese mismo punto. La carga del protón es $1.6 \cdot 10^{-19}$ C. **Sol:** 72000 V; $1.2 \cdot 10^{-14}$ J.
- 8º Dos cargas puntuales q_1 y q_2 están separadas a 50 cm de distancia y se repelen con una fuerza de 0.30 N. La suma algebraica de las dos cargas es $6.2 \cdot 10^{-6}$. Calcula q_1 y q_2 .
Sol: $q_1 = 4.2 \cdot 10^{-6}$ C y $q_2 = 2.0 \cdot 10^{-6}$ C.
- 9º Cuando se conectan los bornes de una batería de 400 V a dos láminas paralelas, separadas una distancia de 2 cm, aparece un campo eléctrico uniforme entre ellas.
a) ¿Cuánto vale la intensidad de este campo?
b) ¿Qué fuerza ejerce el campo anterior sobre un electrón?
c) ¿Qué velocidad adquirirá el electrón cuando haya recorrido 1 cm, si partió del reposo? ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer esa distancia?
Sol: a) $2 \cdot 10^4$ N/C; b) $3.2 \cdot 10^{-15}$ N; c) $8.4 \cdot 10^6$ m/s, $2.4 \cdot 10^{-9}$ s.

- 10° Calcule la intensidad de campo eléctrico en el punto B:



Sol: $1.7 \cdot 10^7$ N/C.

- 11° Las cargas puntuales del dibujo son todas iguales y de valor $3 \cdot 10^{-6}$ C cada una. Calcula la intensidad de la fuerza sobre una de ellas debida a las otras cargas si los lados del rectángulo valen $a = 60$ cm y $b = 30$ cm.



Sol: 1.05 N.

- 12° El potencial eléctrico a una cierta distancia de una carga puntual es de 600 V y la intensidad de campo eléctrico es de 200 N/C.

- ¿Cuál es la distancia a la carga puntual?
- ¿Cuál es el valor de la carga?

Sol: a) 3 m; b) $2 \cdot 10^{-7}$ C.

- 13° Tres partículas A, B y C igualmente cargadas poseen las siguientes coordenadas:

$$A(2/3, 0) \qquad B(0, 0) \qquad C(0, 1)$$

expresadas en centímetros. C ejerce sobre B una fuerza de $4 \cdot 10^{-5}$ N. Calcula:

- La fuerza que A ejerce sobre B.
- La fuerza neta sobre B ejercida por A y C, así como el ángulo que forma esta fuerza con el eje vertical.

Sol: a) $9 \cdot 10^{-5}$ N; b) $9.8 \cdot 10^{-5}$ N, 66° .

- 14° Dos cargas iguales de 10^{-12} C están situadas en dos puntos, A y B, separadas entre sí 5 cm. Determina:

- El módulo del campo eléctrico creado en un punto M, tal que las distancias MA y MB son 3 y 4 cm respectivamente.
- El potencial electrostático.

Sol: a) 11.46 N/C; b) 0.525 V.

- 15° Tres cargas positivas e iguales de valor $2 \cdot 10^{-6}$ C cada una se encuentran situadas en tres de los vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determina:

- El campo eléctrico en el centro del cuadrado.
- Los potenciales en los puntos medios de los lados del cuadrado que unen las cargas y el trabajo realizado al desplazarse un electrón entre dichos puntos.

Sol: a) $3.6 \cdot 10^6$ N/C dirigido al otro vértice; b) $8.8 \cdot 10^5$ V en los dos puntos medios, 0 J.

- 16° Dos cargas de $2 \cdot 10^{-6}$ C y $-2 \cdot 10^{-6}$ C distan entre si 2 m. Calcula:

- El campo resultante y el potencial en un punto de la mediatriz del segmento que las une, distante 5 m de cada carga.
- Repetir el apartado anterior pero con ambas cargas positivas.

Sol: a) 288 N/C, 0 V; b) 1410 N/C, 7200 V.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

17º Tres cargas puntuales positivas de $2 \mu\text{C}$ se encuentran en los vértices de un cuadrado de 3 m de lado.

- ¿Cuál es el potencial en el vértice desocupado del cuadrado?
- ¿Qué trabajo debería realizarse para llevar una cuarta carga de $2 \mu\text{C}$ y situarla en el cuarto vértice del cuadrado?

Sol: $1.6 \cdot 10^4 \text{ V}$; b) $3.2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

18º En el punto A(0, 0, 3, 2) mm hay una carga puntual de 49 nC, en el B(3, 2, 0, 0) mm hay otra de 32 nC y en el origen O del referencial Oxy hay otra carga de 52 nC.

Calcula:

- El vector campo eléctrico que la partícula A crea en el punto O.
- El vector campo eléctrico que la partícula B crea en el punto O.
- El vector campo eléctrico total en O por las partículas A y B.
- La fuerza resultante sobre la partícula de 52 nC que hay en el origen.

Sol: a) $(0, 0, -4, 3) \cdot 10^7 \text{ N/C}$; b) $(-2, 8, 0, 0) \cdot 10^7 \text{ N/C}$; c) $(-2, 8, -4, 3) \cdot 10^7 \text{ N/C}$; d) $(-1, 5, -2, 2) \text{ N/C}$;

19º Dos cargas de $-5 \mu\text{C}$ y $10 \mu\text{C}$ están dentro de un cubo de 45 cm de lado. ¿Cuánto vale el flujo del vector campo eléctrico a través de la superficie del cubo?

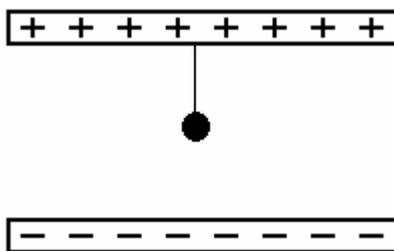
Sol: $5.65 \cdot 10^5 \text{ Nm}^2/\text{C}$.

20º Obtenga el campo eléctrico creado por dos láminas paralelas infinitas con densidades de carga $+\sigma$ y $-\sigma$, respectivamente:

- En las zonas exteriores de las láminas.
- En la zona comprendida entre las láminas.

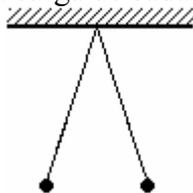
Sol: a) 0; b) σ/ϵ_0 .

21º Una esferita de 10 g de masa cuelga de un hilo sujeto a la placa superior como se indica en el dibujo.



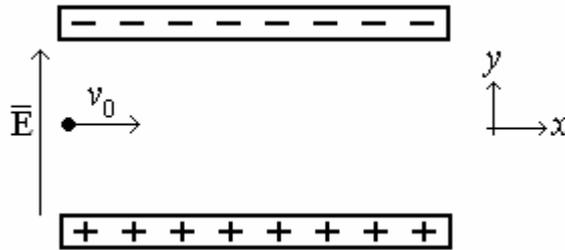
Si la distancia entre las placas es de 5 cm y la diferencia de potencial es de 1000 V, ¿Cuál es el signo y el valor de la carga eléctrica que debe tener la esfera para que la tensión del hilo sea nula? Sol: $5 \mu\text{C}$

22º Dos esferas penden del mismo punto como indica el dibujo. Cada una tiene una masa de 0.5 g. La longitud de los hilos es de 35 cm y se establece el equilibrio cuando estos forman un ángulo de 40° . Calcula la carga de cada esfera si están igualmente cargadas.



Sol: $1.1 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

- 23° Un electrón se lanza con una velocidad horizontal v_0 dentro de un campo eléctrico uniforme como indica el dibujo.



Demuestre que la ecuación de su trayectoria es la siguiente:

$$y = -\frac{eE}{2m_e v_0^2} x^2$$

Problemas y cuestiones de electrostática de selectividad:

Junio del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Dos cargas puntuales e iguales de valor 2 mC cada una, se encuentran situadas en el plano XY en los puntos (0,5) y (0,-5), respectivamente, estando las distancias expresadas en metros.

- ¿En que punto del plano el campo eléctrico es nulo?
- ¿Cuál es el trabajo necesario para llevar una carga unidad desde el punto (1,0) al punto (-1,0)?

Septiembre del 2000:

Problema (2 puntos):

Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero de 2 m de lado. Dos cargas iguales positivas de 2 μC están en A y B.

- ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto C?
- ¿Cuál es el potencial en el punto C?
- ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una carga positiva de 5 μC desde el infinito hasta el punto C si se mantienen fijas las otras cargas?
- Responder al apartado anterior c) si la carga situada en B se sustituye por una carga de -2 μC .

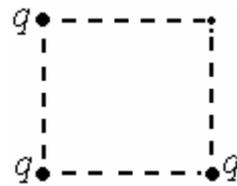
Datos: Permitividad del vacío $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$

Junio del 2001:

Problema (2 puntos):

Tres cargas positivas e iguales de valor $q = 2 \mu\text{C}$ cada una se encuentran situadas en tres de los vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determine:

- El campo eléctrico en el centro del cuadrado, efectuando un esquema gráfico en su explicación.
- Los potenciales en los puntos medios de los lados del cuadrado que unen las cargas y el trabajo realizado al desplazarse la unidad de carga entre dichos puntos.



Datos: Constante de la ley de Coulomb en el vacío $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$

Septiembre del 2001:

Problema (2 puntos):

Se tienen dos cargas puntuales sobre el eje X, $q_1 = -0.2 \mu\text{C}$ está situada a la derecha del origen y dista de él 1 m; $q_2 = 0.4 \mu\text{C}$ está a la izquierda del origen y dista de él 2 m.

- ¿en que puntos del eje X el potencial creado por las cargas es nulo?
- Si se coloca en el origen una carga $q = +0.4 \mu\text{C}$ determine la fuerza ejercida sobre ella por las cargas q_1 y q_2 .

Datos: Constante de la ley de Coulomb en el vacío $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$

Modelo del 2002:

Problema (2 puntos):

Un electrón es lanzado con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ paralelamente a las líneas de un campo eléctrico uniforme de 5000 V/m . Determine:

- La distancia que ha recorrido el electrón cuando su velocidad se ha reducido a $0.5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.
- La variación de la energía potencial que ha experimentado el electrón en ese recorrido.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masa del electrón $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Junio del 2002:

Problema (2 puntos):

Se tienen tres cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas (expresadas en cm) son:

A(0,2)

B($-\sqrt{3}$, -1)

C($\sqrt{3}$, -1)

Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a $2 \mu\text{C}$ y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determine:

- El valor y el signo de la carga situada en el punto A.
- El potencial en el origen de coordenadas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$

Junio del 2003:

Problema (2 puntos):

Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas del plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil), el electrón se acelera. Estando todas las coordenadas expresadas en μm , calcule:

- El campo eléctrico y el potencial creado por el protón en el punto (2,0).
- La energía cinética del electrón cuando se encuentra en el punto (1,0).
- La velocidad y el momento lineal del electrón en la posición (1,0).
- La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).

Datos: Constante de la ley de Coulomb en el vacío $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masa del electrón: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Septiembre del 2003:

Cuestión (2 puntos):

- Defina las superficies equipotenciales en un campo de fuerzas conservativo.
- ¿Cómo son las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?
- ¿que relación geométrica existe entre las líneas de fuerza de un campo conservativo y las superficies equipotenciales?
- Indique un ejemplo de campo de fuerzas no conservativo.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad $6 \cdot 10^4$ N/C entre dos láminas metálicas planas y paralelas que distan entre si 2.5 cm. Calcule:

- La aceleración a la que está sometido un electrón situado en dicho campo.
- Si el electrón parte del reposo de la lámina negativa, ¿con que velocidad llegará a la lámina positiva?

Nota: Se desprecia la fuerza gravitatoria.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Masa del electrón: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

Junio del 2004:

Problema (2 puntos):

Un electrón, con velocidad inicial $3 \cdot 10^5$ m/s dirigida en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor $6 \cdot 10^{-6}$ N/C, dirigido en el sentido positivo del eje Y. Determina:

- Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón.
- La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo.
- La energía cinética del electrón un segundo después de penetrar en el campo.
- La variación de la energía potencial experimentada por el electrón al cabo de un segundo de penetrar en el campo.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Masa del electrón: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

Septiembre del 2004:

Problema (2 puntos):

Dos cargas eléctricas en reposo de valores $q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -2 \mu\text{C}$, están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

- El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).
- El potencial en el citado punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de $3 \mu\text{C}$ desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Modelo del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Dos cargas puntuales de $6 \mu\text{C}$ y $-6 \mu\text{C}$ están situadas en el eje X, en dos puntos A y B distantes entre si 12 cm. Determine:

- El vector campo eléctrico en el punto P de la línea AB, si $AP = 4 \text{ cm}$ y $PB = 8 \text{ cm}$.
- El potencial eléctrico en el punto C perteneciente a la mediatriz del segmento AB y distante 8 cm de dicho segmento.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Junio del 2005:

Problema (2 puntos):

Tres partículas cargadas $Q_1 = 2 \mu\text{C}$, $Q_2 = 2 \mu\text{C}$ y Q_3 de valor desconocido están situadas en el plano XY. Las coordenadas de los puntos en los que se encuentran las cargas son $Q_1(1, 0)$, $Q_2(-1, 0)$ y $Q_3(0, 2)$. Si todas las coordenadas están expresadas en metros:

- ¿Qué valor debe tener la carga Q_3 para que una carga situada en el punto $(0, 1)$ no experimente ninguna fuerza neta?
- En el caso anterior, ¿cuanto vale el potencial eléctrico resultante en el punto $(0, 1)$ debido a las cargas Q_1 , Q_2 y Q_3 ?

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Junio del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Una carga puntual de valor Q ocupa la posición $(0, 0)$ del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -120 \text{ V}$ y el campo eléctrico es $\vec{E} = -80\vec{i} \text{ N/C}$, siendo \vec{i} el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule:

- La posición del punto A y el valor de Q.
- El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto $B(2, 2)$ hasta el punto A.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Septiembre del 2006:

Problema (2 puntos):

Dos cargas eléctricas positivas e iguales de valor $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están situadas en los puntos $A(0, 2)$ y $B(0, -2)$ del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos $C(4, 2)$ y $D(4, -2)$. Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es $\vec{E} = 4 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$, siendo \vec{i} el vector unitario en el sentido positivo del eje X, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine:

- El valor numérico y el signo de las cargas Q.
- El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Modelo del 2007:

Problema (2 puntos):

Una carga positiva de $2 \mu\text{C}$ se encuentra situada inmóvil en el origen de coordenadas. Un protón moviéndose por el semieje positivo de las X se dirige hacia el origen de coordenadas. Cuando el protón se encuentra en el punto A, a una distancia del origen de $x = 10 \text{ m}$, lleva una velocidad de 1000 m/s . Calcule:

- El campo eléctrico que crea la carga situada en el origen de coordenadas en el punto A.
- El potencial y la energía potencial del protón en el punto A.
- La energía cinética del protón en el punto A.
- El cambio de momento lineal experimentado por el protón desde que parte de A y por efecto de la repulsión vuelve al mismo punto A.

Datos: Carga del protón $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Junio del 2007:

Problema (2 puntos):

Dos partículas con cargas de $+1 \text{ mC}$ y de -1 mC están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas $(-1, 0)$ y $(1, 0)$ respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

- El campo eléctrico en el punto $(0, 3)$.
- El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.
- El campo eléctrico en el punto $(3, 0)$.
- El potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Septiembre del 2007:

Problema (2 puntos):

Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición $(1, 0)$, y otra de valor Q_2 en $(-1, 0)$. Sabiendo que todas las distancias están expresadas en metros, determine en los dos casos siguientes:

- Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto $(0, 1)$ sea el vector $\vec{E} = 2 \cdot 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$, siendo \vec{j} el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.
- La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto $(2, 0)$ sea cero.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Junio del 2007:

Problema (2 puntos):

Dos partículas con cargas de $+1 \text{ mC}$ y de -1 mC están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas $(-1, 0)$ y $(1, 0)$ respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

- El campo eléctrico en el punto $(0, 3)$.
- El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.
- El campo eléctrico en el punto $(3, 0)$.
- El potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Modelo del 2008:

Cuestión (2 puntos):

- Enuncie el teorema de Gauss y escriba su expresión matemática.
- Utilice dicho teorema para deducir la expresión matemática del campo eléctrico en un punto del espacio debido a una carga puntual.

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Dos cargas fijas $Q_1 = +12.5 \text{ nC}$ y $Q_2 = -2.7 \text{ nC}$ se encuentran situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (2, 0) y (-2, 0) respectivamente. Si todas las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

- El potencial eléctrico que crean estas cargas en el punto A (-2, 3).
- El campo eléctrico creado por Q_1 y Q_2 en el punto A.
- El trabajo necesario para trasladar un ión de carga negativa igual a $-2e$ del punto A al punto B, siendo B (2, 3), indicando si es a favor o en contra del campo.
- La aceleración que experimenta el ión cuando se encuentra en el punto A.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masa del ión $M = 3.15 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

Septiembre del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Se disponen de tres cargas de 10 nC en tres de los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determine en el centro del cuadrado:

- El módulo, dirección y sentido del vector campo eléctrico.
- El potencial eléctrico.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Problema (2 puntos):

Una carga de 10 nC se distribuye homogéneamente en la región que delimitan dos esferas concéntricas de radios $r_1 = 2 \text{ cm}$ y $r_2 = 4 \text{ cm}$. Utilizando el teorema de Gauss, calcule:

- El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 6 cm del centro de las esferas.
- El módulo del campo eléctrico en un punto situado 1 cm del centro de las esferas.

Dato: Permitividad eléctrica del vacío $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$.

Chuletario de magnetismo

Fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Algunas veces se denomina fuerza de Lorentz a la creada exclusivamente por el campo magnético.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Debido a la fuerza de Lorentz, las cargas pueden describir un movimiento circular de radio y periodo:

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Fuerza experimentada por un conductor rectilíneo en un campo magnético: $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

$I \equiv$ Intensidad de corriente.

$\vec{l} \equiv$ Vector de longitud del conductor que apunta en la dirección del conductor y describe la dirección de la corriente.

Ley de Biot y Savart:

Forma general de la Ley de Biot y Savart:

$$d\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{r} \times \vec{r}}{r^3}$$

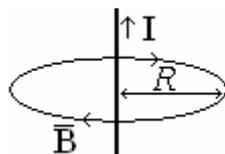
$\vec{B} \equiv$ Campo magnético.

$\mu_0 \equiv$ Permeabilidad del vacío = $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

Resultados de la ley de Biot y Savart:

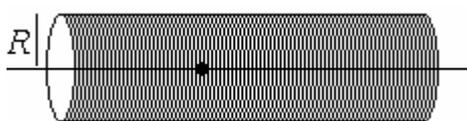
Conductor rectilíneo largo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



Solenoides largo:

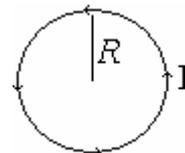
$$B = \frac{n\mu_0 I}{L}$$



Espira circular de radio R.

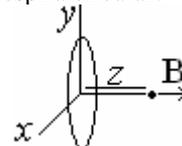
(Campo en su centro)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



Campo en el eje de una espira circular:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$



$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Ley de Ampere:

Solo útil para trayectorias con alto grado de simetría. No valida para corrientes variables.

Flujo Magnético:

Se define mediante la integral de superficie del campo magnético: $\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

Si $\vec{B} \perp \vec{S}$ entonces como: $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}$

El flujo magnético se mide en weber (Wb).

Fuerza electromotriz inducida y ley de Faraday-lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ley de Lenz:

La fem y la corriente inducidas poseen una dirección y sentido tal que tienden a oponerse a la variación que las produce.

Flujo magnético a través de una bobina y fuerza electromotriz:

$$\Phi_m = n\vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Algunos datos para los ejercicios:

	Masa	Carga
Protón	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$q_p = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Electrón	$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$q_p = -1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Deutón	$m_d = 2m_p$	$q_d = q_p$
Partícula alfa	$m_\alpha = 4m_p$	$q_\alpha = 2q_p$

Ejercicios de Electromagnetismo:

- 1º Una carga de $2 \mu\text{C}$ se introduce en un campo magnético con una velocidad de 30 km/s en la dirección del eje X y sentido positivo. Hallar el valor de la fuerza magnética sobre esta carga para los siguientes valores de la inducción magnética en Teslas:
a) $\vec{B} = (0.5, 0, 0)$ b) $\vec{B} = (0.5, 0.8, 0)$ c) $\vec{B} = (0.5, 0.6, 0)$ d) $\vec{B} = (0.5, 0.8, 0.6)$
Sol: a) $\vec{F} = (0, 0, 0) \text{ N}$; b) $\vec{F} = (0, 0, 0.048) \text{ N}$; c) $\vec{F} = (0, -0.036, 0) \text{ N}$;
d) $\vec{F} = (0, -0.036, 0.048) \text{ N}$.
- 2º Un protón se desplaza con velocidad $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ y entra dentro de un campo magnético uniforme, $3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ perpendicularmente. Calcular la fuerza electromagnética que experimenta. **Sol:** $9.6 \cdot 10^{-18} \text{ N}$
- 3º En un campo magnético uniforme 12 T , perpendicular al plano del papel, entra un electrón con velocidad $4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ perpendicularmente al campo magnético. Se pide:
a) La aceleración que adquiere el electrón.
b) El radio de la trayectoria.
c) La frecuencia del movimiento.
Sol: a) $8.44 \cdot 10^{18} \text{ m/s}^2$; b) $1.9 \cdot 10^{-6} \text{ m}$; c) $3.35 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$
- 4º En un campo magnético uniforme entra, perpendicularmente al campo magnético, un electrón con la velocidad 10^7 m/s describiendo una trayectoria circular de 7.1 cm de radio. Calcular el campo magnético existente y la fuerza electromagnética.
Sol: $8 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ y $1.28 \cdot 10^{-15} \text{ N}$
- 5º Un electrón penetra perpendicularmente dentro de un campo magnético uniforme 0.02 T con velocidad 10^5 m/s . Deducir la trayectoria que describe, el tiempo o periodo, que tarda en recorrerla. **Sol:** Circular, $T = 1.79 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
- 6º Un campo magnético uniforme, 0.8 T dirigido en sentido positivo del eje z (vertical) actúa sobre un protón que se desplaza siguiendo el eje y en sentido positivo, con velocidad $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Calcular la fuerza magnética que recibe la partícula.
Sol: $(0.64 \cdot 10^{-9}, 0, 0) \text{ N}$
- 7º Un protón se desplaza dentro de un campo magnético uniforme, $B = 0.8 \text{ T}$ orientado según el eje de las Y positivo. Deducir la fuerza (valor, dirección y sentido) que actúa sobre el protón cuando se desplaza con velocidad:
a) $\vec{v} = 2 \cdot 10^6 \vec{k} \text{ m/s}$ b) $\vec{v} = 4 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$ c) $\vec{v} = 3.5 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$
Resolver otra vez el problema pero para un electrón y un neutrón.
Sol: a) $-0.256 \cdot 10^{-9}(1, 0, 0) \text{ N}$; b) $0.512 \cdot 10^{-9}(0, 0, 1) \text{ N}$; c) 0 N .

8º Un electrón se mueve por una órbita circular de 0.5 m de radio, perpendicular a un campo magnético uniforme de 2.5 T. Determinar:

- La velocidad angular del electrón.
- El periodo del movimiento.
- La energía que posee en mega electrón voltios.

Sol: a) $0.44 \cdot 10^{12}$ rad/s; b) $14.3 \cdot 10^{-9}$ s; c) $1.38 \cdot 10^5$ MeV;

9º Un protón se desplaza siguiendo una trayectoria circular en un campo magnético uniforme, con la energía de 1,5 MeV. Hallar la energía que poseerían un deutón y una partícula alfa, si ambas partículas describen la misma trayectoria que el protón.

Sol: Para el deutón 0.75 MeV y para el protón 1.5 MeV.

10º El cloro tiene dos isótopos estables, ^{35}Cl y ^{37}Cl cuyas abundancias naturales son, respectivamente, 76% y 24%. El gas cloro ionizado con una sola carga positiva ha de separarse en sus componentes isotópicos mediante un espectrómetro de masas. El campo magnético del espectrómetro es 1.2 T. ¿Cuál es el valor mínimo del potencial a través del cual deben acelerarse estos iones para que la separación entre ellos sea de 1.4cm? Número atómico del cloro $Z = 17$. **Sol:** 13866 V.

11º En una cámara de ionización se inyecta hidrógeno y se obtienen iones H_2^+ que, posteriormente, se les acelera mediante una diferencia de potencial ΔV y penetran en un campo magnético uniforme B perpendicular a la velocidad de los iones v . Si el detector está a 20 cm del punto de salida de los iones, calcular la diferencia de potencial que se debe aplicar a los iones, ΔV , para que lleguen al detector.

Datos: 0.08 T, masa del ión $3.34 \cdot 10^{-27}$. **Sol:** 1533 V

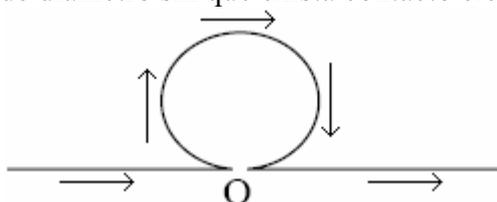
12º En una región donde hay un campo eléctrico 1000 kV/m, (vertical ascendente) y un campo magnético de 0.5 T (horizontal hacia la derecha) penetra un protón perpendicularmente a ambos campos, y se observa que no se desvía. Determinar el vector velocidad del protón. **Sol:** $2 \cdot 10^3(-1, 0, 0)$ m/s

13º Un conductor de 0.2 m situado en un campo magnético 0.5 T forma con el campo un ángulo de 45° . Si pasa por el conductor una corriente de 3 A. Calcular:

- La fuerza que se crea en el conductor.
- La variación de la fuerza si el ángulo varía de 0 a 90° .

Sol: $\vec{F} = 0.21(0, 0, 1)$ N; $\vec{F}_{\text{max}} = 0.3(0, 0, 1)$ N

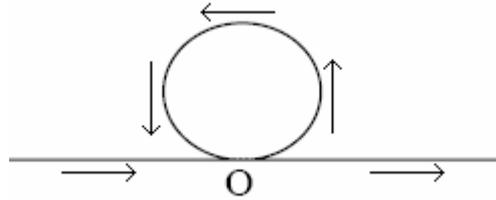
14º La figura representa un alambre conductor que se ha retorcido hasta formar una circunferencia de 4 cm de diámetro sin que exista contacto eléctrico en el punto O.



Si la intensidad de la corriente que circula por el alambre es de 3 A, hallar el valor del campo magnético en el centro de la circunferencia. **Sol:** $6.42 \cdot 10^{-5}$ T

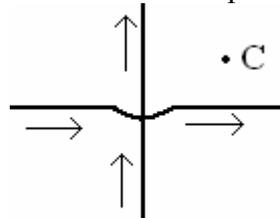
Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

- 15º La figura representa un alambre conductor que se ha doblado hasta formar una circunferencia de 4 cm de diámetro sin que exista contacto eléctrico en el punto O.



Si la intensidad de la corriente que circula por el alambre es de 3 A, hallar el valor del campo magnético en el centro de la circunferencia. **Sol:** $1.2 \cdot 10^{-4} (0, 0, 1)$ T.

- 16º El dibujo representa dos conductores perpendiculares que están recorridos por corrientes eléctricas iguales de 4 A en el sentido que se indica.



El punto C dista 4 cm del conductor vertical y 5 cm del conductor horizontal. Hallar el módulo del campo magnético en el punto C. **Sol:** $0.4 \cdot 10^{-5} (0, 0, 1)$ T.

- 17º Por un conductor de 0.50 m de longitud situado en el eje de las Y pasa una corriente de 1 A en el sentido positivo del eje. Si el conductor está dentro del campo magnético medido en teslas:

$$\vec{B} = 0.01\vec{i} + 0.03\vec{k}$$

Calcular la fuerza que actúa sobre el conductor. **Sol:** $\vec{F} = (1.5, 0, -0.5) \cdot 10^{-2}$ N

- 18º La misma corriente eléctrica circula por dos conductores A y D paralelos y rectilíneos, distanciados 0.12 m. Si dichos conductores se repelen con la fuerza de $6 \cdot 10^{-8}$ N/m determinar:

- El sentido de la corriente en los conductores.
- El valor de la corriente.
- La fuerza que ejercen por unidad de longitud sobre otro conductor C equidistante de los anteriores y en el mismo plano si circula por él una corriente de 0.2 A en el mismo sentido que la del A.

Sol: a) ; b) 0.19 A; c) $2.5 \cdot 10^{-7}$ N.

- 19º Calcular el campo magnético en el interior de un solenoide de 2000 espiras y radio 0.04 m, si el hilo es de cobre de resistividad $\rho = 0.018 \mu\Omega \cdot m$ y radio 0.20 mm, y se conecta a una tensión de 130 V. **Sol:** $5.65 \cdot 10^{-3}$ T

- 20º En el interior de un solenoide hay un campo magnético uniforme 0.6 T. Calcular:
- La fuerza que ejerce el solenoide sobre un conductor de 30 cm paralelo al eje del solenoide por el que pasan 4A de corriente
 - La fuerza cuando el conductor forma un ángulo de 30º con el eje del solenoide.

Sol: a) 0; b) 36 N;

- 21° Dos espiras conductoras de radios iguales, dispuestas en ángulo recto una respecto de otra con centro común O, las recorren las intensidades de 6 A y 8 A. Calcular el módulo y la dirección del campo magnético en el punto O.
Datos: Radio de las espiras 4π cm.
Sol: $5 \cdot 10^{-5}$ T
- 22° En un campo magnético de 0.04 T se coloca una bobina plana, de superficie 50 cm^2 formada por 20 espiras. El campo magnético atraviesa la bobina formando un ángulo de 30° con la superficie de esta. Calcular el flujo que en total atraviesa la bobina.
Sol: $2 \cdot 10^{-3}$ Wb
- 23° Un alambre de 1 m de largo lleva una corriente de 10 A y forma un ángulo de 30° con un campo magnético de 1.5 T. Calcular la magnitud y dirección de la fuerza que obra sobre el conductor. **Sol:** 7.5 N perpendicular al alambre y al campo.
- 24° Un solenoide de longitud 0.2 m y radio 2 cm está formado por 200 vueltas de hilo estrechamente arrolladas. La corriente que pasa por el solenoide es de 5 A. Calcular el campo magnético en el centro del solenoide. **Sol:** $6.3 \cdot 10^{-3}$ T.
- 25° Una espira de alambre de 0.25 m^2 de área se encuentra en un campo magnético uniforme de 0.05 T. ¿Cuánto vale el flujo a través de la espira cuando se coloca de modo que su plano sea perpendicular el campo? **Sol:** 0.0125 Wb.
- 26° Un electrón se mueve en órbita circular con una velocidad de $5 \cdot 10^6$ m/s, bajo la acción de un campo magnético de $2 \cdot 10^{-2}$ T ¿Qué fuerza ejerce este campo sobre el electrón?
Sol: $16 \cdot 10^{-15}$ N.
- 27° Una espira circular de 12 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de 4 T perpendicular al plano de la espira. Calcular el flujo magnético que atraviesa la espira. **Sol:** 0.18 Wb.
- 28° Una espira circular de 5 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de 0.8 T. El campo magnético forma un ángulo de 30° con la normal al plano de la espira. Calcular el flujo magnético que atraviesa la espira. **Sol:** $5.4 \cdot 10^{-3}$ Wb.
- 29° Calcular el flujo magnético de una espira rectangular de:
a) Dimensiones 4x8 cm se encuentra en el seno de un campo magnético de 0.2 T perpendicular al plano de la espira.
b) Dimensiones 4x5 cm se encuentra en el seno de un campo magnético de 0.8 T perpendicular al plano de la espira.
Sol: a) $6.4 \cdot 10^{-4}$ Wb; b) $1.6 \cdot 10^{-3}$ Wb.
- 30° El flujo magnético que atraviesa una espira está dada por:
$$\Phi(t) = 10(t^2 - 8t) \text{ Wb}$$

a) Calcular la expresión de la fuerza electromotriz en función del tiempo.
b) ¿En qué instante el valor de la fuerza electromotriz se hace cero?
Sol: a) $\varepsilon(t) = -20t + 80$ V ; b) 4 s.

Chuletarios y ejercicios de física
2° de Bachillerato

- 31° Una espira de 10 cm^2 de área está situada perpendicularmente en el seno de un campo magnético uniforme de 1 T. Si el campo magnético disminuye proporcionalmente hasta anularse al cabo de 2 s, calcular la fuerza electromotriz inducida. **Sol:** $0.5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$.
- 32° Una espira circular se encuentra inmersa en un campo magnético uniforme de 2 T perpendicular al plano de la espira. El área de la espira crece a razón de $24 \text{ cm}^2/\text{s}$. Calcular:
- La fuerza electromotriz inducida.
 - La corriente eléctrica inducida si la espira tiene una resistencia de 125 m Ω .
- Sol:** a) $-4.8 \cdot 10^{-3} \text{ V}$; b) 0.04 A.
- 33° Una bobina tiene una superficie de 0.002 m^2 y está colocada en un campo magnético de 4 T. La bobina está formada por 250 espiras y en una centésima de segundo, la inducción se reduce a la mitad. Calcular la fuerza electromotriz inducida en la bobina. **Sol:** 100 V.
- 34° Una bobina circular de 200 espiras y de 10 cm de radio se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético de 0.2 T. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la bobina si, en 0.1 s:
- Se duplica el campo magnético.
 - Se anula el campo.
 - Se invierte el sentido del campo.
 - Se gira la bobina 90° en torno al eje paralelo al campo.
 - Se gira la bobina 90° en torno al eje perpendicular al campo.
- Sol:** a) -12.56 V ; b) 12.56 V ; c) 25.12 V ; d) 0 V; e) 12.56 V .
- 35° ¿Con qué velocidad angular debe girar la bobina de un alternador formado por 200 espiras cuadrangulares de 5 cm de lado, situada en un campo magnético uniforme de 0.5 T, perpendicular al eje de rotación, para obtener una fuerza electromotriz inducida de 220 V de valor máximo? ¿Cuál es la frecuencia de dicha corriente? **Sol:** 880 rad/s, 140 Hz.
- 36° Una bobina circular de 200 espiras y 0.1 m de radio se encuentra situada perpendicularmente en un campo magnético. Si el campo magnético viene dado por:
- $$B(t) = 20 \cos(2\pi t)$$
- Calcular:
- La fuerza electromotriz inducida en la bobina y su valor máximo.
 - La fuerza electromotriz inducida para $t = 0.5 \text{ s}$.
- Sol:** a) $\varepsilon(t) = -789.6 \sin(2\pi t) \text{ Wb}$; b) 0 V.
- 37° Cien espiras cuadradas de lado 10 cm giran alrededor de un eje plano con valor de $100\pi \text{ rad/s}$ dentro de un campo magnético de 0.5 T.
- Hallar la expresión del flujo magnético en función del tiempo si para $t = 0 \text{ s}$ el flujo es máximo.
 - Hallar la fuerza electromotriz inducida máxima en la espira.
- Sol:** a) $\Phi(t) = 0.5 \cos(100\pi t) \text{ Wb}$; b) 157 V.

- 38° Disponemos de un pequeño generador casero de 400 espiras de 400 cm^2 de área cada una y gira en un campo magnético de 0.8 T. Calcula:
- ¿Con qué velocidad angular debemos hacerlo girar para generar una diferencia de potencial máxima de 220 V?
 - ¿Cuál será la frecuencia de la corriente alterna obtenida?

Sol: a) 17.2 rad/s; b) 2.7 Hz.

- 39° Una espira de 2 cm de radio está colocada perpendicularmente en el seno de un campo magnético uniforme de 0.3 T. Si la espira gira con una frecuencia de 10 Hz en torno a un diámetro perpendicular al campo magnético, determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en cualquier instante. Sol: $\Phi(t) = 1.2 \cdot 10^{-4} \cos(20\pi t)$ Wb .

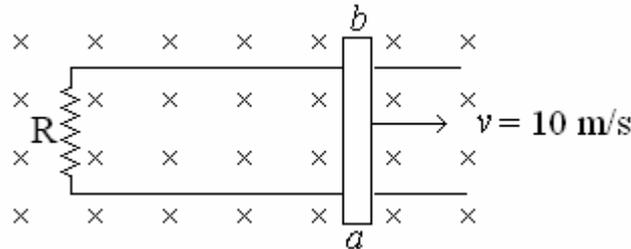
- 40° Una espira circular de 4 cm de radio gira en torno a uno de sus diámetros con una frecuencia de 20 Hz, dentro de un campo magnético uniforme de 0.1 T. Si en el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al vector campo magnético, determinar:

- El flujo magnético que atraviesa la espira en cualquier instante de tiempo.
- Los instantes en los que el flujo se anula.
- El valor de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.

Sol: a) $\Phi(t) = 5 \cdot 10^{-4} \cos(40\pi t)$ Wb ; b) $t = \frac{2n+1}{80}$ s $\forall n \in \mathbb{Z}$; c) $\varepsilon(t) = 0.063 \sin(40\pi t)$ V .

- 41° El conductor ab , de 20 cm de longitud, se desplaza a 10 m/s de velocidad en el seno de un campo magnético de 1.2 Wb/m^2 .

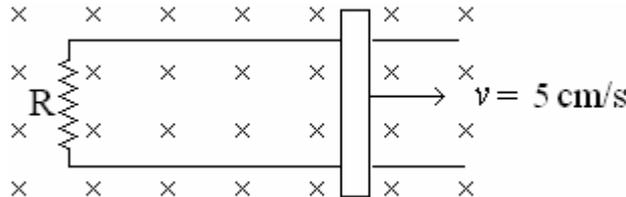
- Hallar el valor de la fuerza electromotriz.
- Si la resistencia de 0.1Ω , determina el valor y sentido de la corriente inducida.
- ¿Qué fuerza actúa sobre el conductor ab y, por tanto, que fuerza hay que aplicar para moverlo a velocidad constante?



Sol: a) 2.4 V; b) 24 A, sentido antihorario; c) 5.76 N.

- 42° Una varilla conductora de 20 cm de longitud y 10Ω de resistencia, se desplaza a 5 cm/s de velocidad en el seno de un campo magnético de 0.1 T. Determinar:

- La fuerza electromotriz que aparece entre los extremos de la varilla.
- La intensidad que recorre el circuito y su sentido.
- La fuerza externa que debe actuar sobre la varilla para mantener el movimiento.

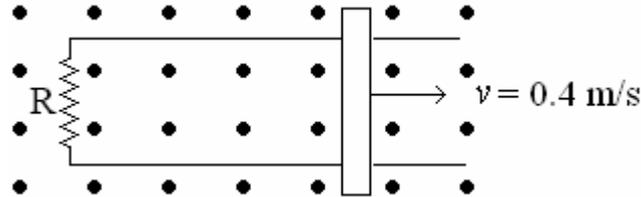


Sol: a) 0.001 V; b) 10^{-4} A, sentido antihorario; c) $2 \cdot 10^{-6}$ N.

- 43º Una varilla conductora de 20 cm de longitud se desliza paralelamente a si misma con una velocidad de 0.4 m/s sobre un conductor tal y como indica el dibujo, siendo el valor de la resistencia de 8Ω . El conjunto está situado en el seno de un campo magnético uniforme de 0.5 T perpendicular al circuito por los dos conductores.

Determinar:

- El valor de la fuerza electromotriz inducida.
- El valor y el sentido de la corriente que recorre el circuito.
- La energía disipada por la resistencia en 3 s.
- El módulo, dirección y sentido de la fuerza que hay que aplicar para mantener la varilla en movimiento.



Sol: a) 0.04 V; b) 0.005 A, sentido horario; c) $6 \cdot 10^{-4}$ J;
d) $5 \cdot 10^{-4}$ N, en la dirección y el sentido de la velocidad.

Problemas y cuestiones de electromagnetismo en selectividad:

Modelo del 2000:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Que es un transformador? ¿Por qué son útiles para el transporte de la energía eléctrica?
- Si el primario de un transformador tiene 1200 espiras y el secundario 100, ¿qué tensión habrá que aplicar al primario para tener en la salida del secundario 6 V?

Problema (2 puntos):

Dos isótopos, de masas $19.92 \cdot 10^{-27}$ kg y $21.6 \cdot 10^{-27}$ kg, respectivamente, con la misma carga de ionización son acelerados hasta que adquieren una velocidad constante de $6.7 \cdot 10^5$ m/s. Se les hace atravesar una región de campo magnético uniforme de 0.85T cuyas líneas de campo son perpendiculares a la velocidad de las partículas:

- Determine la relación entre los radios de las trayectorias que describe cada isótopo.
- Si han sido ionizados una sola vez, determine la separación entre los dos isótopos cuando han descrito una semicircunferencia.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Junio del 2000:

Problema (2 puntos):

Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión:

$$B(t) = 0.01t + 0.04t^2,$$

donde t esta expresado en segundos y B en teslas. Calcule:

- El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo.
- La fuerza electromotriz inducida en la bobina para $t = 5$ s.

Septiembre del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Un campo magnético uniforme y constante de 0.01 T esta dirigido a lo largo del eje Z. Una espira circular se encuentra situada en el plano XY, centrada en el origen, y tiene un radio que varía en el tiempo según la función $r = 0.1 - 10 \cdot t$ (en unidades SI).

Determine:

- La expresión del flujo magnético a través de la espira.
- En que instante de tiempo la fuerza electromotriz inducida en la espira es 0.01V.

Modelo del 2001:

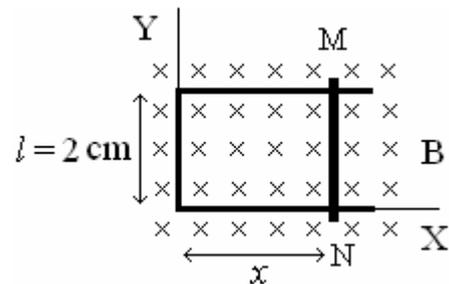
Cuestión (2 puntos):

Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme B ¿En qué caso será mayor la fuerza electromotriz inducida en la espira?

- Si B disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
- Si B aumenta linealmente de 1 T a 1.2T en 1 ms.

Problema (2 puntos):

Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la figura, se puede deslizar una varilla MN de resistencia $R = 10 \Omega$ en presencia de un campo magnético uniforme B, de valor 50 mT, perpendicular al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje X de acuerdo con la expresión:



$$x(t) = x_0 + \sin(\omega t)$$

siendo $x_0 = 10 \text{ cm}$, $A = 5 \text{ cm}$, y el periodo de oscilación 10 s.

- Calcule y represente gráficamente, en función del tiempo, el flujo magnético que atraviesa el circuito.
- Calcule y represente gráficamente, en función del tiempo, la corriente del circuito.

Junio del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Un electrón que se mueve con velocidad de 10^6 m/s describe una orbita circular en el seno de un campo magnético uniforme de valor 0.1T cuya dirección es perpendicular a la velocidad. Determine:

- el valor del radio de la orbita que realiza el electrón.
- el número de vueltas que da el electrón en 0.001 s.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Problema (2 puntos):

Un solenoide de 200 vueltas y de sección circular de diámetro 8 cm está situado en un campo magnético uniforme de valor 0.5 T cuya dirección forma un ángulo de 60° con el eje del solenoide. Si en un tiempo de 100 ms disminuye el valor del campo magnético uniforme a cero, determine:

- El flujo magnético que atraviesa inicialmente el solenoide.
- La fuerza electromotriz inducida en dicho solenoide.

Septiembre del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula de carga $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C se mueve en un campo magnético uniforme de valor $B = 0.2$ T, describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético con periodo de $3.2 \cdot 10^{-7}$ s, y velocidad de $3.8 \cdot 10^6$ m/s. Calcule:

- El radio de la circunferencia descrita.
- La masa de la partícula.

Problema (2 puntos):

Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del eje X. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de $3 \cdot 10^{-5}$ T en el punto $P(0, -d_P, 0)$ y es de $4 \cdot 10^{-5}$ T en el punto $Q(0, d_Q, 0)$. Sabiendo que $d_P + d_Q = 7$ cm, determine:

- La intensidad que circula por el hilo conductor.
- Valor y dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas $(0, 6 \text{ cm}, 0)$.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²
Las cantidades d_P y d_Q son positivas.

Modelo del 2002:

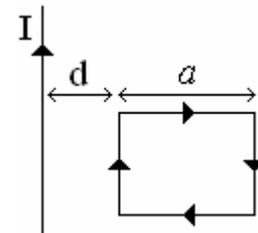
Cuestión (2 puntos):

Una partícula cargada se mueve en línea recta en una determinada región.

- Si la carga de la partícula es positiva ¿Puede asegurarse que en esa región el campo magnético es nulo?
- ¿Cambiaría su respuesta si la carga fuese negativa en vez de ser positiva?

Problema (2 puntos):

Sea un conductor rectilíneo y de longitud infinita, por el que circula una intensidad de corriente $I = 5$ A. Una espira cuadrada de lado $a = 10$ cm está colocada con dos de sus lados paralelos al conductor rectilíneo, y con su lado más próximo a una intensidad $d = 3$ cm de dicho conductor. Si la espira está recorrida por una intensidad de corriente $I' = 0.2$ A en el sentido que se indica en la figura, determine:



- El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético creado por el conductor rectilíneo en cada uno de los lados de la espira paralelos a dicho conductor.
- El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre cada uno de los lados de la espira paralelos al conductor rectilíneo.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²

Junio del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme de dirección perpendicular al eje de giro. Sabiendo que el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz, determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida:

- Si la frecuencia es de 180 Hz en presencia del mismo campo magnético.
- Si la frecuencia es de 120 Hz y el valor del campo magnético se duplica.

Septiembre del 2002:

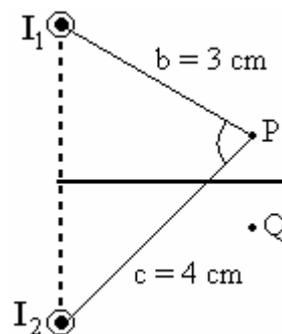
Cuestión (2 puntos):

Un electrón se mueve con velocidad v en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razone si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga.

Problema (2 puntos):

En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e I_2 de sentidos hacia el lector.

- Determine la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético B en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.
- Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determine la dirección del campo magnético B en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).



Nota: b y c son las distancias del punto P a los hilos conductores.

Modelo del 2003:

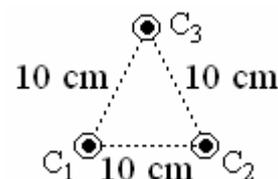
Cuestión (2 puntos):

Para transformar el voltaje de 220 V de la red eléctrica a un voltaje de 12 V que necesita una lámpara halógena se utiliza un transformador:

- ¿Qué tipo de transformador debemos utilizar? Si la bobina del primario tiene 2200 espiras ¿Cuántas espiras debe tener la bobina del secundario?
- Si la lámpara funciona con una intensidad de corriente de 5 A ¿Cuál es el valor de la intensidad de la corriente que debe circular por la bobina del primario?

Problema (2 puntos):

Tres hilos conductores rectilíneos y paralelos, infinitamente largos, pasan por los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado, según indica en la figura. Por cada uno de los conductores circula una corriente de 25 A en el mismo sentido, hacia fuera del plano del papel. Calcule:



- El campo magnético resultante en un punto del conductor C_3 debido a los otros conductores. Especifique la dirección del vector campo magnético.
- ¿La fuerza resultante por unidad de longitud ejercida sobre el conductor 3? Especifique la dirección del vector fuerza.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

Junio del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Un protón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme. Explique que tipo de trayectoria describirá el protón si su velocidad es:

- Paralela al campo.
- Perpendicular al campo.
- ¿Qué sucede si el protón se abandona en reposo en el campo magnético?
- ¿En qué cambiarían las anteriores respuestas si en lugar de un protón fuera un electrón?

Septiembre del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula de carga positiva q se mueve en la dirección del eje de las X con una velocidad constante $\vec{v} = a\vec{i}$ y entra en una región donde existe un campo magnético de dirección eje Y y módulo constante $\vec{B} = b\vec{j}$.

- Determine la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido.
- Razone que trayectoria seguirá la partícula y efectúe un esquema gráfico.

Problema (2 puntos):

Un solenoide de 20Ω de resistencia está formado por 500 espiras circulares de 2.5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0.3T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0.1s, determine:

- El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la fuerza electromotriz inducida.
- la intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Por dos hilos conductores, rectilíneos y paralelos, de gran longitud, separados una distancia de 10 cm, circulan dos corrientes de intensidades 2 A y 4 A respectivamente en sentidos opuestos. En un punto P del plano que definen los conductores, equidistante de ambos, se introduce un electrón con una velocidad de $4 \cdot 10^4$ m/s paralela y del mismo sentido que la corriente de 2 A. Determine:

- El campo magnético en la posición P del electrón.
- La fuerza magnética que se ejerce sobre el electrón situado en P.

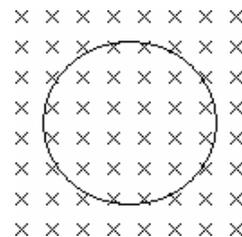
Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Junio del 2004:

Cuestión (2 puntos):

- Enuncia las leyes de Faraday y de Lenz de la inducción electromagnética.
- La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explica si existe fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:
 - La espira se desliza hacia la derecha.
 - El valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo.



Problema (2 puntos):

Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z . Un protón, que se mueve a $2 \cdot 10^5$ m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcula el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad:

- Es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él.
- Es paralela al conductor.
- Es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados a) y b).
- ¿En que casos de los tres anteriores el protón verá modificada su energía cinética?

Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A²

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Septiembre del 2004:

Cuestión (2 puntos):

En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos:

- La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z.
- La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X.

Problema (2 puntos):

Una espira conductora circular de 4 cm de radio y de 0.5Ω de resistencia está situada inicialmente en el plano XY. La espira se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B, perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z.

- Si el campo magnético aumenta a razón de 0.6 T/s , determine la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.
- Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de 0.8 T , y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de $10\pi \text{ rad/s}$, determine en estas condiciones el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

Modelo del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Un solenoide de gran resistencia $3.4 \cdot 10^{-3} \Omega$ está formado por 100 espiras de hilo de cobre y se encuentra situado en un campo magnético de expresión:

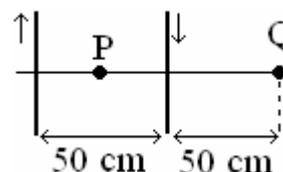
$$B = 0.01 \cos(100\pi t)$$

en unidades SI. El eje del solenoide es paralelo a la dirección del campo magnético y la sección transversal del solenoide es de 25 cm^2 . Determine:

- La expresión de la fuerza electromotriz inducida y su valor máximo.
- La expresión de la intensidad de la corriente que recorre el solenoide y su valor máximo.

Problema (2 puntos):

Dos hilos conductores de gran longitud rectilíneos y paralelos, están separados una distancia de 50 cm, tal como se indica en la figura. Si por los hilos circulan corrientes iguales de 12 A de intensidad y con sentidos opuestos, calcule el campo magnético resultante en los puntos indicados en la figura:



- Punto P equidistante de ambos conductores.
- Punto Q situado a 50 cm de un conductor y a 100 cm del otro.

Problema (2 puntos):

Una partícula cargada pasa sin ser desviada de su trayectoria rectilínea a través de dos campos, eléctrico y magnético, perpendiculares entre sí. El campo eléctrico está producido por dos placas metálicas paralelas (situadas a ambos lados de la trayectoria) separadas 1 cm y conectadas a una diferencia de potencial de 80 V. El campo magnético vale 0.002 T . A la salida de las placas, el campo magnético sigue actuando perpendicularmente a la trayectoria de la partícula, de forma que ésta describe una trayectoria circular de 1.14 cm de radio. Determine:

- La velocidad de la partícula en la región entre las placas.
- La relación masa/carga de la partícula.

Junio del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Una espira metálica circular, de 1 cm de radio y resistencia $10^{-2} \Omega$, gira en torno a un eje diametral con una velocidad angular de 2π rad/s en una región donde hay un campo magnético uniforme de 0.5 T dirigido según el sentido positivo del eje Z. Si el eje de giro de la espira tiene la dirección del eje X y en el instante $t = 0$ la espira se encuentra situada en el plano XY, determine:

- La expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.
- El valor máximo de la intensidad de la corriente que recorre la espira.

Problema (2 puntos):

Por un hilo de conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcule el vector aceleración instantánea que experimenta dicho electrón si:

- se encuentra en reposo.
- su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y.
- su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Z.
- su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje X.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$

Masa del electrón: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Septiembre del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula cargada penetra con velocidad v en una región en la que existe un campo magnético uniforme B. Determine la expresión de la fuerza ejercida sobre la partícula en los siguientes casos:

- La carga es negativa, la velocidad es $v_0 \vec{j}$ y el campo magnético es: $-B_0 \vec{k}$.
- La carga es positiva, la velocidad es $v_0 (\vec{j} + \vec{k})$ y el campo magnético es: $B_0 \vec{j}$.

Nota: Los vectores \vec{i} , \vec{j} y \vec{k} son los vectores unitarios según los ejes X, Y y Z respectivamente.

Problema (2 puntos):

Una espira circular de 0.2 m de radio se sitúa en un campo magnético uniforme de 0.2 T con su eje paralelo a la dirección del campo. Determine la fuerza electromotriz inducida en la espira si en 0.1 s y de manera uniforme:

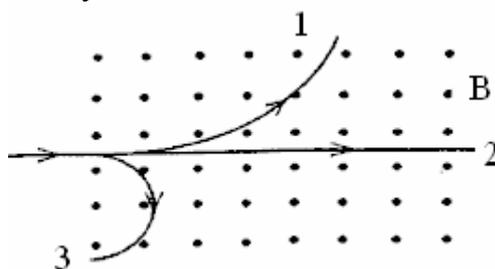
- Se duplica el valor del campo.
- Se reduce el valor del campo a cero.
- Se invierte el sentido del campo.
- Se gira la espira un ángulo de 90° en torno a un eje diametral perpendicular a la dirección del campo magnético.

Modelo del 2006:

Cuestión (2 puntos):

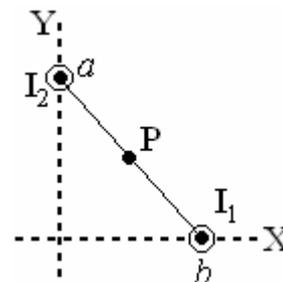
La figura representa una región en la que existe un campo magnético uniforme B , cuyas líneas de campo son perpendiculares al plano del papel y saliendo hacia fuera del mismo. Si entran sucesivamente tres partículas con la misma velocidad v , y describe cada una de ellas la trayectoria que se muestra en la figura (cada partícula está numerada):

- ¿Cuál es el signo de la carga de cada una de las partículas?
- ¿En cual de ellas es mayor el valor absoluto de la relación carga-masa (q/m)?



Problema (2 puntos):

Dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos, perpendiculares al plano XY , pasan por los puntos $a(80,0)$ y $b(0,60)$ según indica la figura, estando las coordenadas expresadas en centímetros. Las corrientes circulan por ambos conductores en el mismo sentido, hacia fuera del plano del papel, siendo el valor de la corriente I_1 de 6A. Sabiendo que $I_2 > I_1$ y que el valor del campo magnético en el punto P , punto medio de la recta que une ambos conductores, es de $B = 12 \cdot 10^{-7}$ T, determine:



- El valor de la corriente I_2 .
- El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en el origen de coordenadas O , utilizando el valor de I_2 obtenido anteriormente.

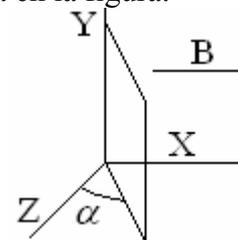
Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$

Junio del 2006:

Problema (2 puntos):

Una espira cuadrada de 1.5Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme $B = 0.03\text{T}$ dirigido según el sentido positivo del eje X . La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano YZ como se muestra en la figura.

- Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo $\alpha = \pi/2$ en el instante $t = 0$, obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.
- ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?



Septiembre del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Un protón que se mueve con una velocidad \vec{v} entra en un región en la que existe un campo magnético \vec{B} uniforme. Explique cómo es la trayectoria que seguirá el protón:

- Si la velocidad del protón \vec{v} es paralela a \vec{B} .
- Si la velocidad del protón \vec{v} es perpendicular a \vec{B} .

Problema (2 puntos):

Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm. Si el campo magnético aumenta a razón de 60 T/s, permaneciendo constante la dirección, determine:

- La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo.
- La fuerza electromotriz inducida en la bobina.
- La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150Ω .
- ¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado del campo magnético disminuyera a razón de 60 T/s en lugar de aumentar?

Modelo del 2007:

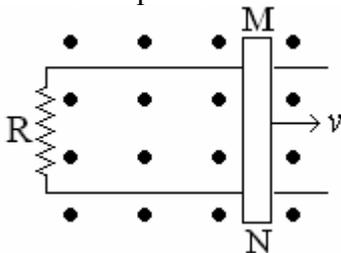
Cuestión (2 puntos):

Indique el tipo de trayectoria descrita por una partícula cargada positivamente que posee inicialmente una velocidad $\vec{v} = v_0(1, 0, 0)$ al penetrar en cada una de las siguientes regiones:

- Región con un campo magnético uniforme: $\vec{B} = B_0(1, 0, 0)$.
- Región con un campo eléctrico uniforme: $\vec{E} = E_0(1, 0, 0)$.
- Región con un campo magnético uniforme: $\vec{B} = B_0(0, 1, 0)$.
- Región con un campo eléctrico uniforme: $\vec{E} = E_0(0, 1, 0)$.

Problema (2 puntos):

En el circuito de la figura la varilla MN se mueve con una velocidad constante de valor 2 m/s en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de valor 0.4 T. Sabiendo que el valor de la resistencia es 60Ω y que la longitud de la varilla es 1.2 m:



- Determine la fuerza electromotriz inducida y la intensidad de la corriente que circula por el circuito.
- Si a partir de un cierto instante ($t = 0$) la varilla se frena con aceleración constante hasta pararse en 2 s, determine la expresión matemática de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, en el intervalo de 0 a 2 s.

Junio del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \cdot 10^{-5} (0, 0, 1) \text{ N/C}$ y un campo magnético $\vec{B} = -2(0, 1, 0) \text{ T}$.

- Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.
- En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.

Datos: Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Septiembre del 2007:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo $3.5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ y de un campo magnético de 2 T , ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe?
- ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?

Datos: Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

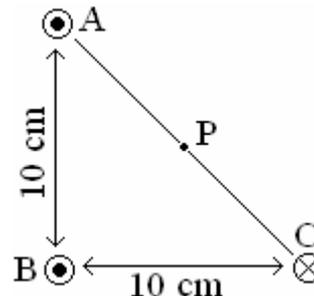
Problema (2 puntos):

Tres hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen como se muestra en el dibujo (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es la misma, $I = 25 \text{ A}$, aunque el sentido de la corriente en el hilo C es opuesto al de los otros dos hilos.

Determine:

- El campo magnético en el punto P, punto medio del segmento AC.
- La fuerza que actúa sobre una carga $Q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ si se encuentra en el punto P moviéndose con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular al plano del papel y con sentido hacia fuera.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

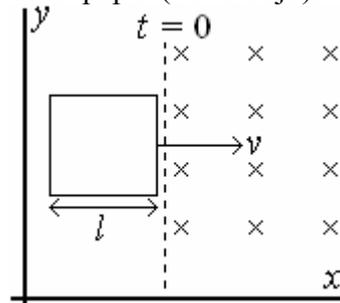


Modelo del 2008:

Problema (2 puntos):

Una espira cuadrada de lado $l = 5 \text{ cm}$ situada en el plano XY se desplaza con velocidad constante en la dirección del eje X como se muestra en la figura. En el instante $t = 0 \text{ s}$ la espira encuentra una región del espacio en donde hay un campo magnético uniforme $B = 0.1 \text{ T}$, perpendicular al plano XY con sentido hacia dentro del papel (ver dibujo).

- Sabiendo que al penetrar la espira en el campo se induce una corriente eléctrica de $5 \cdot 10^{-5} \text{ A}$ durante 2 s , calcule la velocidad y la resistencia de la espira.
- Representa gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo desde el instante $t = 0$ e indique el sentido de la corriente inducida en la espira.



Junio del 2008:

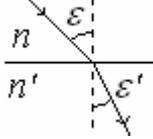
Problema (2 puntos):

Una espira circular de radio $R = 5 \text{ cm}$ y resistencia de 0.5Ω se encuentra en reposo en una región del espacio con campo magnético $\vec{B} = B_0(0, 0, 1)$, siendo $B_0 = 2 \text{ T}$. El eje normal a la espira en su centro forma 0° con su eje Z . A partir de un instante $t = 0$ la espira comienza a girar con velocidad angular constante de $\omega = \pi \text{ rad/s}$ en torno a un eje diametral. Se pide:

- a) La expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo t , para $t \geq 0$.
- b) La expresión de la corriente inducida en la espira en función del tiempo t .

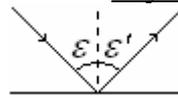
Chuleterio de óptica geométrica:

Ley de la refracción o ley de Snell



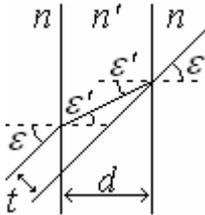
$$n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'$$

Ley de la reflexión:



$$\epsilon = \epsilon'$$

Dioptrio plano o lámina planoparalela

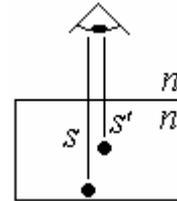


Traslación de un rayo:

$$t = \frac{d}{\cos \epsilon'} \sin(\epsilon - \epsilon')$$

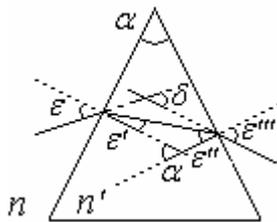
Profundidad aparente:

$$s' = \frac{n'}{n} s$$



Prismas:

Desviación angular: Ángulo que mide la desviación sufrida por un rayo de luz al atravesar un prisma.



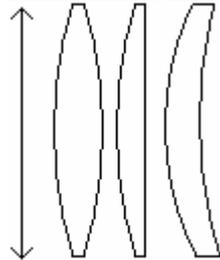
$$\delta = \epsilon + \epsilon''' - \alpha$$

Relación importante: $\alpha = \epsilon' + \epsilon''$

Condición de desviación angular mínima: $\epsilon = \epsilon''' \Rightarrow \delta = 2\epsilon - \alpha$

Lentes delgadas:

Lentes convergentes



a) b) c) d)

- a) Notación de lente convergente.
- b) Lente biconvexa.
- c) Lente planoconvexa.
- d) Menisco convergente.

Formula del fabricante de lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Potencia de una lente delgada:

$$P = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

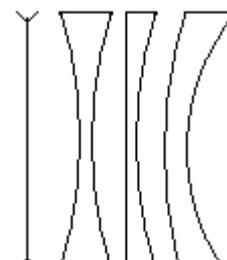
Relación entre los focos:

$$f = -f'$$

Ecuación de Descartes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Lentes divergentes



a) b) c) d)

- a) Notación de lente divergente.
- b) Lente bicóncava.
- c) Lente plano cóncava.
- d) Menisco divergente.

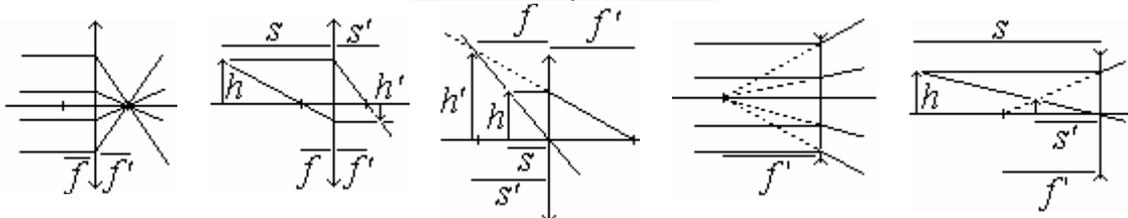
Aumento lateral de una lente:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{s'}{s} = \frac{f}{f-s} = \frac{f'}{f'-s'}$$

Aumento total lateral de un sistema de dos lentes con aumentos respectivos m_1 y m_2 :

$$m = m_1 \cdot m_2$$

Trazados de rayos en lentes:



Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Espejo esférico:

Relación focos y radio.

$$f = f' = \frac{R}{2}$$

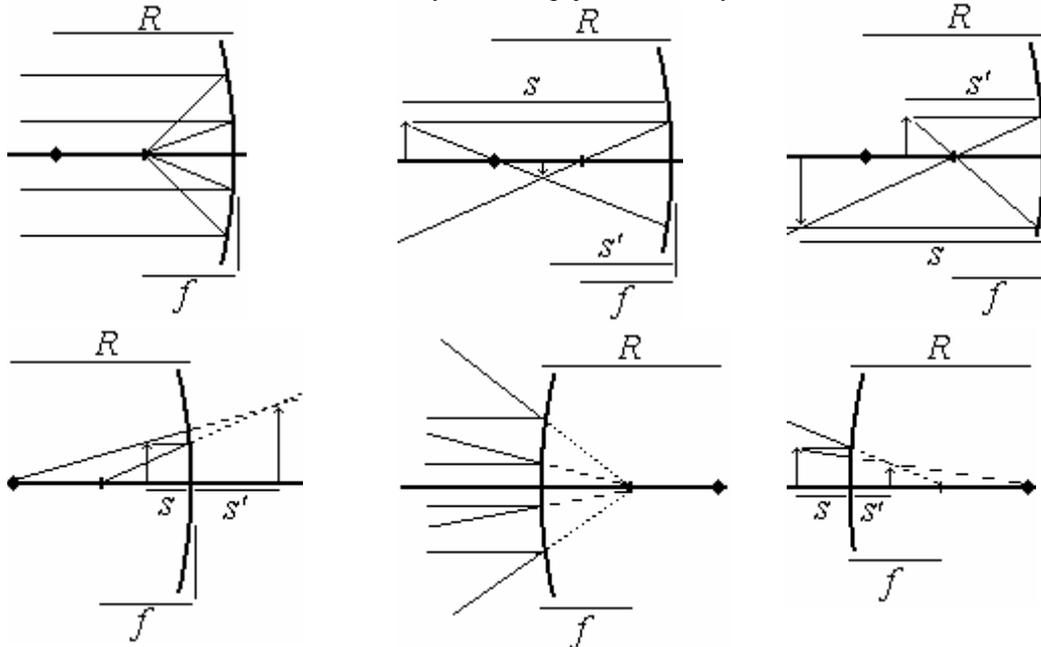
Ecuación de Descartes

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$$

Trazado de rayos en 4 espejos cóncavos y 2 convexos:



Ejercicios de Óptica Geométrica

- 1º Entre las frecuencias del rojo $4.3 \cdot 10^{14}$ Hz y la del violeta $7.5 \cdot 10^{14}$ Hz se encuentran todos los colores del espectro visible. ¿Cuáles son su periodo y su longitud de onda?
Sol: Violeta: $1.33 \cdot 10^{-15}$ s, $4 \cdot 10^{-7}$ m; Rojo: $2.32 \cdot 10^{-15}$ s, $7 \cdot 10^{-7}$ m.

- 2º Los índices de refracción del alcohol y del diamante son 1.36 y 2.41 respectivamente. ¿En cuál de los dos medios se propaga la luz más rápidamente? **Sol:** En alcohol.

- 3º Sabiendo que la velocidad de la luz en el agua es de $2.25 \cdot 10^8$ m/s y de $1.24 \cdot 10^8$ m/s en el diamante:

- a) Hallar los índices de refracción absolutos en el agua y en el diamante.
b) Hallar el índice de refracción relativo del agua respecto al diamante.

Sol: a) $n_{\text{agua}} = 1.33$, $n_{\text{diamante}} = 2.42$; b) $n_{\text{agua}} / n_{\text{diamante}} = 0.55$.

- 4º Los índices de refracción del alcohol y del diamante son 1.36 y 2.41 respectivamente. Calcular:

- a) El índice de refracción del alcohol respecto al diamante.
b) El índice de refracción del diamante respecto al alcohol.

Sol: a) 0.56; b) 1.77.

- 5º Calcular la velocidad de la luz en el aceite ($n_{\text{aceite}} = 1.45$) y en vidrio ($n_{\text{vidrio}} = 1.52$).

Sol: Aceite: $2.07 \cdot 10^8$ m/s; vidrio: $1.97 \cdot 10^8$ m/s.

- 6º La velocidad de la luz en el agua es 225000km/s. ¿Cuál es el índice de refracción absoluto del agua? **Sol:** 1.33.

- 7° La velocidad de la luz en el etanol es de 220000km/s. ¿Cual es el índice de refracción absoluto del etanol? Cuando la luz pasa del aire al etanol, ¿se produce algún cambio en su frecuencia o en su longitud de onda? **Sol:** 1.35; No.
- 8° Un rayo de luz de 5450 A de longitud de onda en el aire penetra en el agua ($n = 1.33$). ¿Cuál es su frecuencia en el agua? ¿Y su longitud de onda? **Sol:** $5.5 \cdot 10^{-4}$ m/s; 4100 A.
- 9° Los índices absolutos de refracción del diamante y un vidrio son 2.41 y 1.54 respectivamente. Calcular el índice de refracción relativo del diamante respecto al vidrio y del vidrio respecto al diamante. **Sol:** 1.56 y 0.64.
- 10° Un haz de luz incide sobre la superficie del agua con un ángulo de 45° . ¿Cuánto miden los ángulos de reflexión y refracción? Dato: $n_{\text{agua}} = 1.33$.
Sol: El de reflexión 45° y el de refracción 32.1° .
- 11° Un rayo de luz pasa del agua ($n_{\text{agua}} = 1.33$) a un cristal de cuarzo ($n_{\text{cuarzo}} = 1.54$). Si el ángulo de incidencia es de 30° , calcular el ángulo de refracción. **Sol:** 25.6° .
- 12° ¿Cuál es el ángulo límite cuando la luz pasa del vidrio crown ($n = 1.51$) al aire?
Sol: 41.5° .
- 13° ¿Cuál es el ángulo límite para la luz que pasa del diamante ($n_{\text{diamante}} = 2.41$) al agua ($n_{\text{agua}} = 1.33$)? ¿Si la luz pasa del agua al diamante? **Sol:** 33.5° ; no hay ángulo límite.
- 14° Sobre un prisma de vidrio de ángulo 45° e índice de refracción 1.55 incide un rayo de luz monocromática. Si el ángulo de incidencia es de 30° , calcula el ángulo de emergencia y la desviación producida en el rayo. **Sol:** 43.1° ; 28.1° .
- 15° Sobre un prisma de vidrio de 30° e índice de refracción 1.52 incide un rayo de luz monocromática perpendicularmente a una de sus caras. Calcula el ángulo de desviación. **Sol:** 4.5° .
- 16° Determina el índice de refracción de un prisma sabiendo que la trayectoria del rayo luminoso es paralela a la base del prisma para un ángulo de incidencia de 23° . El ángulo del prisma es de 30° . **Sol:** 1.51.
- 17° Sobre un prisma de vidrio de índice de refracción $n = \sqrt{2}$, cuyo ángulo es de 60° , incide un rayo formando un ángulo de 45° con la normal. Determina:
a) El ángulo de emergencia
b) El ángulo de mínima desviación.
Sol: a) 45° ; b) 30° .
- 18° Un prisma cuyo ángulo en el vértice es 60° tiene un índice de refracción 1.41 y está en el aire. Por la cara situada a la izquierda incide un rayo con un ángulo de 30° .
a) Haz la marcha general del rayo hasta su salida del prisma razonando el proceso y calcula los ángulos característicos.
b) A que velocidad va la luz en el prisma.
c) Como harías para que en la segunda cara el rayo saliera rasante.
Sol: a) $\varepsilon' = 20.8^\circ$, $\varepsilon'' = 39.2^\circ$ y $\varepsilon''' = 63.1^\circ$; b) $2.17 \cdot 10^8$ m/s;
c) Con un ángulo de incidencia de 21.2° el rayo en la segunda cara sale rasante.

Chuletarios y ejercicios de física
2° de Bachillerato

- 19° En el fondo de un estanque lleno de agua ($n = 1.33$) con una profundidad de 1.4 m, se encuentra una pequeña piedra. ¿A que distancia de la superficie se ve la piedra?
Sol: -1.05 m.
- 20° En la vertical de un lago ($n_{\text{agua}} = 1.33$) se encuentra un pescador, a una altura sobre la superficie de 2.5m, y un pez, 80 cm por debajo de la superficie. ¿A que distancia ve el pescador al pez y el pez al pescador? ¿Son iguales ambas distancias aparentes?
Sol: No son iguales pues el pescador ve al pez a 3.1 m y el pez al pescador a 4.1 m.
- 21° Un vaso de vidrio de fondo grueso (2 cm) e índice de refracción igual a 1.52 contiene agua ($n_{\text{agua}} = 1.33$), siendo la altura del agua igual a 4 cm. Determina la posición de la imagen de un pequeño trozo de papel adherido a la cara exterior del fondo del vaso. **Sol:** 4.32 cm.
- 22° Determina la distancia focal de una lente delgada biconvexa de índice de refracción $n = 1.5$ y cuyos radios de curvatura son 5 y 4 cm respectivamente. Si se sitúa un objeto de 8 mm delante de la lente, a 10 cm de la misma, ¿qué características tiene la imagen formada? **Sol:** Es real e invertida y con tamaño $-6.4 \cdot 10^{-3}$ m.
- 23° Una lente está formada por una superficie convexa de 20 cm de radio y otra cóncava de 40 cm de radio. El índice refracción de la lente es igual a 1.54. Hallar la distancia focal de la lente y deducir si es convergente o divergente.
Sol: $f = -74.1$ cm; es convergente.
- 24° Los radios de curvatura de una lente delgada biconvexa son de 18 y 20 cm. Sabiendo que cuando un objeto se sitúa a una distancia de 24 cm de la misma se forma una imagen real a 32 cm de ésta, calcular:
a) La distancia focal.
b) El índice de refracción de la lente.
Sol: a) $f = -13.7$ cm; b) $n = 1.69$.
- 25° Una lente tiene una distancia focal de 10 cm en el aire. Calcular su distancia focal en el agua. Datos: $n_{\text{agua}} = 4/3$, $n_{\text{vidrio}} = 3/2$. Consejo: calcular el índice de refracción relativo del vidrio con respecto al agua y usarlo como índice en la formula del fabricante de lentes. **Sol:** $f' = -40$ cm.
- 26° Un objeto de 4 cm de altura, está situado a 20 cm delante de una lente convergente delgada de distancia focal 12 cm. Determinar la posición y tamaño de su imagen.
Sol: Tamaño de la imagen -6 cm y posición 30 cm.
- 27° Un objeto está situado delante de una lente convergente delgada y a 10 cm de la misma. Dicha lente tiene una distancia focal de 15 cm. Determinar la posición de la imagen y el aumento lateral. **Sol:** $s' = -30$ cm; $m = 3$.
- 28° Un objeto de 1.2 cm de altura está situado a 20 cm de una lente convergente de 14 cm de distancia focal. Calcula la posición y el tamaño de la imagen. Halla también la imagen gráficamente. **Sol:** $s' = 4.67$ cm y $h' = -2.8$ cm.
- 29° Calcular la posición y la distancia focal de una lente convergente para que la imagen de un objeto se proyecte sobre una pantalla situada a 5 m del mismo, con un tamaño 4 veces superior al del objeto. **Sol:** $s = -1$ cm, $s' = 4$ cm; $f = -0.8$ m.

- 30° En qué posiciones se podrá colocar una lente convergente de 15 cm de distancia focal para obtener la imagen de un objeto sobre una pantalla situada a 80 cm de él. **Sol:** 20 y 60 cm del objeto.
- 31° Determinar la posición y el tamaño de la imagen creada por una lente divergente de distancia focal -18 cm de un objeto de 9 cm de altura, situado a una distancia de la lente de 27 cm. **Sol:** $s' = -10.8$ cm; $h' = 3.6$ cm.
- 32° ¿Qué distancia focal imagen tiene una lente de -5.5 dioptrías? ¿Cuánto vale su distancia focal objeto? **Sol:** 18.2 cm; -18.2 cm.
- 33° Una determinada persona, miope, no puede ver con nitidez objetos situados a una distancia superior a 80 cm. Calcular las dioptrías que deben tener sus gafas para que pueda ver con claridad los objetos lejanos. **Sol:** $P = 1.25$ dioptrías.
- 34° Cierta persona, hipermetrope, no puede ver con nitidez los objetos situados a una distancia menor de 75 cm. Calcular las dioptrías que deben tener sus gafas para que pueda ver con claridad a una distancia de 25 cm. **Sol:** $P = -2.67$ dioptrías.
- 35° Calcular las dimensiones de la imagen obtenida por un proyector de 0.25 m de distancia focal, de una fotografía de 6 x 9 cm sobre una pantalla situada a 10 m de la lente. **Sol:** 234 x 351 cm.
- 36° Dos lentes convergentes delgadas se colocan con una separación de 60 cm. La primera lente tiene una distancia focal de 10 cm y la segunda de 15 cm. Si un objeto de 4 cm de altura se coloca a 20 cm de la primera lente, ¿cuáles son la posición, el tamaño y las características de la imagen final? **Sol:** 24 cm (a la derecha de la segunda lente); 2.4 cm.
- 37° Un sistema de dos lentes acopladas está formado por una lente biconvexa, de índice de refracción 1.5, y otra plano cóncava, de índice de refracción 1.6. los radios de las superficies curvas son todos de 10 cm. Determina:
a) La potencia de cada lente y la del sistema.
b) La posición, el tamaño y las características de la imagen formada por el sistema si el objeto tiene una altura de 1 cm y está situado 12 cm delante del sistema.
Sol: a) 10 dioptrías, -6 dioptrías, 4 dioptrías; b) -0.23 cm, 1.9 cm.
- 38° Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes convergentes de igual distancia focal ($f = 10$ cm) separadas 40 cm. Un objeto de 1 cm de altura se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm, perpendicularmente al eje óptico. Determina:
a) La posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente.
b) La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción gráfica.
Sol: a) 30 cm, -2 cm, imagen real; b) Posición en el infinito.
- 39° ¿Cuál es la potencia de un sistema óptico formado por una lente divergente de 3.5 dioptrías en contacto con otra convergente de 1.3 dioptrías? ¿Cuál es la distancia focal del sistema? **Sol:** -2.2 dioptrías; -0.45 m.

Chuletarios y ejercicios de física
2° de Bachillerato

- 40°** ¿Qué tamaño tiene la imagen de la luna observada por una lente convergente de distancia focal 40 cm? Diámetro de la luna 3640 km. Distancia de la luna a la tierra 380000 km. **Sol:** 0.38 cm.
- 41°** Delante de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 40 cm, se sitúa un objeto de 3 cm de altura, perpendicularmente al eje óptico del espejo, a una distancia de 60 cm. Calcula:
- La distancia focal del espejo.
 - La posición de la imagen.
 - El tamaño de la imagen.
 - Construye gráficamente la imagen.
- Sol:** -20 cm; -30 cm; -1.5 cm.
- 42°** Un objeto de 12 mm de altura se encuentra delante de un espejo convexo de 20 cm de radio, a 10 cm del vértice del mismo.
- ¿Cómo es la imagen formada por el espejo y dónde está situada?
 - Efectúa la construcción geométrica de la imagen.
- Sol:** 5 cm; 0.6 cm. Virtual, derecha y menor.
- 43°** Un espejo esférico, cóncavo, ha de formar una imagen invertida de un objeto en forma de flecha sobre una pantalla situada a una distancia de 42 cm delante del espejo. El objeto mide 5 cm y la imagen debe tener una altura de 30 cm. Determinar:
- A que distancia del espejo debe colocarse el objeto.
 - El radio de curvatura del espejo.
 - Efectuar la construcción geométrica.
- Sol:** a) 7 cm; b) 0.12;
- 44°** Delante de un espejo convexo, de 30 cm de radio, se sitúa un objeto de 8 mm de altura a 10 cm del espejo. Calcula:
- la distancia focal del espejo
 - La posición y el tamaño de la imagen.
- Sol:** a) 0.15 m; b) 7.5 cm y 6 mm.
- 44°** Un objeto de 1 cm de altura se encuentra delante de un espejo cóncavo de 20 cm de radio, a 5 cm del vértice mismo. ¿Cómo es la imagen formada por el espejo y donde está situada? Construye la imagen gráficamente la imagen.
- Sol:** La imagen es derecha, de 2 cm y está situada a 0.1m detrás del espejo
- 45°** Un espejo esférico convexo, que actúa de retrovisor de un automóvil parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de la imagen es 1/20 del tamaño real del vehículo cuando se encuentra a 10 m del espejo. Calcula:
- El radio de curvatura del espejo
 - La posición de la imagen virtual formada
 - Si dos segundos después la imagen observada en el espejo se ha duplicado, ¿a que distancia del espejo se encuentra ahora el vehículo?
 - ¿Cuál es la velocidad del vehículo?
- Sol:** a) 1.05 m; b) 0.5 m; c) -4.7 m; d) 2.6 m/s.

- 46° Cierta espejo colocado a 2 m de un objeto produce una imagen derecha y de tamaño tres veces mayor que el objeto. ¿El espejo es convexo o cóncavo? ¿Cuánto mide el radio de curvatura del espejo? **Sol:** Es cóncavo y radio de curvatura -6 m.

Problemas y cuestiones de óptica geométrica de selectividad:

Modelo del 2000:

Problema (2 puntos):

Un rayo de luz blanca incide desde el aire sobre una lámina de vidrio con un ángulo de incidencia de 30° .

- ¿Qué ángulo formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul, componentes de la luz blanca, si los valores de los índices de refracción del vidrio para estos colores son, respectivamente, $n_{\text{rojo}} = 1.612$ y $n_{\text{azul}} = 1.671$.
- ¿Cuáles serán los valores de la frecuencia y de la longitud de onda correspondientes a cada una de estas radiaciones en el vidrio, si las longitudes de onda en el vacío son, respectivamente, $\lambda_{\text{rojo}} = 656.3$ nm y $\lambda_{\text{azul}} = 486.1$ nm?

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Junio del 2000:

Cuestión (2 puntos):

- Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque con un ángulo de 30° . ¿Qué ángulo forman entre sí los rayos reflejado y refractado?
- Si el rayo luminoso se propagase desde el agua hacia el aire ¿a partir de qué valor del ángulo de incidencia se presentara el fenómeno de reflexión total?

Dato: Índice de refracción del agua $4/3$.

Problema (2 puntos):

Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

- ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente? ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente?
- Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?

Septiembre del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de espesor 2cm y de índice de refracción $n = 3/2$, situada en el aire, incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de $\theta_1 = 30^\circ$.

- Compruebe que el ángulo de emergencia es el mismo que el ángulo de incidencia.
- Determine la distancia recorrida por el rayo dentro de la lamina y el desplazamiento lateral, del rayo emergente.

Chuletarios y ejercicios de física
2° de Bachillerato

Problema (2 puntos):

Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño 5 cm.

- Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño 40 cm.
- Si el índice de refracción de la lente es igual a 1.5 ¿Qué valor tienen los radios de la lente y cual es la potencia de la misma?

Modelo del 2001:

Cuestión (2 puntos):

¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo? ¿y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

Junio del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Un rayo de luz monocromática que se propaga en un medio de índice de refracción 1.58 penetra en otro medio de índice de refracción 1.23 formando un ángulo de incidencia de 15° (respecto a la normal) en la superficie de discontinuidad entre ambos medios.

- Determine el valor del ángulo de refracción correspondiente al ángulo de incidencia anterior. Haga un dibujo esquemático.
- Defina el ángulo límite y calcule su valor para este par de medios.

Problema (2 puntos):

Un objeto luminoso de 3 cm de altura está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia -10 dioptrías. Determine:

- La distancia focal de la lente.
- La posición de la imagen.
- La naturaleza y el tamaño de la imagen.
- La construcción geométrica de la imagen.

Septiembre del 2001:

Cuestión (2 puntos):

- Defina para una lente delgada los siguientes conceptos: foco objeto, foco imagen, distancia focal objeto y distancia focal imagen.
- Dibuje para los casos de lente convergente y de lente divergente la marcha de un rayo que pasa (él o su prolongación) por: b1) El foco objeto. b2) El foco imagen.

Problema (2 puntos):

Sea un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma distancia focal ($f = 20$ cm), situadas con el eje óptico común a una distancia entre si de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño $y = 2$ cm, está situado a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm.

- Determine la posición de la imagen final que forma el sistema óptico y efectúe su construcción geométrica?
- ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?

Modelo del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Explique mediante construcciones geométricas qué posiciones debe ocupar un objeto, delante de una lente delgada convergente, para obtener:

- Una imagen real de tamaño menor, igual o mayor que el objeto.
- Una imagen virtual. ¿Cómo está orientada esta imagen y cuál es su tamaño en relación con el objeto?

Junio del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectúe la construcción geométrica de la imagen e indique su naturaleza si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto, a:

- La mitad de la distancia focal del espejo.
- El triple de la distancia focal del espejo.

Problema (2 puntos):

Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal ($f=10\text{cm}$) separadas 40 cm. Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determine:

- La posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente.
- La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

Septiembre del 2002:

Cuestión (2 puntos):

Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 . Si un rayo incide desde el medio de índice n_1 , razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.
- Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

Problema (2 puntos):

Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

- La distancia focal de la lente.
- La posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado a 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

Modelo del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Un rayo de luz monocromática que se propaga en el aire penetra en el agua de un estanque:

- ¿Que fenómeno luminoso se origina al pasar la luz del aire al agua? Enuncie las leyes que se verifican en este fenómeno.
- Explique si la velocidad, la frecuencia y la longitud de onda cambian al pasar la luz de un medio a otro.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Problema (2 puntos):

Una lente convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para formar la imagen de un objeto luminoso lineal colocado perpendicularmente a su eje óptico y de tamaño $y = 1$ cm.

- ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 14 cm por detrás de la lente? ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen formada?
- ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 8 cm por delante de la lente? ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen? efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Junio del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Un haz luminoso está constituido por dos rayos de luz superpuestos: uno azul de longitud de onda 450 nm y otro rojo de longitud de onda 650 nm. Si este haz incide desde el aire sobre la superficie plana de un vidrio con un ángulo de incidencia de 30° , calcule:

- El ángulo que forman entre si los rayos azul y rojo reflejados.
- El ángulo que forman entre si los rayos azul y rojo refractados.

Datos: Índice de refracción del vidrio para el rayo azul $n_{\text{azul}} = 1.55$.

Índice de refracción del vidrio para el rayo rojo $n_{\text{rojo}} = 1.40$.

Problema (2 puntos):

Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

- Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.
- ¿A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito?

Septiembre del 2003:

Cuestión (2 puntos):

- Explique que son una lente convergente y una lente divergente. ¿Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas?
- ¿Qué es la potencia de una lente y en que unidades se acostumbra a expresar?

Problema (2 puntos):

Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm.

Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:

- Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica.
- El radio del espejo y la distancia focal.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Qué combinaciones de lentes constituye un microscopio? Explique mediante un esquema gráfico su disposición en el sistema.
- Dibuje la marcha de los rayos procedentes de un objeto a través del microscopio, de manera que la imagen final se forme en el infinito.

Problema (2 puntos):

Un espejo esférico conveo proporciona una imagen virtual de un objeto que se aproxima a él con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es igual 1/10 del tamaño del objeto cuando este se encuentra a 8 m del espejo.

- ¿A que distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?
- ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?
- Un segundo después, el tamaño de la imagen formada por el espejo es 1/5 del tamaño del objeto. ¿A que distancia del espejo se encuentra ahora el objeto?
- ¿Cuál es la velocidad del objeto?

Junio del 2004:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo?
- ¿Y con una lente esférica divergente?

Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

Problema (2 puntos):

Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. El ángulo del prisma es $\alpha = 60^\circ$. Determine:

- El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30° . Efectué un esquema gráfico de la marcha del rayo.
- El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea de 90° .

Septiembre del 2004:

Cuestión (2 puntos):

- Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 , si $n_1 > n_2$.
- Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60° , determine la velocidad de la luz en dicho medio.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $3 \cdot 10^8$ m/s.

Problema (2 puntos):

Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

- la posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria.
- la distancia focal de la lente y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

Modelo del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Delante de una lente convergente se coloca un objeto perpendicularmente a su eje óptico.

- ¿A que distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de igual tamaño e invertida? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?
- ¿A que distancia de la lente debe colocarse para obtener una imagen de doble tamaño y derecha? ¿Cuál es la naturaleza de esta imagen?

Efectúe la construcción geométrica en ambos apartados.

Problema (2 puntos):

Se tienen tres medios transparentes de índices de refracción n_1 , n_2 y n_3 , separados entre sí por superficies planas y paralelas. Un rayo de luz de frecuencia $f = 6 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde el primer medio ($n_1 = 30^\circ$) sobre el segundo formando un ángulo $\theta_1 = 30^\circ$ con la normal a la superficie de separación.

- Sabiendo que el ángulo de refracción en el segundo medio es $\theta_2 = 23.5^\circ$, ¿cuál será la longitud de onda de la luz en este segundo medio?
- Tras atravesar el segundo medio el rayo llega a la superficie de separación con el tercer medio. Si el índice de refracción del tercer medio es $n_3 = 1.3$, ¿cuál será el ángulo de emergencia del rayo?

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Junio del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1.5 y de 1 cm de espesores, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30° con la normal a la cara. Calcule:

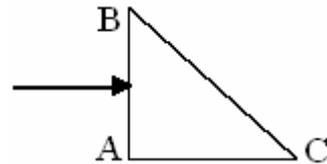
- El ángulo que forma con la normal el rayo que emerge de la misma. Efectúe la construcción geométrica correspondiente.
- La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

Septiembre del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1,5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura. Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma.

- Explique si se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma.
- Haga un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. ¿Cuál es la dirección del rayo emergente?



Problema (2 puntos):

Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

- Calcule la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.
- Efectúe la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

Modelo del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Un objeto de 1 mm de altura se coloca a una distancia de 1 cm delante de una lente convergente de 20 dioptrías.

- Calcule la posición y tamaño de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.
- ¿Se podría recoger esta imagen en una pantalla? ¿Qué instrumento óptico constituye la lente convergente utilizada de esta forma?

Problema (2 puntos):

Delante de un espejo cóncavo de 1 m de radio y a una distancia de 0.75 m se coloca un objeto luminoso de tamaño 10 cm.

- determine la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo.
- Si desde la posición anterior el objeto se acerca 0.5 m hacia el espejo, calcule la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo en este caso.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Junio del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Explique donde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:

- Si la lente es convergente.
- Si la lente es divergente.

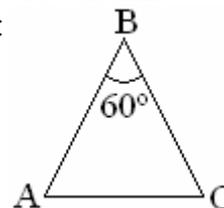
Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.

Problema (2 puntos):

Sobre un prisma de ángulo 60° como el de la figura, situado en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41.3° con la normal a la cara AB.

Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

- Calcule el índice de refracción del prisma.
- Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma.
- Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.



Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

Septiembre del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1.33) y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.

- ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
- ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?

Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.

Problema (2 puntos):

Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.

- ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?
- ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Modelo del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Determine el tipo de imagen y el aumento lateral que se obtiene al situar un objeto delante de una lente divergente en los siguientes casos:

- El objeto se sitúa a una distancia igual al doble de la distancia focal.
- El objeto se sitúa a una distancia la mitad de la distancia focal de la lente.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Junio del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 . Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1 . Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

- El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
- Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
- El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.
- Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

Problema (2 puntos):

Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

- La distancia focal imagen y la potencia de la lente.
- Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados.
- Las respectivas distancias imagen.
- Las construcciones geométricas correspondientes.

Septiembre del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Una lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Calcule la posición y aumento de la imagen que produce dicha lente para un objeto que se encuentra delante de ella a las siguientes distancias:

- 50 cm.
- 15 cm.

Realice el trazado de rayos en ambos casos.

Problema (2 puntos):

Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm.

- Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida? Efectúe la construcción geométrica de dicha imagen.
- Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determine la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo.

Modelo del 2008:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Puede un espejo cóncavo producir una imagen virtual, derecha y menor que el objeto?
- ¿Puede una lente convergente producir una imagen real, invertida y mayor que el objeto?

Justifique la respuesta en cada caso mediante un diagrama de rayos.

Problema (2 puntos):

Se construye un prisma óptico de ángulo A con un vidrio de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. Sabiendo que el rayo que incide perpendicularmente en la primera cara lateral del prisma tiene un ángulo de emergencia de 90° a través de la segunda cara lateral y que el prisma está inmerso en el aire, determine:

- El ángulo A del prisma.
- El valor del ángulo de desviación mínima.

Dibuje la marcha del rayo en ambos casos.

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Una lámina de vidrio (índice de refracción $n = 1,52$) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia 5×10^{14} Hz incide desde el agua en la lámina. Determine:

- Las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio.
- El ángulo de incidencia en la primera cara de la lámina a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.

Datos: Índice de refracción de agua $n_{\text{agua}} = 1,33$.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Problema (2 puntos):

Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.

- Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
- Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
- Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
- ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico?

Septiembre del 2008:

Cuestión (2 puntos):

Un microscopio consta de dos lentes convergentes (objetivo y ocular).

- Explique el papel que desempeña cada lente.
- Realice un diagrama de rayos que describe el funcionamiento del microscopio.

Chuletarios y ejercicios de física
2° de Bachillerato

Chuletario de física cuántica:

Radiación del cuerpo negro:

Se trata del fenómeno de radiación de los cuerpos calientes. Un cuerpo negro es aquel que absorbe toda la radiación incidente y emite una radiación característica.

Densidad de energía espectral o **ley de Planck** (función de distribución de la radiación):

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (\text{J}\cdot\text{s}/\text{m}^3)$$

Ley de Stefan-Boltzman (o emitancia monocromática total): $E^0(T) = \sigma T^4$ (W/m^2)

Ley del desplazamiento de Wien: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2.898 \cdot 10^{-3}$ ($\text{m}\cdot\text{K}$)

Ley de Rayleigh-Jeans: $\rho(\nu, T) = 8\pi kT / \lambda^4$ ($\text{J}\cdot\text{s}/\text{m}^3$)

Energía de un fotón: $E_\gamma = h\nu$ (J)

Efecto fotoeléctrico:

Consiste en la emisión de electrones desde la superficie de un sólido metálico cuando este es iluminado por radiación electromagnética.

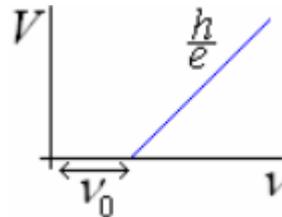
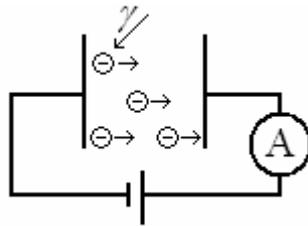
$$E_{c,\text{max}} = E_\gamma - W = h\nu - h\nu_0$$

Donde:

$W \equiv$ Energía necesaria para liberar un electrón o función de trabajo de extracción.

$E_c \equiv$ Energía cinética del electrón emitido.

$\nu_0 \equiv$ Frecuencia umbral.



Dualidad onda corpúsculo:

Cada partícula en movimiento lleva asociada una naturaleza ondulatoria.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Principio de incertidumbre de Heisenberg:

No es posible determinar, simultáneamente de un modo preciso, la posición y la cantidad de movimiento de una partícula.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

También con la energía y el tiempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Constantes físicas importantes de física cuántica y física estadística.

Constante de Boltzman: $k = 1.381 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Constante de Stefan-Boltzman: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/m^2 .

Constante de Planck: $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·S.

Ejercicios de física cuántica:

- 1º Determinar la longitud de onda de un fotón de energía igual a 600 eV. **Sol:** 20.7 Å.
- 2º Calcular la energía de un fotón de luz roja de 6000 Å de longitud de onda.
Sol: $3.31 \cdot 10^{-19}$ J.
- 3º Calcular la frecuencia y la longitud de onda de una onda electromagnética de energía 200 MeV. **Sol:** $4.83 \cdot 10^{22}$ Hz; $6.21 \cdot 10^{-15}$ m.
- 4º Las longitudes de onda de la luz visible se encuentran en el intervalo de 7500 Å para el rojo y 4000 Å para el violeta. Hallar el intervalo de energías de un fotón de luz de cada color. **Sol:** En el rojo la energía es $2.65 \cdot 10^{-19}$ J y el violeta es $4.97 \cdot 10^{-19}$ J.
- 5º Calcular:
a) La energía de un fotón de luz amarilla que tiene una longitud de onda de 5800 Å.
b) El periodo y frecuencia de una onda que tiene una longitud de onda de 4800 Å.
Sol: a) $3.43 \cdot 10^{-19}$ J; b) $1.6 \cdot 10^{-15}$ s y $6.25 \cdot 10^{14}$ Hz.
- 6º Cierta luz roja tiene una longitud de onda de 6500 Å. Determinar el periodo, la energía y la frecuencia de los fotones de la luz roja. **Sol:** $2.17 \cdot 10^{-15}$ s; $3.06 \cdot 10^{-19}$ J; $4.6 \cdot 10^{14}$ Hz.
- 7º Calcular:
a) La energía correspondiente a un fotón de 1.23 Å.
b) Hallar su cantidad de movimiento.
Sol: a) $1.655 \cdot 10^{-15}$ J; b) $5.5 \cdot 10^{-24}$ kg·m/s.
- 8º Un haz monocromático de luz roja posee una longitud de onda de 650 nm. Calcula:
a) La frecuencia.
b) La energía del fotón.
c) La cantidad de movimiento de ese fotón.
Sol: a) $4.6 \cdot 10^{14}$ Hz; b) $3.05 \cdot 10^{-19}$ J; c) $1.02 \cdot 10^{-27}$ kg·m/s.
- 9º Un láser de longitud de onda 650 nm tiene una potencia de 12 mW y un diámetro de haz de 0.82 mm. Calcula:
a) La intensidad del haz.
b) El número de fotones por segundo que viajan con el haz.
Sol: a) $2.3 \cdot 10^4$ W/m²; b) $3.9 \cdot 10^{16}$ fotones/s.
- 10º Un átomo de hidrógeno está excitado con una energía de -3.4 eV. Ocurre una transición hacia un estado con energía -13.6 eV y se emite un fotón. Calcular la frecuencia de la radiación emitida. **Sol:** $2.5 \cdot 10^{15}$ Hz.
- 11º Una fuente de luz monocromática emite radiación electromagnética con una longitud de onda de $4.8 \cdot 10^{-7}$ m y una potencia de 20 W. ¿Cuál es la energía de cada fotón? ¿Cuántos fotones por segundo emite esta fuente? **Sol:** $4.1 \cdot 10^{-19}$ J; $4.8 \cdot 10^{19}$ fotones.
- 12º En la oscuridad apenas podría verse una bombilla de 100 W a una distancia de 500 km. Si sólo un 5% de esa potencia se emplea en luz visible, estime el número de fotones que penetra por cada pupila (radio 0.3 cm) en esas condiciones. **Sol:** 100 fotones.

- 13° Una emisora de radio emite a 90.4 MHz, con una potencia de 45 kW. Calculen qué cantidad de movimiento tiene cada fotón emitido y cuantos fotones se emiten por segundo. **Sol:** 3.74 eV y $7.51 \cdot 10^{29}$ fotones/s.
- 14° Se tiene una onda electromagnética de frecuencia $2 \cdot 10^{16}$ Hz, que se desplaza en el vacío. Determine:
a) La energía de cada fotón.
b) Su longitud de onda.
c) La cantidad de movimiento que cede cada uno de sus fotones sobre un cuerpo negro.
Sol: a) 83 eV; b) $1.5 \cdot 10^{-8}$ m; c) $4.4 \cdot 10^{-26}$ kg·m/s.
- 15° Hallar el umbral de energía del sodio metálico sabiendo que la longitud de onda correspondiente a dicha energía vale 6800 Å. **Sol:** 1.83 eV
- 16° Hallar la longitud de onda asociada a los fotoelectrones emitidos por una superficie de cobre bajo la acción de la luz visible. El umbral de energía correspondiente vale 4.4 eV. **Sol:** 2820 Å.
- 17° Una radiación monocromática de longitud de onda 500 nm incide sobre una fotocélula de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2 eV. Calcula:
a) La frecuencia umbral y la longitud de onda umbral de la fotocélula.
b) La energía cinética de los electrones emitidos.
Dato: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. **Sol:** a) $4.8 \cdot 10^{14}$ Hz, $6.2 \cdot 10^{-7}$ m; b) 0.49 eV.
- 18° Un haz de luz monocromática de $6.5 \cdot 10^{14}$ Hz ilumina una superficie metálica que emite electrones con una energía cinética de $1.3 \cdot 10^{-19}$ J. ¿cuál es el trabajo de extracción del metal? ¿Cuál es su frecuencia umbral? **Sol:** $3 \cdot 10^{-19}$ J; $4.5 \cdot 10^{14}$ Hz.
- 19° Los fotoelectrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2.03 eV para una radiación incidente de 300 nm de longitud de onda. Halla la función de trabajo de la superficie y la longitud de onda umbral. **Sol:** $3.38 \cdot 10^{-19}$ J; 588 nm.
- 20° Si el trabajo de extracción de una superficie de potasio es igual a 2.2 eV, ¿se podría utilizar el potasio en células fotoeléctricas para funcionar con luz visible? En caso afirmativo, ¿Cuánto vale la velocidad máxima de salida de los fotoelectrones? Dato: frecuencia máxima de la luz visible $7.5 \cdot 10^{14}$ Hz. **Sol:** $5.7 \cdot 10^5$ m/s.
- 21° Al ser iluminado un metal con luz de frecuencia de $9 \cdot 10^{14}$ Hz emite electrones que pueden ser detenidos con un potencial de 0.6 V. Si, posteriormente, se utiliza luz de longitud de onda $2.38 \cdot 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser 2.1 V. Calculen la función trabajo del metal (trabajo de extracción) y la constante de Planck.
Datos: $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.
Sol: 3.15 eV y $6.66 \cdot 10^{-34}$ J·s (solución aproximada del valor real de la constante).
- 22° Calcular:
a) La longitud de onda asociada a un protón que se mueve a 30000 km/s.
b) Hallar la velocidad de un electrón de longitud de onda asociada 10 Å.
Datos: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg; b) $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg. **Sol:** a) $1.32 \cdot 10^{-14}$ m; b) $7.27 \cdot 10^5$ m/s.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

- 23º Una bala de 40 g tiene una velocidad de 1000 m/s. ¿Qué longitud de onda se le asocia?
Sol: $1.65 \cdot 10^{-35}$ m.
- 24º Calcular las longitudes de onda de de Broglie asociadas a un electrón y a un protón que se mueven con una velocidad de $7 \cdot 10^6$ m/s.
Datos: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.
Sol: $\lambda_p = 56.7$ fm y $\lambda_e = 0.104$ nm.
- 25º Calcular las longitudes de onda de las ondas materiales correspondientes a:
a) Un electrón de 100 eV de energía cinética.
b) Un balón de fútbol que se mueve a 25 m/s, si su masa es de 450 g.
Sol: a) $1.2 \cdot 10^{-10}$ m; b) $5.9 \cdot 10^{-35}$ m.
- 26º Calcular la longitud de onda asociada a un patinador de 80 kg que baja una pendiente con energía cinética de 16000 J. **Sol:** $4.14 \cdot 10^{-37}$ m.
- 27º Si la longitud de onda asociada a un protón es 10^{-13} m, hallar su velocidad.
Datos: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. **Sol:** $3.96 \cdot 10^6$ m/s.
- 28º Calcular la longitud de onda de un electrón que se ha puesto en movimiento mediante la aplicación de una diferencia de potencial de 1000 V.
Datos: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. **Sol:** $3.89 \cdot 10^{-11}$ m.
- 29º Un microscopio electrónico utiliza electrones acelerados a través de una diferencia de potencial de 40000 V. Determina su poder de resolución suponiendo que es igual a la longitud de onda de De Broglie de los electrones. **Sol:** $6.1 \cdot 10^{-12}$ m.
- 30º Un microscopio electrónico utiliza electrones de 50 keV. ¿Cuál es el poder de resolución del microscopio suponiendo que sea igual a la longitud de onda de los electrones? **Sol:** $5.5 \cdot 10^{-12}$ m.
- 31º Calcular:
a) La energía correspondiente a un fotón de longitud de onda $3 \cdot 10^{-7}$ m.
b) Si el fotón golpea a un electrón, ¿qué incertidumbre se introduce en el conocimiento del impulso del electrón?
Sol: a) $6.62 \cdot 10^{-19}$ J; b) $2.2 \cdot 10^{-27}$ kg·m/s.
- 32º Hallar la incertidumbre en la medida de la velocidad de una masa de 10 kg en movimiento si la incertidumbre en la medida de su posición es de 0.1 mm.
Sol: $6.62 \cdot 10^{-31}$ m/s.
- 33º Hallar la incertidumbre en la medida de la velocidad de un protón si la incertidumbre de la medida de su posición es del orden de su diámetro (10^{-15} m). **Sol:** $3.96 \cdot 10^8$ m/s.
- 34º Una partícula de masa 1 mg se mueve con velocidad de 20 m/s. Si la incertidumbre en su posición es de 10^{-7} m, ¿cuál es la mínima incertidumbre en su velocidad?
Sol: $1.1 \cdot 10^{-21}$ m/s.

Problemas y cuestiones de física cuántica de selectividad:

Modelo del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razone cual es menor si tienen:

- El mismo módulo de la velocidad.
- La misma energía cinética.

Suponga velocidades no relativistas.

Problema (2 puntos):

Un láser de longitud de onda $\lambda = 630$ nm tiene una potencia de 10 mW y un diámetro de haz de 1 mm. Calcule:

- La intensidad del haz.
- El número de fotones por segundo que viajan con el haz.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Junio del 2000:

Cuestión (2 puntos):

Enuncie el principio de Indeterminación de Heisenberg y comente su significado físico.

Problema (2 puntos):

Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0.54 W, penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es de 2.0 eV. Determine:

- El número de fotones por segundo que viajan con la radiación.
- La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio.
- La energía cinética de los electrones emitidos.
- La velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100V.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Septiembre del 2000:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Qué intervalo aproximado de energías (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible?
- ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrían los electrones en ese intervalo de energías?

Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Modelo del 2001:

Problema (2 puntos):

Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2.5 \cdot 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7.2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1.78 \cdot 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3.8 V. Determine:

- El valor de la constante de Planck.
- La función de trabajo (o trabajo de extracción) del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Junio del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío 450 nm incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico es de 612 nm.

Determine:

- La energía de extracción de los electrones del metal.
- La energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Septiembre del 2001:

Cuestión (2 puntos):

Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determine:

- La relación entre sus movimientos lineales.
- La relación entre sus velocidades.

Junio del 2002:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?
- ¿Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Masa del neutrón $m_n = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Septiembre del 2002:

Problema (2 puntos):

Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0.8 V.

- Determine la función de trabajo del metal.
- ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Modelo del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Una radiación de frecuencia f produce un efecto fotoeléctrico al incidir sobre una placa de metal.

- a) ¿Que condición tiene que cumplir la frecuencia para que produzca efecto fotoeléctrico? (1 punto)

Explicar qué ocurre:

- b) Si se aumenta la frecuencia de la radiación. (0.5 puntos)
c) Si se aumenta la intensidad de la radiación. (0.5 puntos)

Septiembre del 2003:

Cuestión (2 puntos):

A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

- a) ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie? ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociadas la misma longitud de onda de De Broglie?
b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas vienen dadas por 2 eV y 8 eV?

Problema (2 puntos):

Un metal tiene una frecuencia umbral de $4.5 \cdot 10^{14}$ Hz para el efecto fotoeléctrico.

- a) Si el metal se ilumina con una radiación de $4 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda ¿Cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos?
b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior ¿Cuál será la frecuencia de esta radiación?

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Modelo del 2004:

Cuestión (2 puntos):

En un átomo, un electrón pasa de un nivel de energía a otro de nivel inferior. Si la diferencia de energías es de $2 \cdot 10^{-15}$ J, determine la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Junio del 2004:

Cuestión (2 puntos):

Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique como se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si:

- a) Aumenta la intensidad del haz luminoso
b) Aumenta la frecuencia de la luz incidente
c) Disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal
d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?

Septiembre del 2004:

Cuestión (2 puntos):

El trabajo de extracción para el sodio es de 2.5 eV. Calcule:

- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m/s.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^7 m/s.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Modelos del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Una partícula α y un protón tiene la misma energía cinética. Considerando que la masa de la partícula α es cuatro veces la masa del protón:

- ¿Que relación existe entre los momentos lineales de estas partículas?
- ¿Que relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondiente a estas partículas?

Junio del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 eV. Calcule:

- El cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón.
- La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicho potencial.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg. Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Septiembre del 2005:

Cuestión (2 puntos):

Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine:

- La energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s.
- La longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.

Datos: Carga del protón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Modelo del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm, siendo el trabajo de extracción del metal de 2.46 eV. Calcule:

- La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal.
- La longitud de onda umbral para el metal.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Junio del 2006:

Cuestión (2 puntos):

Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:

- El momento lineal del protón sea 10^{-21} kg·m/s.
- La longitud de onda de de Broglie asociada al protón sea $5 \cdot 10^{-13}$ m.

Datos: Carga del protón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.
Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Modelo del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Un electrón de un átomo salta desde un nivel de energía de 5 eV a otro inferior de 3 eV, emitiéndose un fotón en el proceso. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida, si está se propaga en el agua.

Datos: Índice de refracción del agua $n_{\text{agua}} = 1.33$.

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Septiembre del 2007:

Problema (2 puntos):

Determine la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de:

- Un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 104 eV.
- Una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.

Datos: Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Modelo del 2008:

Cuestión (2 puntos):

En un experimento de efecto fotoeléctrico un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuya función de trabajo (o trabajo de extracción) es de 2,1 eV.

Analice la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- Los electrones arrancados pueden tener longitudes de onda de De Broglie menores que 10^{-9} m.
- La frecuencia umbral del metal es mayor que 1014 Hz.

Datos: Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Masa del electrón $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Junio del 2008:

Cuestión (2 puntos):

El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando se incide sobre ella con luz de longitud de onda de 200 nm es 1.48 V. Deduzca:

- La función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV.
- La longitud de onda umbral en nm para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

Datos: Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Septiembre del 2008:

Cuestión (2 puntos):

La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos.
- b) Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones.

Resumen de física nuclear

Defecto de masa:

Es la masa que se le supone a un núcleo, sumando la masa de todos sus nucleones y la masa real de dicho núcleo (M), que siempre es menor:

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - M$$

$Z \equiv$ Numero atómico.

$A \equiv$ Número másico.

Energía de ligadura:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Radiactividad:

Radiación alfa (α): Son núcleos de helio. Poco poder de penetración.

Radiación beta (β): Son electrones. Con poder de penetración.

Radiación gamma (γ): Fotones muy energéticos. Alto poder de penetración.

Desintegraciones nucleares:

Función de distribución de las desintegraciones nucleares:

$$dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

Actividad o velocidad de desintegración:

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

Periodo de semidesintegración $T_{1/2}$:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t} \rightarrow t = T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Vida media (se calcula promediando con la función de distribución) $\tau = \langle t \rangle$:

$$\tau = \langle t \rangle = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot dN}{\int_0^{\infty} dN} = \frac{\int_0^{\infty} t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt}{N_0} = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \lambda \left[\frac{t e^{-\lambda t}}{\lambda} \right]_0^{\infty} - \lambda \left[\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda}$$

Tipos de reacciones nucleares y de particulares:

Reacciones en cadena: se caracterizan por ser reacciones que se realimentan a si mismas. Son fundamentalmente de dos tipos:

- **Fisión nuclear:** Ocurre cuando una partícula rompe un núcleo pesado.
- **Fusión nuclear:** Ocurre cuando dos núcleos se fusionan para formar un solo núcleo de mayor peso atómico.

Desintegración: Ocurre cuando un núcleo o partícula inestable se descompone espontáneamente en otro núcleo o partícula emitiendo algún tipo de radiación en el proceso.

Fotodesintegración: Sucede de forma parecida a la desintegración espontánea solo que ésta vez el proceso viene inducido por un fotón gamma extremo. Esta reacción es endotérmica.

Captura de neutrones: Un núcleo captura un neutrón y como consecuencia libera un fotón y aumenta su número másico.

Captura de protones: Un núcleo captura un protón, aumentando su número másico y atómico.

Captura de electrones (neutronización): Un núcleo captura un electrón, como consecuencia baja su número atómico, mantiene igual el máximo y desprende un neutrino.

Transmutación: Un núcleo se convierte espontáneamente en otro con desprendimiento de un electrón.

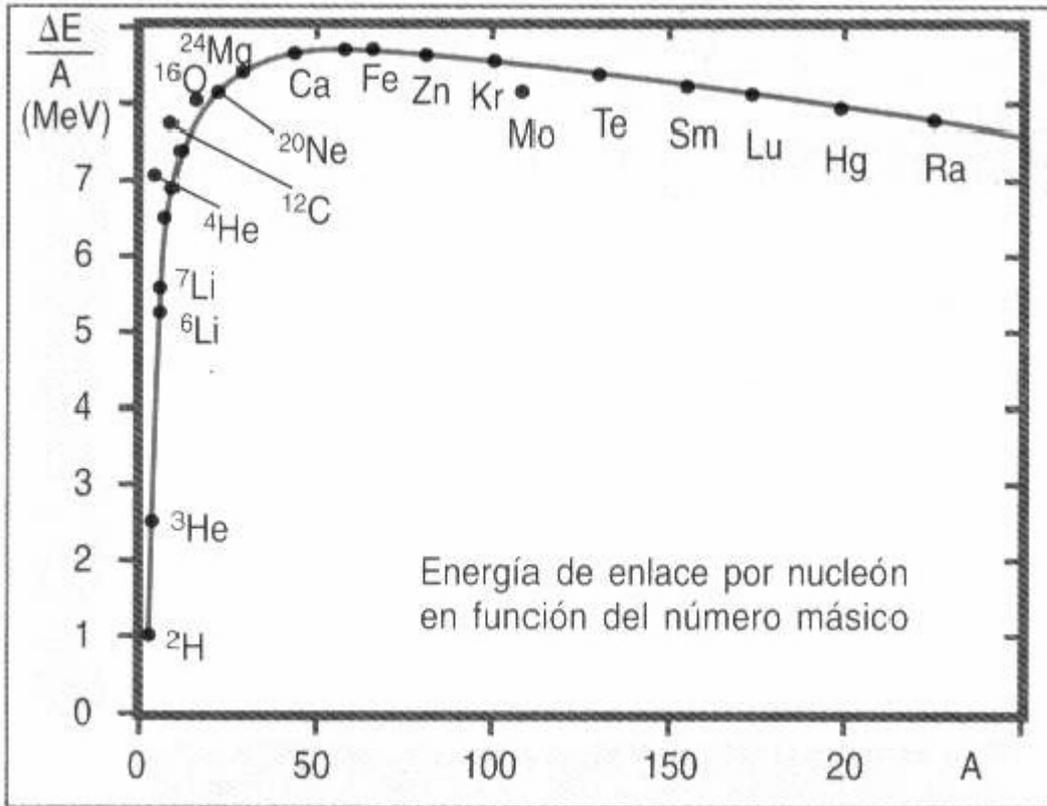
Creación de pares (partícula/antipartícula): Ocurre cuando un fotón suficientemente energético puede generar pares de partículas al interactuar con otro fotón u otra partícula.

Aniquilación de pares (partícula/antipartícula): Ocurre cuando una partícula se aniquila con su antipartícula generándose un fotón muy energético.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

Energía por nucleón:

Es la energía potencial nuclear contenida en cada nucleón de un átomo.



La función de la figura tiene un máximo, el **pico del hierro**. El hierro es el elemento nuclearmente más estable de todos porque tanto para fusionarlo como para fisiónarlo hay que invertir energía adicional.

Fuerzas de la naturaleza:

Nuclear fuerte: Es la fuerza más fuerte de la naturaleza y tiene, en principio, muy corto alcance, 1 fm. Es la responsable de las ligaduras nucleares. La partícula fundamental de interacción de la fuerza nuclear fuerte ocurre es el gluón.

Nuclear débil: Es la fuerza de menor alcance, 1 am distancia ésta menor que el núcleo, es, además, cien mil veces más débil que la nuclear fuerte. Sus partículas mediadoras de fuerza son los bosones W y Z. Es la responsable de la mayoría de los procesos radioactivos.

Electromagnética: Esta es una fuerza de largo alcance, en realidad alcance infinito. Además es una fuerza muy fuerte tan solo cien veces más débil que la nuclear fuerte. Actúa entre cargas eléctricas pudiendo ser repulsiva o atractiva según el signo de estas. La partícula mediadora de fuerza es el fotón. Es responsable de las ligaduras interatómicas así como de los propios electrones al átomo.

Gravitatoria: Débil y de largo alcance. Actúa sobre la masa y la energía. Siempre es atractiva. Totalmente despreciable en las reacciones nucleares ya que es 10^{38} veces más débil que la nuclear fuerte. Se cree, aunque no se ha probado aún, que podría tener un mediador de fuerza, el gravitón. Es la única fuerza que aun se explica mediante un modelo continuo en vez de uno cuantizado. Es la responsable de la atracción entre los objetos astronómicos.

Símbolos de algunas partículas y antipartículas:

Partículas	Antipartículas
γ Foton	γ Fotón (el mismo es su antipartícula)
e^- Electrón	e^+ Positrón
p Protón	\bar{p} Antiprotón
n Neutrón	\bar{n} Antineutrón
ν Neutrino	$\bar{\nu}$ Antineutrino

Ejercicios de física nuclear.

- 1° Deducir la relación entre $1 \text{ u} = 934 \text{ MeV}$.
- 2° Hallar la energía de ligadura del ^{12}C .
Datos: $m_n = 1.00899 \text{ u}$, $m_p = 1.00814 \text{ u}$, $^{12}\text{C} = 12.00384 \text{ u}$.
Sol: 92 MeV.
- 3° Hallar la energía de ligadura del ^{55}Mn .
Datos: $^{55}\text{Mn} = 54.956 \text{ u}$; $m_n = 1.00899 \text{ u}$, $m_p = 1.00814 \text{ u}$.
Sol: 481 MeV.
- 4° Establecer el balance energético en la reacción del $^7_3\text{Li} + p \rightarrow n + ^7_4\text{Be}$.
Datos: $m_n = 1.00899 \text{ u}$, $m_p = 1.00814 \text{ u}$, $^7_3\text{Li} = 7.01822 \text{ u}$, $^7_4\text{Be} = 7.01916 \text{ u}$.
Sol: 1.67 MeV.
- 5° Hallar la energía liberada en las siguientes reacciones:
a) $p + ^7_3\text{Li} \rightarrow 2^4_2\text{He}$
b) $^3_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + n$
Datos: $m_n = 1.00899 \text{ u}$; $^2_1\text{H} = 2.01474 \text{ u}$; $^3_1\text{H} = 3.01700 \text{ u}$; $^4_2\text{He} = 4.00388 \text{ u}$;
 $^7_3\text{Li} = 7.01822 \text{ u}$.
Sol: a) 17.3 MeV; b) 17.6 MeV.
- 6° Un electrón y un positrón se aniquilan mutuamente y se produce un rayo gamma.
¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda de la radiación obtenida?
Datos: masa del electrón = $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.
Sol: $2.5 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$; $1.21 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.
- 7° Durante el proceso de fisión de un núcleo de $^{235}_{92}\text{U}$ por un neutrón se liberan 198 MeV.
Calcula la energía liberada al fisionarse 1 kg de uranio. **Sol:** $8.1 \cdot 10^{10} \text{ kJ}$.
- 8° La energía desprendida en la fisión de un núcleo de uranio-235 es aproximadamente de 200 MeV. ¿Cuántos kilogramos de carbón habría que quemar para obtener la misma cantidad de energía que la desprendida por fisión de 1 kg de uranio-235?
Dato: El calor de combustión del carbón es de unas 7000 kcal/kg.
Sol: 2.8310^5 kg .
- 9° En la fisión de un núcleo de uranio-235 se liberan aproximadamente 200 MeV de energía. ¿Qué cantidad de uranio-235 se consumen en un año en un reactor nuclear de 1000 MW de potencia? **Sol:** 385 kg.
- 10° Determina la energía de enlace por nucleón del $^{56}_{26}\text{Fe}$ y del $^{39}_{19}\text{K}$ si las masas de sus núcleos son 55.934939 u y 38.964001 u, respectivamente.
Datos: $m_n = 1.007276 \text{ u}$, $m_p = 1.008665 \text{ u}$.
Sol: 8.5 MeV/nucleón y 8.3 MeV/nucleon.

Chuletarios y ejercicios de física
2º de Bachillerato

11º Cuando un núcleo de $^{226}_{88}\text{Ra}$ emite una partícula alfa se convierte en un núcleo de radón (Rn).

- Escribe la ecuación del proceso nuclear correspondiente.
- Suponiendo que toda la energía generada en el proceso se transfiere a la partícula alfa, calcula su energía cinética y su velocidad.

Datos: $m_{\text{Ra}} = 226.025406 \text{ u}$; $m_{\text{Rn}} = 222.017574 \text{ u}$; $m_{\alpha} = 4.002603 \text{ u}$.

Sol: a) $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$; b) $7.8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$; $1.5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

12º Completar las siguientes reacciones nucleares:

- | | |
|--|---|
| a) $^{14}_7\text{N} + \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow ^{17}_8\text{O} + p$ | i) $^9_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + \underline{\hspace{1cm}}$ |
| b) $^{27}_{13}\text{Al} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{30}_{15}\text{P} + \underline{\hspace{1cm}}$ | j) $^{23}_{11}\text{Na} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{26}_{12}\text{Mg} + \underline{\hspace{1cm}}$ |
| c) $^{27}_{13}\text{Al} + n \rightarrow \text{Mg} + p$ | k) $^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow e^+ + \underline{\hspace{1cm}}$ |
| d) $\text{O} + n \rightarrow ^{13}_6\text{C} + ^4_2\text{He}$ | l) $^{106}_{47}\text{Ag} \rightarrow ^{106}_{48}\text{Cd} + \underline{\hspace{1cm}}$ |
| e) $^9_4\text{Be} + \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow ^6_3\text{Li} + ^4_2\text{He}$ | m) $^{58}_{28}\text{Ni} + p \rightarrow \underline{\hspace{1cm}} + n$ |
| f) $^7_3\text{Li} + p \rightarrow ^8_4\text{Be} + \underline{\hspace{1cm}}$ | n) $^{59}_{27}\text{Co} + n \rightarrow ^{60}_{27}\text{Co} + \underline{\hspace{1cm}}$ |
| g) $^{30}_{15}\text{P} \rightarrow ^{30}_{14}\text{Si} + \underline{\hspace{1cm}}$ | ñ) $^{39}_{19}\text{K} + \alpha \rightarrow \underline{\hspace{1cm}} + p$ |
| h) $^3_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He} + \underline{\hspace{1cm}}$ | o) $^{10}_5\text{B} + \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^8_4\text{Be}$ |

Sol:

- | | |
|---|---|
| a) $^{14}_7\text{N} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{17}_8\text{O} + p$ | i) $^9_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + n$ |
| b) $^{27}_{13}\text{Al} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{30}_{15}\text{P} + n$ | j) $^{23}_{11}\text{Na} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{26}_{12}\text{Mg} + p$ |
| c) $^{27}_{13}\text{Al} + n \rightarrow ^{27}_{12}\text{Mg} + p$ | k) $^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow e^+ + ^{64}_{28}\text{Ni}$ |
| d) $^{16}_8\text{O} + n \rightarrow ^{13}_6\text{C} + ^4_2\text{He}$ | l) $^{106}_{47}\text{Ag} \rightarrow ^{106}_{48}\text{Cd} + e^-$ |
| e) $^9_4\text{Be} + p \rightarrow ^6_3\text{Li} + ^4_2\text{He}$ | m) $^{58}_{28}\text{Ni} + p \rightarrow ^{58}_{29}\text{Cu} + n$ |
| f) $^7_3\text{Li} + p \rightarrow ^8_4\text{Be} + \gamma$ | n) $^{59}_{27}\text{Co} + n \rightarrow ^{60}_{27}\text{Co} + \gamma$ |
| g) $^{30}_{15}\text{P} \rightarrow ^{30}_{14}\text{Si} + e^+$ | ñ) $^{39}_{19}\text{K} + \alpha \rightarrow ^{42}_{20}\text{Ca} + p$ |
| h) $^3_1\text{H} \rightarrow ^3_2\text{He} + e^-$ | o) $^{10}_5\text{B} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^8_4\text{Be}$ |

13º El $^{212}_{83}\text{Bi}$ tiene un periodo de semidesintegración de 60.5 minutos. ¿Cuántos átomos se desintegran por segundo en 50 g de bismuto-212? **Sol:** $2.7 \cdot 10^{19}$ átomos/s.

14º El radón-222 se desintegra con un periodo de 3.9 días. Si inicialmente se dispone de 20 μg , ¿cuánto quedará al cabo de 7.6 días? **Sol:** 5.2 μg .

15º Tenemos $6.02 \cdot 10^{23}$ átomos del isótopo radiactivo cromo-51, con un periodo de semidesintegración de 27 días. ¿Cuántos átomos quedarán al cabo de seis meses? **Sol:** $5.9 \cdot 10^{21}$ átomos.

16º Algunos relojes llevan ^{226}Ra para que los números o las agujas se puedan ver en la oscuridad. Supongamos que uno de dichos relojes lleva $1 \cdot 10^{-6}$ g de este elemento que tiene un periodo de semidesintegración de 1600 años. ¿Qué cantidad de radio desaparecerá al cabo de un año? ¿Tendrás que cambiar el reloj debido a que se agote el radio? **Sol:** $9.99 \cdot 10^{-7}$ g; no.

- 17°** Un gramo de radio tiene una actividad de $3.7 \cdot 10^{10}$ Bq. Si la masa atómica del radio es de 226 u. Calcular:
- La constante de desintegración del radio.
 - La vida media de los átomos de radio.
- Sol:** a) $1.39 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$; b) $7.19 \cdot 10^{10} \text{ s}$.
- 18°** Se ha medido la actividad de una muestra de madera prehistórica observándose que se desintegran 90 átomos/hora, cuando en una muestra actual de la misma naturaleza, la tasa de desintegración es de 700 átomos/hora. Calcula el tiempo transcurrido desde que se cortó la madera sabiendo que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5590 años. **Sol:** 16542 años.
- 19°** Disponemos de 100 g de ^{60}Co , cuya constante de desintegración es $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Calcular:
- El tiempo que debe transcurrir para que la cantidad de ^{60}Co se reduzca en 25 g.
 - Determinar la actividad de la muestra.
- Dato: $m_{\text{Co}} = 59.93 \text{ u}$. **Sol:** a) $6.9 \cdot 10^5 \text{ s}$; b) $2 \cdot 10^{18} \text{ Bq}$.
- 20°** Se preparan 250 g de una sustancia radiactiva y al cabo de 24 horas se ha desintegrado el 15 % de la masa original. Se pide:
- La constante de desintegración de la sustancia.
 - El periodo de semidesintegración de la sustancia así como su vida media.
 - La masa que quedará sin desintegración al cabo de 10 días.
- Sol:** a) $6.77 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$; b) 147.7 h, c) 49 g.
- 21°** Una muestra de agua de río contiene $8 \cdot 10^{-18}$ átomos de tritio por átomo de hidrógeno ordinario. El tritio se desintegra radiactivamente con un periodo de 12.5 años. Calcular la relación de los átomos de tritio a los de hidrógeno normal 50 años después de haber examinado la muestra original, sabiendo que ésta se conservó en un lugar donde no se podían formar nuevos átomos de tritio. **Sol:** $5 \cdot 10^{-19}$.
- 22°** Se tiene un mol de un isótopo radiactivo cuyo periodo de semidesintegración es de 100 días. Conteste a las siguientes preguntas:
- ¿Al cabo de cuanto tiempo quedará solo el 10 % del material inicial?
 - ¿Qué velocidad de desintegración o actividad tiene la muestra en ese momento?
- Sol:** a) 333.7 días; b) $4.8 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$.
- 23°** Para determinar el volumen total de sangre de un enfermo, se le inyecta una pequeña cantidad de una disolución que contiene ^{24}Na , cuya actividad es de 1500 Bq. Cinco horas después se toma una muestra de sangre y su actividad es de 0.2 Bq para 1 cm^3 de muestra. Hallar el volumen de sangre del enfermo. El periodo de semidesintegración del ^{24}Na es de 15 horas. **Sol:** 5.953 L.
- 24°** Calcular la vida media de un átomo de uranio si su periodo de semidesintegración es de 4500 millones de años. **Sol:** $6.5 \cdot 10^9$ años.
- 25°** Una cierta cantidad de sustancia radiactiva se reduce a la cuarta parte al cabo de 10 días. Deducir el periodo de semidesintegración. **Sol:** 5 días.

Problemas y cuestiones de física nuclear de selectividad:

Modelo del 2001:

Cuestión (2 puntos):

¿Cuáles son los tipos de radiaciones más comunes que se producen en una desintegración radiactiva? explique la naturaleza de cada una de dichas radiaciones.

Modelo del 2002:

Cuestión (2 puntos):

- ¿Cómo se define la actividad de una muestra radiactiva? ¿Cuál es su unidad en el Sistema Internacional?
- El curio es la unidad de actividad definida como la actividad de una muestra de un gramo de radio. ¿Cuál es la relación entre esta unidad y la del Sistema Internacional?

Datos: La masa atómica del radio es 226 u. Número de Avogadro $6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de desintegración del radio $1.4 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

Septiembre del 2002:

Cuestión (2 puntos):

El isótopo ^{234}U tiene un periodo de semidesintegración (semivida) de 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 gramos de dicho isótopo, determine:

- La constante de desintegración radiactiva.
- La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años.

Junio del 2003:

Cuestión (2 puntos):

Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $5 \cdot 10^{18}$ átomos de un isótopo de Ra, cuyo periodo de semidesintegración (semivida) τ es de 3.64 días.

Calcule:

- La constante de desintegración radiactiva del Ra y la radiactividad inicial de la muestra.
- El número de átomos en la muestra al cabo de 30 días.

Septiembre del 2006:

Cuestión (2 puntos):

La ley de desintegración de desintegración de una sustancia radiactiva es la siguiente:

$$N = N_0 e^{-0.003t}$$

donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t .

Sabiendo que t está expresado en días, determine:

- El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia $T_{1/2}$.
- La fracción de núcleos radiactivos sin desintegrar en el instante $t = 5T_{1/2}$.

Modelo del 2007:

Problema (2 puntos):

Una muestra contiene inicialmente 10^{20} átomos, de los cuales un 20% corresponden a un material radiactivo con un periodo de semidesintegración (o semivida) de 13 años.

Calcule:

- La constante de desintegración del material radiactivo.
- El número de átomos radiactivos iniciales y la actividad inicial de la muestra.
- El número de átomos radiactivos al cabo de 50 años.
- La actividad de la muestra al cabo de 50 años.

Junio del 2007:

Cuestión (2 puntos):

Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85.2 Bq.

- Calcule el período de semidesintegración de la muestra.
- ¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?

Dato: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

Modelo del 2008:

Problema (2 puntos):

El deuterio es un isótopo del hidrógeno de masa atómica igual a 2,0136 u. Su núcleo está formado por un protón y un neutrón.

- Indique el número atómico (Z) y el número másico (A) del deuterio.
- Calcule el defecto de masa del núcleo de deuterio.
- Calcule la energía media de enlace (expresada en MeV) por nucleón del deuterio.
- Si un ión de deuterio es acelerado mediante un campo eléctrico, partiendo del reposo, entre dos puntos con una diferencia de potencial de 2000 V, calcule su longitud de onda de De Broglie asociada.

Datos: Masa del protón $m_p = 1.0073$ u; Masa del neutrón $m_n = 1.0087$ u.

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

Unidad de masa atómica $u = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg

Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Septiembre del 2008:

Problema (2 puntos):

En una muestra de azúcar hay $2.1 \cdot 10^{24}$ átomos de carbono. De éstos, uno de cada 10^{12} átomos corresponden al isótopo radiactivo C^{14} . Como consecuencia de la presencia de dicho isótopo la actividad de la muestra de azúcar es de 8.1 Bq.

- Calcule el número de átomos radiactivos iniciales de la muestra y la constante de desintegración radiactiva (λ) del C^{14} .
- ¿Cuántos años han de pasar para que la actividad sea inferior a 0,01 Bq?

Nota: 1 Bq = 1 desintegración/segundo