Nombre:		2º Bachillerato B

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) No pueden utilizar calculadora programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos c) Los problemas (1) y (2) se calificará con hasta 4 puntos, mientras que el (3) con hasta 2 puntos. d) Para obtener la máxima puntuación debe realizar un esquema del problema y explicar los pasos que se dan.

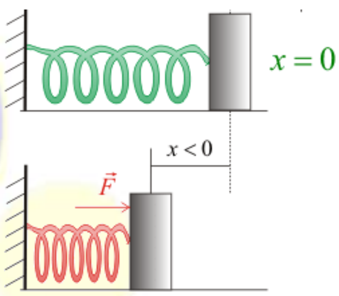
(1) *Un cuerpo de 10 kg se lanza con una velocidad de 30 $m \cdot s^{-1}$ por una superficie horizontal lisa hacia el extremo libre de un resorte horizontal de masa despreciable y de constante elástica 200 N/m, fijo por el otro extremo, después del impacto el cuerpo queda "enganchado" al resorte realizando un MAS.*

a) Analice las variaciones de energía que tienen lugar a partir de un instante anterior al impacto con el resorte y calcule la máxima compresión del resorte. (Ayúdate de dibujos).

b) Escriba la ecuación del movimiento, siendo el origen de tiempos el momento del impacto y calcule su frecuencia y periodo.

c) Discuta en términos energéticos las modificaciones relativas al apartado a) si la superficie horizontal tuviera rozamiento.

a) Justo antes del choque con el muelle, el cuerpo se acerca con una velocidad de 30 m/s, y por tanto con una energía cinética $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 30^2 = 4500\ J$, una vez realizado el choque con el muelle, como la masa de éste es despreciable, debido al principio de conservación del momento lineal, $\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{Después} \quad \Rightarrow \quad m \cdot v = (m + m') \cdot v' \quad \Rightarrow \quad v = v'$ la velocidad antes del choque es la misma que la velocidad después y por tanto la energía cinética también lo es y el muelle empieza a comprimirse, y por tanto la energía cinética inicial del cuerpo empieza a transformarse en energía potencial elástica, hasta el punto de compresión máxima del muelle en el que la energía potencial es máxima y la cinética es nula.



Como la energía cinética se convierte en potencial elástica, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \\ E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \end{array}\right\} \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \quad \Rightarrow \quad m \cdot v^2 = k \cdot x^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x = \pm \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v = \pm \sqrt{\frac{10}{200}} \cdot 30 = \pm 6{,}7 m$$

Donde x es la máxima compresión-estiramiento que sufre el muelle.

Después, cuando el muelle empieza a estirarse, la energía potencial elástica se transforma en cinética y cuando pasa por el punto de equilibrio (origen) toda la potencial elástica se habrá convertido en cinética, y por tanto en ese punto la cinética es máxima y la potencial nula. A partir de este punto, el muelle sigue estirándose y la cinética empieza a convertirse otra vez en potencial elástica hasta el punto de estiramiento máximo, en el que ocurre que la cinética es nula y la potencial elástica máxima. Después de esto, el muelle vuelve a comprimirse y la potencial elástica se transforma en cinética hasta que pasamos por el punto de equilibrio en el que otra vez la cinética es máxima y la potencial nula, así sucesivamente.

b) La ecuación de este movimiento es la de un movimiento armónico simple y atiende a: $x = A \cdot Sen(\omega t + \varphi_o)$, donde A es la compresión máxima del muelle calculada con anterioridad A=6,7m, y la pulsación la calculamos mediante: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{10}} = 2\sqrt{5}\ rad \cdot s^{-1}$, con todo esto la ecuación queda: $x = 6{,}7 \cdot Sen(2\sqrt{5} t + \varphi_o)$ y solo nos faltaría calcular el desfase inicial, para el que utilizamos que en el instante inicial la posición es x=0, por tanto si en t=0 $0 = 6{,}7 \cdot Sen(\varphi_o) \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$.

Así que con todo esto, la ecuación del movimiento es:

$$x = 6,7 \cdot Sen\left(2\sqrt{5}t\right) \text{ m}$$

Para calcular el periodo, conocida la pulsación, $\omega = 2\sqrt{5}\ rad \cdot s^{-1}$ lo despejamos de $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y obtenemos:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\sqrt{5}} = \frac{\pi\sqrt{5}}{5} = 1,4s$$

Y como la frecuencia es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = 0,71\ Hz$$

c) Si la superficie tiene rozamiento, la energía cinética irá disminuyendo con el tiempo puesto que la velocidad irá disminuyendo a razón $v = 30 - \mu \cdot g \cdot t$, debido a una aceleración $a = -\mu \cdot g$.

Por tanto, antes del choque con el muelle la energía cinética será menor que en el caso que no haya rozamiento, y debido a esto el muelle se comprimirá menos, el cuerpo tendría un movimiento de vaivén en el que cada vez pierde más energía hasta que acaba parándose.

(2) *De cierta onda se sabe que tiene una amplitud máxima de 8 m, que se desplaza de izquierda a derecha con una velocidad de 3 m/s, y que la mínima distancia entre dos puntos que vibran en fase es de 10 m.*

a) Escribe su ecuación.
b) Escribe la ecuación de otra onda idéntica pero desplazándose en sentido contrario.
c) Escribe la ecuación de la onda resultante de la interferencia que se produce entre las dos ondas anteriores e indica sus características.
d) Calcula las posiciones de los nodos y los vientres de esta onda resultante.

Haced un dibujo en donde se vean los resultados obtenidos.

a) La ecuación de este movimiento atiende a: $y = A \cdot sen(\omega t - kx)$, puesto que se desplaza de izquierda a derecha. Si la amplitud máxima es 8m, tenemos que A=8, si su velocidad de propagación es de 3 m·s^{-1}, como $v = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v}$, necesitamos λ, como nos dicen que la mínima distancia entre dos puntos en fase es 10 metros, en realidad nos están dando la longitud de onda, así que $\lambda = 10m$, $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{10m}{3m \cdot s^{-1}} = \frac{10}{3}s$. Conocido el periodo como $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{10}{3}} = \frac{6\pi}{10} = \frac{3\pi}{5} rad \cdot s^{-1}$. Y el número de ondas lo calculamos mediante: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{5}m^{-1}$, así que con todo esto, la ecuación de la onda queda de la forma:

$$y = 8 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{5}t - \frac{\pi}{5}x\right) \text{m.}$$

b) La ecuación de otra onda que se desplaza en sentido contrario es igual que la anterior, pero cambiando el signo de –kx por el de + kx, así que esta onda será:

$$y = 8 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{5}t + \frac{\pi}{5}x\right)$$

c) Si sumamos estas dos ondas, obtenemos una interferencia, y nos da lugar a una onda estacionaria.

Una **onda estacionaria** se forma por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Hay puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.

Una onda estacionaria se puede formar por la suma de una onda y su onda reflejada sobre un mismo eje.

En un punto cualquiera, la onda resultante es la suma de ambas ondas

$$y_1 = 8 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{5}t - \frac{\pi}{5}x\right) \quad y_2 = 8 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{5}t + \frac{\pi}{5}x\right)$$

La perturbación resultante en dicho punto será:

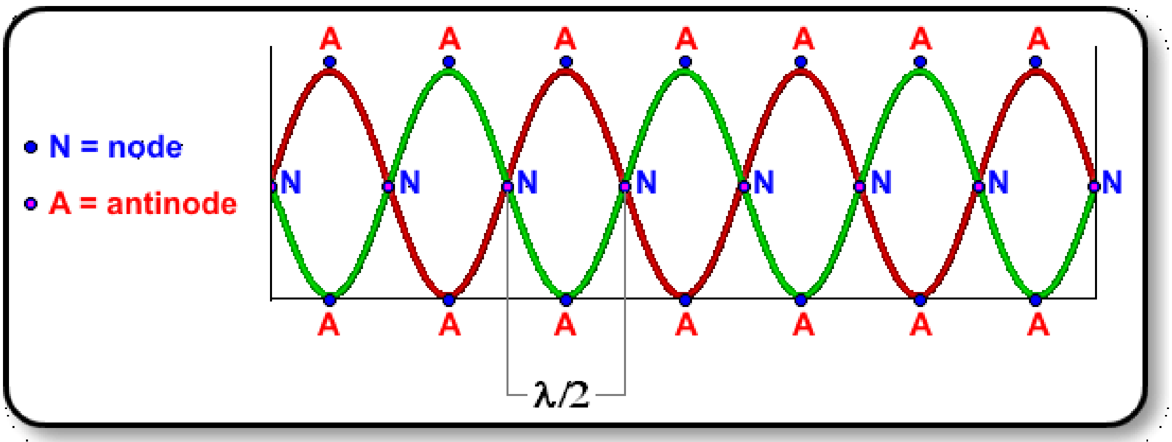
$$Y = y_1 + y_2 = 8\left[sen\left(\frac{3\pi}{5}t - \frac{\pi}{5}x\right) + sen\left(\frac{3\pi}{5}t + \frac{\pi}{5}x\right)\right] = 16\cos\left(\frac{\pi}{5}x\right) \cdot sen\left(\frac{3\pi}{5}t\right)$$

d) La posición de los nodos, puntos de amplitud nula, se encuentran donde la amplitud de esta onda $A_r = 16\cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)$ es nula, por tanto: $0 = \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right) \Rightarrow \frac{\pi}{5}x = (2n-1)\frac{\pi}{2}$, despejando x, obtenemos:

Los nodos se encuentran en $x = (2n-1)\frac{5}{2} = \begin{cases} n = 1 \Rightarrow x = 2{,}5 \\ n = 2 \Rightarrow x = 7{,}5 \\ n = 3 \Rightarrow x = 12{,}5 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ n = n \Rightarrow x = (2n-1) \cdot 2{,}5 \end{cases}$ metros, donde n=1,2,3,4….

La posición de los vientres o antinodos, puntos de amplitud máxima, se encuentran donde la amplitud de esta onda $A_r = 16\cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)$ es máxima, por tanto: $1 = \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right) \Rightarrow \frac{\pi}{5}x = k\pi$, despejando x, obtenemos:

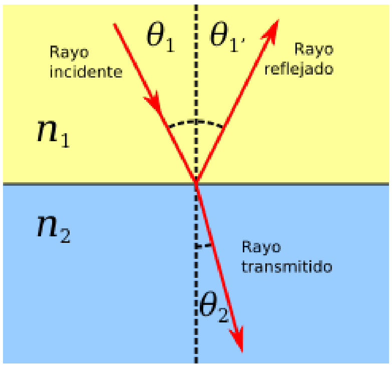
Los Vientres se encuentran en $x = 5k = \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = 5 \\ k = 2 \Rightarrow x = 10 \\ k = 3 \Rightarrow x = 15 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ k = k \Rightarrow x = 5k \end{cases}$ metros, donde k=0,1,2,3,4….



***(3)** Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque formando un ángulo de 20º con la normal que separa ambos medios.*

a) ¿Qué ángulo formarán entre sí los rayos reflejado y refractado?
b) Variando el ángulo de incidencia, ¿podría producirse el fenómeno de reflexión total? Razone la respuesta.

Datos: $n_{aire} = 1$; $n_{agua} = 1,33$



a) Sabemos que cuando un rayo cambia de un medio a otro, una parte del rayo se refracta pasando al segundo medio y otra parte se refleja quedándose en el mismo medio y formando un ángulo con la normal igual que el ángulo de incidencia.

Para calcular el ángulo de refracción, se aplica la Ley de Snell, que dice que el producto del índice de refracción por el seno del ángulo de incidencia es constante para cualquier rayo de luz incidiendo sobre la superficie que separa de dos medios.

$$n_{aire} sen\theta_1 = n_{agua} sen\theta_2$$

Como el ángulo incidente es de 20 °, calculamos el ángulo de refracción despejando de la ecuación anterior:

$$sen\theta_2 = \frac{n_{aire} sen\theta_1}{n_{agua}} = \frac{1 \cdot sen20}{1,33} = 0,257$$

De donde el ángulo de refracción es:

$$\theta_2 = Arcsen(0,257) = 14,9°$$

Por tanto el ángulo entre ambos rayos será: 180+20-14,9=185,1° o también 174,9°. Como el ángulo es el menor de ambos, el ángulo que forman es 174,9°.

b) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, θ_L (ángulo límite). Para ángulos mayores de éste ángulo límite, la luz deja de atravesar la superficie que separa ambos medios y es reflejada totalmente. La reflexión total solamente ocurre en rayos que viajando en un medio de alto índice refractivo van hacia medios de menor índice de refracción.

Para que se produzca el fenómeno de reflexión total, tiene que ocurrir que el ángulo de refracción ha de ser como mínimo 90°,

$$n_{aire} sen\theta_1 = n_{agua} sen90 = n_{agua}$$

$$1 \cdot sen\theta_L = 1,33 \quad \Rightarrow \quad sen\theta_L = 1,33$$

Cosa que es imposible, puesto que sabemos que el seno de un ángulo está comprendido entre -1 y 1.

No se produce reflexión total porque el índice de refracción del primer medio es menor que el del segundo, justo lo contrario que debe ocurrir para que se produzca reflexión total.

Nombre:		2º Bachillerato B

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) No pueden utilizar calculadora programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos c) Los problemas (1) y (3) se calificarán con hasta 4 puntos (q punto por apartado), mientras que el (2) con hasta 2 puntos (1 punto por apartado) d) Para obtener la máxima puntuación debe realizar un esquema del problema y explicar los pasos que se dan.

1.- Sobre una superficie horizontal se dispone un cuerpo de 0,5 kg, unido a uno de los extremos de un muelle que está fijo por el otro. Cuando se tira del cuerpo hasta alargar el muelle 10 cm y se suelta, comienza a oscilar con un período de 2 s.

a) Haga un análisis energético del problema.

b) Calcule los valores de las energías cinética y potencial en los puntos extremos de la oscilación y en el punto de equilibrio.

c) Represente la posición del cuerpo en función del tiempo.

d) ¿Cómo cambiaría dicha representación si la masa del cuerpo fuera de 2 kg?

a) Durante una oscilación, y despreciando el rozamiento, la partícula sólo está sometida a dos fuerzas conservativas, el peso y la fuerza elástica. Por consiguiente, la energía mecánica del sistema se mantendrá constante. Las energías presentes (cinética y potencial elástica) varían de la siguiente forma durante una oscilación completa:

$$E_c = \frac{1}{2} m v_x^2 \qquad E_{p_e} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

En el punto más a la derecha de la oscilación, la energía potencial es máxima, ya que el muelle sufre su máximo estiramiento. En este punto la velocidad de la partícula es nula, por lo que la energía cinética también lo será. Al desplazarse hacia la izquierda, disminuye la energía potencial, al tiempo que aumenta la energía cinética, hasta pasar por la posición de equilibrio, donde la E_c es máxima y la E_p elástica es nula (estiramiento cero).

A partir de este momento, con la compresión del muelle, vuelve a aumentar la energía potencial elástica, a costa de la disminución de la cinética, que llega a anularse en el punto de máxima compresión (el más a la izquierda de la trayectoria), siendo otra vez máxima la energía potencial elástica.

A partir de aquí, el proceso se repite a la inversa. Durante el estiramiento del muelle disminuye la energía elástica almacenada, transformándose en energía cinética. Al pasar por la posición de equilibrio, nuevamente la E_c es máxima y la potencial elástica se anula. Finalmente, al seguir estirándose el muelle, la E_c disminuye hasta anularse en el punto más a la derecha, al tiempo que la energía elástica vuelve a aumentar hasta su valor máximo.

b) Sabemos que en un movimiento de este tipo, la energía mecánica, suma de la potencial y cinética vale:

$$E_M = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_o) + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 sen^2(\omega t + \varphi_o) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \left(\cos^2(\omega t + \varphi_o) + sen^2(\omega t + \varphi_o)\right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Por tanto:

$$E_M = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} 0{,}5 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}01 = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \pi^2 J = 2{,}47 \cdot 10^{-2} J$$

En donde la frecuencia angular la hemos obtenido:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \ rad \cdot s^{-1}$$

Así que en el punto de equilibrio, la energía potencial es cero y la energía cinética es máxima y vale $2{,}47\cdot10^{-2}$ julios, y en los puntos de estiramiento y compresión máxima, la energía cinética es nula mientras que la potencial elástica es máxima y vale $2{,}47\cdot10^{-2}$ julios.

c) Como nos pide que representemos la posición del cuerpo en función del tiempo, necesitamos antes la ecuación del movimiento.
Sabemos que un MAS atiende a: $X = A\cdot sen(\omega t + \varphi_o)$, por tanto sustituyendo los datos que ya tenemos nos queda:

$$X = 0{,}1\cdot sen(\pi t + \varphi_o)$$

Como dice que en el instante inicial la partícula se encuentra en A, tenemos que para que esto ocurra el seno ha de valer la unidad:

$$sen(\pi t + \varphi_o) = 1 \quad \Rightarrow \quad (\pi t + \varphi_o) = \frac{\pi}{2}$$

Y por tanto en t=0, nos queda que: $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$, y de esta forma la ecuación del movimiento armónico simple es:

$$X = 0{,}1\cdot sen\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

f(x)=0.1*sin(1.57(2x+1))

Operando un poco tenemos:

$$X = 0{,}1\cdot sen\left[\frac{\pi}{2}(2t+1)\right]$$

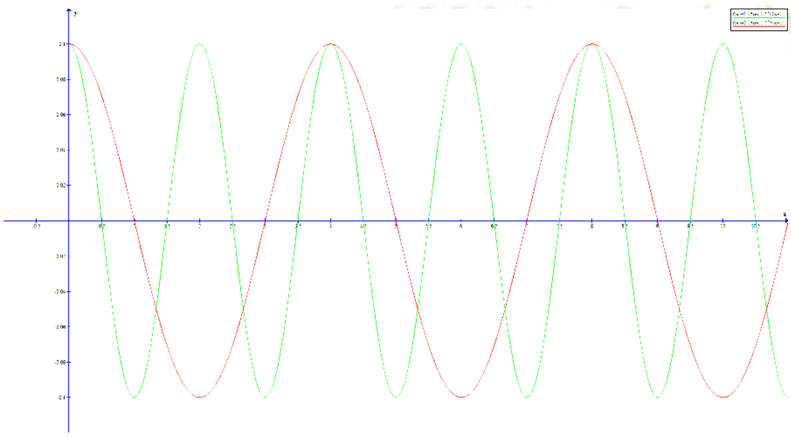
Y su gráfica será la que tenemos a la derecha:

d) El este último apartado, nos preguntan como sería esta gráfica si la masa del cuerpo fuera de 2 kg.
Pues bien, la constante del muelle no varía porque ésta es una medida de la rigidez del muelle y depende del material del que está hecho y de su tamaño.
Asi que como el muelle es el mismo, la K no varía. Pero como la constante K la calculamos con $k = m\cdot\omega^2$, si m se ha multiplicado por 4,

$$\left.\begin{array}{l} k = m\cdot\omega^2 \\ k = 4m\cdot\omega'^2 \end{array}\right\} \omega^2 = 4\omega'^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{\omega}{2}$$

Vemos que la pulsación se ha reducido a la mitad y por tanto el periodo se ha multiplicado por dos.

La ecuación del movimiento sería ahora: $X = 0{,}1\cdot sen\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}1\cdot sen\left[\frac{\pi}{2}(t+1)\right]$



Si el periodo se multiplica por dos, la gráfica se ha estirado. Vemos en el dibujo adjunto la comparación de las dos gráficas, la verde es la de masa 0,5 kg y la roja la de la masa de 2kg.

2.- El ángulo límite vidrio-agua es de 60º. Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45º y se refracta dentro del agua.

a) Explique qué es el ángulo límite y determine el índice de refracción del vidrio.

b) Calcule el ángulo de refracción en el agua.

Datos: n_{agua} = 1,33

a) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El *ángulo límite* también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = Arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90°.

Si trabajamos en esta ecuación, tenemos que: $sen\alpha_L = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$, así que si despejamos n_1 tenemos:

$$n_{vidrio} = \frac{n_{agua}}{sen\alpha_L} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = 1{,}54$$

b) Para determinar el ángulo de refracción no tenemos más que aplicar la ley de Snell, que dice que *La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de los índices de refracción de ambos medios.*

$$n_{vidrio} \cdot sen\alpha_i = n_{agua} \cdot sen\alpha_r$$

Por tanto, despejando el ángulo de refracción tendremos:

$$sen\alpha_r = \frac{n_{vidrio} \cdot sen\alpha_i}{n_{agua}} = \frac{1{,}54 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1{,}33} = 0{,}819$$

Así que el ángulo de refracción en el agua será:

$$\alpha_r = Arcsen(0{,}819) = 54{,}94° \cong 55°$$

3.- La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y\,(x,t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\,(6\,\pi x) \cdot \cos\,(20\,\pi t) \qquad (\text{S.I.})$$

a) Explique las características de la onda.
b) Calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
c) Determine la distancia entre (*) e indique el nombre y las características de dichos puntos.
a. (*) Dos puntos consecutivos con amplitud cero.
b. (*) Dos puntos consecutivos con amplitud A.

a) Esta onda es una **onda estacionaria,** este tipo de ondas se forman por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Hay puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la amplitud de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.

Una onda estacionaria se puede formar por la suma de una onda y su onda reflejada sobre un mismo eje.

b) El periodo de una onda viene dado por el cociente entre 2π y la frecuencia angular, como la frecuencia angular, obtenida de la ecuación de la onda, es 20π, tenemos que el periodo es: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0{,}1s$

La longitud de onda la determinamos ayudándonos del número de onda, El **número de onda** es una magnitud de frecuencia que indica el número de veces que vibra una onda en una unidad de distancia y lo representamos con la letra K. Sus unidades en el sistema internacional son los ciclos por metro (o metros recíprocos, m^{-1}). Como en la ecuación de la onda tenemos que $K=6\pi$, y como K es el cociente entre 2π y la longitud de onda.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Despejando la longitud de onda, tenemos:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}m$$

Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja, y por tanto, no transporta energía. Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto de la palabra. Estas ondas tienen una ***velocidad de propagación nula***. Aunque las ondas que la componen (ondas viajeras) si tienen velocidad de propagación.

c) Dos puntos consecutivos de ***amplitud nula*** son aquellos puntos llamados nodos, donde $sen(6\pi x) = 0$, es decir:

$$6\pi x = (k+1)\cdot\pi$$

Despejando x, tenemos las posiciones de dichos puntos, Nodos:

$$\boxed{x = \frac{k+1}{6} \quad \text{con k=(0,1,2,3…)}}$$

La distancia entre dos nodos será: $x_{n+1} - x_n = \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}m$

Que como podemos comprobar se corresponde con lo que sabemos la la teoría y que dice que la distancia mínima entre nodos es la mitad de la longitud de onda.

Dos puntos consecutivos de ***amplitud máxima*** son aquellos puntos llamados vientres, donde $sen(6\pi x) = 1$, es decir:

$$6\pi x = (2k+1)\cdot\frac{\pi}{2}$$

Despejando x, tenemos las posiciones de dichos puntos, Vientres: $\boxed{x = \frac{2k+1}{12} \quad \text{con k=(0,1,2,3…)}}$

La distancia entre dos vientres será: $x_{n+1} - x_n = \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}m$

Que como podemos comprobar se corresponde con lo que sabemos la la teoría y que dice que la distancia mínima entre vientres es la mitad de la longitud de onda.

3.- En una cuerda tensa, sujeta por sus extremos, se tiene una onda de ecuación:

$$y\ (x,t) = 0{,}02\cdot sen(4\pi x)\cdot cos(200\pi t)\ (S.I.)$$

a) Indique el tipo de onda de que se trata.
b) Explique las características de las ondas que dan lugar a la indicada y escriba sus respectivas ecuaciones.
c) Calcule razonadamente la longitud mínima de la cuerda que puede contener esa onda.
d) ¿Podría existir esa onda en una cuerda más larga? Razone la respuesta.

a) Esta onda es una **onda estacionaria,** este tipo de ondas se forman por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Hay puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la amplitud de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.

Una onda estacionaria se puede formar por la suma de una onda y su onda reflejada sobre un mismo eje.

b) El periodo de una onda viene dado por el cociente entre 2π y la frecuencia angular, como la frecuencia angular, obtenida de la ecuación de la onda, es 200π, tenemos que el periodo es: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{200\pi} = 0{,}01s$

La longitud de onda la determinamos ayudándonos del número de onda, El **número de onda** es una magnitud de frecuencia que indica el número de veces que vibra una onda en una unidad de distancia y lo representamos con la letra K. Sus unidades en el sistema internacional son los ciclos por metro (o metros recíprocos, m^{-1}). Como en la ecuación de la onda tenemos que $K=4\pi$, y como K es el cociente entre 2π y la longitud de onda.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Despejando la longitud de onda, tenemos:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}m$$

Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja, y por tanto, no transporta energía. Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto de la palabra. Estas ondas tienen una ***velocidad de propagación nula***. Aunque las ondas que la componen (ondas viajeras) si tienen velocidad de propagación.

Como hemos dicho, onda estacionaria es la onda que resulta del encuentro de dos ondas de igual longitud de onda y amplitud, que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos contrarios llamadas ondas viajeras. Las ondas viajeras tienen por ecuaciones:

$$y_1 = 0,01\cos(200\pi t - 4\pi x)$$
$$y_2 = 0,01\cos(200\pi t + 4\pi x)$$

c) Los extremos de la cuerda, de abscisas O y L, deben ser nodos, ya que en estos puntos no hay vibración. Para determinar las longitudes de onda de cada uno de los modos normales de vibración, debemos tener en cuenta que en toda onda estacionaria la distancia entre nodos consecutivos vale λ/2. Por lo tanto, la formulación de ésta requiere que la longitud de la cuerda cumpla:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \text{ de donde: } \lambda = \frac{2L}{n} \quad con \quad n = 1,2,3...$$

Esta expresión muestra que solo son posibles las ondas estacionarias cuya λ sea submúltiplo del doble de la longitud de la cuerda.
Como la longitud de onda es 0,5 m, tenemos que despejando de la ecuación anterior la longitud mínima de la cuerda será

$$L_{\min} = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{4}m$$

Así que la longitud mínima de la cuerda es de 0,25 metros.

d) Si cambia la longitud de la cuerda, como ésta está relacionada con la longitud de onda, cambiaría también la longitud de onda y por tanto cambiaría K. Si cambia K, la onda sería diferente.