Nombre:		2º Bachillerato B

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) No pueden utilizar calculadora programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos

Alumnos con todo: Problemas (1.3)

1ª Evaluación:

1.1.- Un cuerpo de 10 kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado de 30° sobre la horizontal. La longitud del plano es de 10 m y el coeficiente de rozamiento es de 0,2.

a) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano?
b) ¿Cuánto valdrá la energía potencial del cuerpo al estar situado en lo alto del plano inclinado?
c) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?

a) Lo primero es calcular la aceleración del cuerpo en su movimiento de descenso, para ello utilizaremos la segunda ley de Newton:

$$\sum F = m\cdot a \quad \Rightarrow \quad mg\cdot sen\alpha - F_r = m\cdot a \quad \Rightarrow \quad mgsen\alpha - \mu mg\cos\alpha = m\cdot a$$

De donde despejando la aceleración, tenemos:

$$a = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 10\cdot\left(\frac{1}{2} - 0,2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3,27m\cdot s^{-2}$$

Utilizando la ecuación cinemática independiente del tiempo, tenemos:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2\cdot a\cdot s \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2as} = \sqrt{2\cdot 3,27\cdot 10} = 8,08m\cdot s^{-1}$$

b) En lo alto del plano inclinado, la energía potencial valdrá:

$$E_p = m\cdot g\cdot h = m\cdot g\cdot l\cdot sen\alpha = 10\cdot 10\cdot 10\cdot 0,5 = 500\ J$$

c) El trabajo de la fuerza de rozamiento, lo calcularemos utilizando

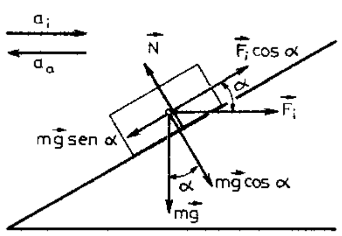
Calculamos la Energía cinética al final del plano, como tenemos la velocidad con la que llega, entonces:

$$E_c = \frac{1}{2}m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot(8,08)^2 = 327J$$

Y utilizando el principio de la conservación de la energía mecánica generalizado, toda la energía potencial se convertirá en energía cinética más trabajo de rozamiento:

$$E_{P_{arriba}} = E_{c_{abajo}} + w_{Fr} \quad \Rightarrow \quad W_{Fr} = E_{P_{arriba}} - E_{c_{abajo}} = 500 - 327 = 173J$$

1.2.- Un cuerpo está situado sobre la superficie perfectamente lisa de un plano inclinado de α grados de inclinación. ¿Qué aceleración horizontal debemos comunicar al plano para que el cuerpo no deslice hacia abajo?.



Mientras el plano permanezca en reposo, la componente m·g·senα del peso hará que éste deslice hacia abajo con una aceleración $a = g\cdot sen\alpha$.

Si se desea que el cuerpo no deslice, debemos comunicar al plano una aceleración de arrastre (a_a) tal que la componente F_i·Cosα de la fuerza de inercia equilibre a la componente m·g·senα del peso del cuerpo.

$$m \cdot g \cdot sen\alpha = F_i \cdot \cos\alpha = m \cdot a_i \cdot \cos\alpha$$

De donde: $a_i = g \cdot \tan\alpha$

La aceleración de arrastre ha de tener sentido contrario a la de inercia, siendo iguales sus valores:

$$\boxed{a_a = g \cdot \tan\alpha}$$

1.3.- Un cuerpo de 10 kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La longitud del plano es de 10 m. y el coeficiente de rozamiento es de 0,2. a) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano?, b) ¿Cuánto valdrá la energía potencial del cuerpo al estar situado en lo alto del plano? C) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?.

a) Lo primero es calcular la aceleración del movimiento de caída del cuerpo. Aplicando el principio fundamental de la dinámica.

$$\sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a} \rightarrow m \cdot g \cdot sen\alpha - \mu mg\cos\alpha = m \cdot a \rightarrow a = g(sen\alpha - \mu\cos\alpha) = 3,27m/s^2$$

Para calcular la velocidad con la que llega el cuerpo al final del plano utilizamos la relación independiente del tiempo: $v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot s$ como el cuerpo parte del reposo:

$$v_f^2 = 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 3,27m/s^2 \cdot 10m} = 8,1m/s$$

b) La energía potencial en lo alto del plano: $E_p = m \cdot g \cdot h = 10kg \cdot 10m/s^2 \cdot 10 \cdot sen30° = 500J$

c) El trabajo de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica del cuerpo entre el punto más alto (solo energía potencial) y el punto más bajo (solo energía cinética).

$$W_r = E_{M_A} - E_{M_B} = E_{pA} - E_{c_B} = m \cdot g \cdot h_A - \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 = 500J - \frac{1}{2} 10kg \cdot (8,1m/s)^2 = 173,2J$$

2ª Evaluación

2.1.- Un satélite artificial de 1000 kg describe una órbita geoestacionaria con una velocidad de $3,1 \cdot 10^3$ m s^{-1}. a) Explique qué significa órbita geoestacionaria y determine el radio de la órbita indicada. b) Determine el peso del satélite en dicha órbita.

Datos: G = $6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; M_T = $6,0 \cdot 10^{24}$ kg ; R_T = 6400 km

a) Una órbita estacionaria es una órbita en la que los satélites tienen el mismo periodo de revolución que la tierra, o sea, 24 horas. Para determinar el radio, tenemos que:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$$

Donde v es la velocidad orbital que calculamos igualando la fuerza de atracción a la fuerza centrípeta.

Por tanto para calcular el radio, despejamos de:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}}$$

y obtenemos:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = 42,243 \cdot 10^6 \ m$$

Como vemos , para el caso de estos satélites geoestacionarios, la distancia resulta ser de unos 42300 km, o sea, describen órbitas a 36000 km de altura sobre la superficie terrestre, una distancia muy grande comparada con la altura que alcanzan los llamados “satélites de órbita baja”, entre 400 y 800 km sobre la superficie.

b) El peso del satélite en dicha órbita viene dado por:

A una altura de 42000km de la superficie terrestre, tendremos:

$$g = -G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Y por tanto:

$$P = m\cdot g = G\frac{m\cdot M_T}{(R_T + h)^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11} N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\frac{1000kg\cdot 6\cdot 10^{24}kg}{(42{,}243\cdot 10^6)^2} = 224{,}27\text{ N}$$

2.2.- Una carga puntual de 1C está situada en el punto A(0,3) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de -1C está situada en B(0,-3). Las coordenadas están expresada en metros.

a) El valor del potencial electrostático en un punto C (0,4)

b) El vector intensidad de campo eléctrico en un punto D(4,0). Dibuja las líneas del campo electrostático asociadas a las dos cargas.

c) El trabajo realizado para llevar una carga puntual de 1C desde el infinito al punto E(1,3).

Datos: $K = 9\cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$

a) En el punto C(0,4), el potencial electrostático vendrá dado por la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas en ese punto.

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = \frac{K\cdot q_A}{r_1} + \frac{K\cdot q_B}{r_2} = K\left(\frac{q_A}{r_1} + \frac{q_B}{r_2}\right) = 9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\left(\frac{1C}{1} + \frac{-1C}{7}\right) = 7{,}71\cdot 10^9 V$$

b) El campo eléctrico en un punto creado por una carga q viene dado por: $\vec{E} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q}{r^2}\hat{r} = K\cdot\frac{q_2}{r^2}\hat{r}$,

entonces, el campo creado por la carga A en D será:

$$\vec{E}_{AD} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_A}{r_1^2}\hat{r}_1 = K\cdot\frac{q_A}{r_1^2}\hat{r}_1 = 9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{1C}{25\ m^2}\hat{r}_1 = 3{,}6\cdot 10^8\left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}\right) = (2{,}88\hat{i} - 2{,}16\hat{j})\cdot 10^8 N/C$$

Donde $\vec{r}_1 = (4,-3)$ y $\hat{r}_1 = \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

El campo creado por la carga B, será:

$$\vec{E}_{BD} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_1 = K\cdot\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_1 = -9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{1C}{25\ m^2}\hat{r}_1 = -3{,}6\cdot 10^8\left(\frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}\right) = (-2{,}88\hat{i} - 2{,}16\hat{j})\cdot 10^8 N/C$$

Donde ahora $\vec{r}_2 = (4,3)$ y $\hat{r}_2 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

Sumando ambas intensidades tenemos:

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{DA} + \vec{E}_{DB} = -4{,}32\cdot 10^8\,\hat{j}\ N\cdot C^{-1}$$

c) Para calcular el trabajo, necesito primero calcular el potencial electrostático en el punto E(1,3), que vendrá dado por la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas en ese punto.

$$V_E = V_{EA} + V_{EB} = \frac{K \cdot q_A}{r_1} + \frac{K \cdot q_B}{r_2} = K\left(\frac{q_A}{r_1} + \frac{q_B}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \left(\frac{1C}{1} + \frac{-1C}{\sqrt{37}}\right) = 7{,}52 \cdot 10^9 V$$

El trabajo viene dado por: $W = -q\Delta V$, por tanto y como en el infinito el potencial es nulo, tenemos:

$$W = -q\Delta V = -1 \cdot (7{,}52 \cdot 10^9 - 0) = -7{,}52 \cdot 10^9 J$$

Como una partícula de carga positiva va de forma espontánea de potenciales mayores a menores y aquí va de menores a mayores, tenemos que el trabajo es negativo.

2.3.- Una espira cuadrada de lado 30 cm, está situada en una región donde existe un campo magnético uniforme B=0,5 T perpendicular al plano de la espira, y con sentido saliente.

a) Calcula la f.e.m. media inducida inducida en la espira cuando esta gira 90º en torno a un lado en un Δt=0,2 s.

b) Si la espira permanece fija, pero el campo magnético se duplica en el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la f.e.m. inducida? Razona en qué sentido tiende a circular la corriente inducida. (Euskadi 2010)

a) Si el campo es perpendicular a la espira, tendremos que el flujo inicial será:

$$\phi_o = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0{,}5 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}045 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Una vez girada la espira un ángulo de 90°, tendremos que el flujo será:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

De aquí, como la f.e.m. inducida viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0{,}1s} = -\frac{0 - 0{,}045}{0{,}2} = 0{,}225 \ V$$

b) En este caso, el flujo inicial será el mismo:

$$\phi_o = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0{,}5 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}045 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Pero el flujo final será ahora:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 1 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}09 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Y en este caso, tendremos que la f.e.m. inducida que como hemos dicho antes viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0{,}2s} = -\frac{0{,}09 - 0{,}045}{0{,}2} = -0{,}225 \ V$$

Y el sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido que se opone a la variación del campo magnético existente. (***Ley de Lenz***).

Como la variación del flujo es positiva, se origina una corriente cuyo sentido es contrario a las agujas del reloj.

3ª evaluación:

3.1.- El ángulo límite vidrio-agua es de 60º. Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de 45º y se refracta dentro del agua.

a) Explique qué es el ángulo límite y determine el índice de refracción del vidrio.

b) Calcule el ángulo de refracción en el agua.

Datos: n_{agua} = 1,33

a) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El *ángulo límite* también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = Arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90°.

Si trabajamos en esta ecuación, tenemos que: $sen\alpha_L = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$, así que si despejamos n_1 tenemos:

$$n_{vidrio} = \frac{n_{agua}}{sen\alpha_L} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = 1{,}54$$

b) Para determinar el ángulo de refracción no tenemos más que aplicar la <u>ley de Snell</u>, que dice que *La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de los índices de refracción de ambos medios.*

$$n_{vidrio} \cdot sen\alpha_i = n_{agua} \cdot sen\alpha_r$$

Por tanto, despejando el ángulo de refracción tendremos:

$$sen\alpha_r = \frac{n_{vidrio} \cdot sen\alpha_i}{n_{agua}} = \frac{1{,}54 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1{,}33} = 0{,}819$$

Así que el ángulo de refracción en el agua será:

$$\alpha_r = Arcsen(0{,}819) = 54{,}94° \cong 55°$$

3.2.- En una cuerda tensa, sujeta por sus extremos, se tiene una onda de ecuación:

$$y\ (x,t) = 0{,}02 \cdot sen(4\pi x) \cdot cos(200\pi t)\ (S.I.)$$

a) Indique el tipo de onda de que se trata.

b) Explique las características de las ondas que dan lugar a la indicada y escriba sus respectivas ecuaciones.

c) Calcule razonadamente la longitud mínima de la cuerda que puede contener esa onda.

d) ¿Podría existir esa onda en una cuerda más larga? Razone la respuesta.

a) Esta onda es una **onda estacionaria,** este tipo de ondas se forman por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda (o frecuencia) que avanzan en sentido opuesto a través de un medio.

Las ondas estacionarias permanecen confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc.). La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con la de las ondas que interfieren. Hay puntos que no vibran (nodos), que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con una amplitud de vibración máxima, igual al doble de la amplitud de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos consecutivos es media longitud de onda.

Una onda estacionaria se puede formar por la suma de una onda y su onda reflejada sobre un mismo eje.

b) El periodo de una onda viene dado por el cociente entre 2π y la frecuencia angular, como la frecuencia angular, obtenida de la ecuación de la onda, es 200π, tenemos que el periodo es: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{200\pi}=0,01s$

La longitud de onda la determinamos ayudándonos del número de onda, El **número de onda** es una magnitud de frecuencia que indica el número de veces que vibra una onda en una unidad de distancia y lo representamos con la letra K. Sus unidades en el sistema internacional son los ciclos por metro (o metros recíprocos, m^{-1}). Como en la ecuación de la onda tenemos que $K=4\pi$, y como K es el cociente entre 2π y la longitud de onda.

$$K=\frac{2\pi}{\lambda}$$

Despejando la longitud de onda, tenemos:

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{4\pi}=\frac{1}{2}m$$

Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja, y por tanto, no transporta energía. Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto de la palabra. Estas ondas tienen una ***velocidad de propagación nula***. Aunque las ondas que la componen (ondas viajeras) si tienen velocidad de propagación.

Como hemos dicho, onda estacionaria es la onda que resulta del encuentro de dos ondas de igual longitud de onda y amplitud, que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos contrarios llamadas ondas viajeras. Las ondas viajeras tienen por ecuaciones:

$$y_1=0,01\cos(200\pi t-4\pi x)$$
$$y_2=0,01\cos(200\pi t+4\pi x)$$

c) Los extremos de la cuerda, de abscisas O y L, deben ser nodos, ya que en estos puntos no hay vibración. Para determinar las longitudes de onda de cada uno de los modos normales de vibración, debemos tener en cuenta que en toda onda estacionaria la distancia entre nodos consecutivos vale $\lambda/2$. Por lo tanto, la formulación de ésta requiere que la longitud de la cuerda cumpla:

$$L=n\frac{\lambda}{2} \text{ de donde: } \lambda=\frac{2L}{n} \quad con \quad n=1,2,3...$$

Esta expresión muestra que solo son posibles las ondas estacionarias cuya λ sea submúltiplo del doble de la longitud de la cuerda.

Como la longitud de onda es 0,5 m, tenemos que despejando de la ecuación anterior la longitud mínima de la cuerda será

$$L_{\min}=\frac{\lambda}{2}=\frac{1}{4}m$$

Así que la longitud mínima de la cuerda es de 0,25 metros.

d) Si cambia la longitud de la cuerda, como ésta está relacionada con la longitud de onda, cambiaría también la longitud de onda y por tanto cambiaría K. Si cambia K, la onda sería diferente.

3.3.- Un residuo de una unidad de medicina nuclear contiene $8\cdot10^{18}$ átomos de una sustancia radiactiva cuyo periodo de semidesintegración es de 20 años:

a) Halla la actividad inicial de la muestra
b) Halla la actividad al cabo de 60 años
c) Halla el número de átomos que se han desintegrado al cabo de 60 años. (PAU Cantabria 2010)

Solución: a) A=$8{,}8\cdot10^{9}$ Bq ; b) $1{,}1\cdot10^{9}$ Bq ; c) $7\cdot10^{18}$ átomos

3.4.- ¿En qué consiste el efecto fotoeléctrico? Aplicación práctica: ¿Cuál es la energía cinética máxima de los electrones arrancados del Bario cuando es iluminado con luz de longitud de onda de 350 nm? Función de trabajo del Bario 2,50 eV. Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s ; l eV = $1.6\ 10^{-19}$ J.

Solución: $1{,}679\ 10^{-19}$ J

3.5.- Dada la reacción: ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$, Calcula:

a) La energía liberada en el proceso.
b) La energía media de enlace por nucleón del Li.
Datos de masas: ${}^{7}Li$ = 7,0166 u. ${}^{4}He$ = 4,0026 u. $m_{protón}$ = 1,0073 u. $m_{neutrón}$ = 1,0087 u.

Solución: a) 17,4 MeV; b) 5,3 MeV