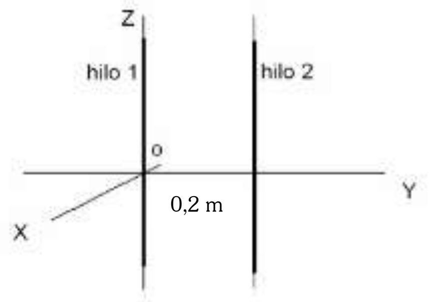
1.- Considere dos hilos conductores rectilíneos e indefinidos paralelos, perpendiculares al plano XY y separados 0,2m. Por el hilo 1 circula una corriente de intensidad I_1= 10 A dirigida en el sentido positivo del eje Z.



- *a) Determine el sentido de la corriente en el hilo 2 y el valor de su intensidad si el campo magnético es cero en un punto del eje Y situado 0,1 m a la izquierda del hilo 1.*
- *b) Razone cuál sería el campo magnético en un punto del eje Y situado 0,1 m a la derecha del hilo 2, si por éste circulara una corriente del mismo valor y sentido que por el hilo 1. Datos: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ N·A^{-2}*

a) El campo magnético creado por el hilo 1 en un punto situado a 0,1 m viene dado por la Ley de Biot-Savart:

$$B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot d_1} = \frac{4\pi 10^{-7}\cdot 10}{2\cdot\pi\cdot 0,1} = 2\cdot 10^{-5}\ T$$

Si el campo magnético en ese punto es nulo, es porque el campo creado por el hilo 2 es de la misma intensidad, pero de sentido opuesto:

$$B_2 = \frac{\mu \cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d_2}$$

Por tanto, si de aquí despejamos I_2:

$$I_2 = \frac{B_2 \cdot 2\cdot\pi\cdot d_2}{\mu} = 30\ A$$

El campo magnético $\vec{B}_1 = 2\cdot 10^{-5}\ \hat{\imath}\ T$ está dirigido a lo largo del eje positivo OX, así que el campo magnético creado por el hilo 2 será: $\vec{B}_2 = -2\cdot 10^{-5}\ \hat{\imath}\ T$, y para que esto ocurra la intensidad del hilo 2 tiene que tener sentido opuesto a la del hilo 1, por tanto: $I_1 = 10\ \hat{k}\ A$, mientras que $I_2 = -30\ \hat{k}\ A$

b) Para calcular el campo magnético en un punto situado a 0,1 m a la derecha del hilo 2, calculamos el campo creado por cada hilo en dicho punto y hacemos su suma vectorial. Como las dos intensidades son iguales en modulo, dirección y sentido, tenemos:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu \cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot d_1} + \frac{\mu \cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d_2} = \frac{\mu \cdot I}{2\cdot\pi}\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right) = \frac{4\pi 10^{-7} N/A^2 \cdot 10A}{2\cdot\pi}\left(\frac{1}{0,3} + \frac{1}{0,1}\right) = 2,67\cdot 10^{-5} T$$

Por tanto:

$$\vec{B} = -2,67\cdot 10^{-5}\ \hat{\imath}\ T$$

2.- Una espira cuadrada de lado 20 cm, está situada en una región donde existe un campo magnético uniforme B=0,2 T perpendicular al plano de la espira, y con sentido saliente.

- *a) Calcula la f.e.m. media inducida inducida en la espira cuando esta gira 90º en torno a un lado en un Δt=0,1s.*
- *b) Si la espira permanece fija, pero el campo magnético se duplica en el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la f.e.m. inducida? Razona en qué sentido tiende a circular la corriente inducida.*

a) Si el campo es perpendicular a la espira, tendremos que el flujo inicial será:

$$\phi_o = N\cdot\vec{B}\cdot\vec{S} = N\cdot B\cdot S\cdot\cos\alpha = N\cdot B\cdot S\cdot\cos 0 = 1\cdot B\cdot S = 0,2\cdot(0,2)^2 = 8\cdot 10^{-3}\ \mathrm{T\cdot m^2}$$

Una vez girada la espira un ángulo de 90°, tendremos que el flujo será:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

De aquí, como la f.e.m. inducida viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0 - 8 \cdot 10^{-3}}{0,1s} = 0,08\ V$$

b) En este caso, el flujo inicial será el mismo:

$$\phi_o = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0,2 \cdot (0,2)^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Pero el flujo final será ahora:

$$\phi_f = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = 1 \cdot B \cdot S = 0,4 \cdot (0,2)^2 = 0,016 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Y en este caso, tendremos que la f.e.m. inducida que como hemos dicho antes viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0,016 - 8 \cdot 10^{-3}}{0,1s} = -0,08\ V$$

Y el sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido que se opone a la variación del campo magnético existente. (***Ley de Lenz***).

Como la variación del flujo es positiva, se origina una corriente cuyo sentido es contrario a las agujas del reloj.

P3.- Una carga puntual de 1C está situada en el punto A(0,3) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de -1C está situada en B(0,-3). Las coordenadas están expresada en metros.

a) El valor del potencial electrostático en un punto C (0,4)

b) El vector intensidad de campo eléctrico en un punto D(4,0). Dibuja las líneas del campo electrostático asociadas a las dos cargas.

c) El trabajo realizado para llevar una carga puntual de 1C desde el infinito al punto E(1,3).

Datos: $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$

a) En el punto C(0,4), el potencial electrostático vendrá dado por la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas en ese punto.

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = \frac{K \cdot q_A}{r_1} + \frac{K \cdot q_B}{r_2} = K\left(\frac{q_A}{r_1} + \frac{q_B}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \left(\frac{1C}{1} + \frac{-1C}{7}\right) = 7,71 \cdot 10^9 V$$

b) El campo eléctrico en un punto creado por una carga q viene dado por: $\vec{E} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{q}{r^2} \hat{r} = K \cdot \frac{q_2}{r^2} \hat{r}$,

entonces, el campo creado por la carga A en D será:

$$\vec{E}_{AD} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{q_A}{r_1^2} \hat{r}_1 = K \cdot \frac{q_A}{r_1^2} \hat{r}_1 = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{1C}{25\ m^2} \hat{r}_1 = 3,6 \cdot 10^8 \left(\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}\right) = \left(2,88\hat{i} - 2,16\hat{j}\right) \cdot 10^8 N/C$$

Donde $\vec{r}_1 = (4,-3)$ y $\hat{r}_1 = \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

El campo creado por la carga B, será:

$$\vec{E}_{BD} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_1 = K\cdot\frac{q_B}{r_2^2}\hat{r}_1 = -9\cdot10^9\,N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\frac{1C}{25\ m^2}\hat{r}_1 = -3,6\cdot10^8\left(\frac{4}{5}\hat{i}+\frac{3}{5}\hat{j}\right) = \left(-2,88\hat{i}-2,16\hat{j}\right)\cdot10^8\,N/C$$

Donde ahora $\vec{r}_2 = (4,3)$ y $\hat{r}_2 = \left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

Sumando ambas intensidades tenemos:

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{DA} + \vec{E}_{DB} = -4,32\cdot10^8\,\hat{j}\ N\cdot C^{-1}$$

c) Para calcular el trabajo, necesito primero calcular el potencial electrostático en el punto E(1,3), que vendrá dado por la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas en ese punto.

$$V_E = V_{EA} + V_{EB} = \frac{K\cdot q_A}{r_1} + \frac{K\cdot q_B}{r_2} = K\left(\frac{q_A}{r_1}+\frac{q_B}{r_2}\right) = 9\cdot10^9\,N\cdot m^2\cdot C^{-2}\cdot\left(\frac{1C}{1}+\frac{-1C}{\sqrt{37}}\right) = 7,52\cdot10^9\,V$$

El trabajo viene dado por: $W = -q\Delta V$, por tanto y como en el infinito el potencial es nulo, tenemos:

$$W = -q\Delta V = -1\cdot(7,52\cdot10^9 - 0) = -7,52\cdot10^9\,J$$

Como una partícula de carga positiva va de forma espontánea de potenciales mayores a menores y aquí va de menores a mayores, tenemos que el trabajo es negativo.

P-4.- Un protón acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 2.10^6 V adquiere una velocidad en el sentido positivo del eje X, con la que penetra en una región en la que existe un campo magnético uniforme B = 0,2 T en el sentido positivo del eje Y. Calcula:

a) El radio de la órbita descrita (haz un dibujo de la situación del problema)

b) La intensidad y sentido de un campo eléctrico que 2al aplicarlo permita que la trayectoria sea rectilínea?

Datos q_p=1,6.10^{-19} C; m_p=1,67·10^{-27} kg

a) El radio de la órbita viene dado por: $R = \frac{m\cdot v}{q\cdot B}$

Para ello, necesitamos la velocidad que la conseguimos de igualar la variación de la energía cinética a la variación de la energía potencial, y de ahí despejar v. $\Delta E_p = \Delta E_c$

$$q\Delta V = \frac{1}{2}m\Delta v^2 \quad\Rightarrow\quad q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = 1,96\cdot10^7\,m\cdot s^{-1}$$

Y ahora el radio será:

$$R = \frac{mv}{q\cdot B} = \frac{1,67\cdot10^{-27}\cdot1,96\cdot10^7}{1,602\cdot10^{-19}\cdot0,2} = 1,02\ m$$

b) Para que la trayectoria sea rectilínea necesitamos que la fuerza eléctrica y la magnética de igual módulo, dirección, pero de sentido contrario.

Si calculamos la fuerza magnética, esta vendrá dada por la ley de Lorentz: $\vec{F} = q\cdot\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right)$, utilizando la regla del sacacorchos, podemos observar que la fuerza tendrá la dirección $+\hat{k}$.

Su módulo viene dado por: $F = q\cdot V\cdot B = 1,6\cdot10^{-19}\cdot1,96\cdot10^7\cdot0,2 = 6,28\cdot10^{-13}\,N$

Por tanto la fuerza eléctrica será opuesta a esta y por tanto de dirección $-\hat{k}$, y como la partícula es positiva, el campo eléctrico dado por la Ley de Coulomb, tendrá la misma dirección y sentido que esta fuerza.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Despejando el campo eléctrico, tenemos:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{6,28 \cdot 10^{-13} N}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,92 \cdot 10^{6} N/C$$

Por tanto:

$$E = -3,92 \cdot 10^{6} \hat{k}\ N \cdot C^{-1}$$

Así que con este campo eléctrico, conseguimos anular la fuerza magnética, y así la partícula sigue un movimiento rectilíneo y uniforme.

P5.- Una espira cuadrada, de 30 cm de lado, se mueve con una velocidad constante de 10m·s^{-1}, y penetra en un campo magnético de 0,05 T perpendicular al plano de la espira.

a) Explique, razonadamente, qué ocurre en la espira desde que comienza a entrar en la región del campo hasta que toda ella está en el interior del campo. ¿Qué ocurriría si la espira, una vez en el interior del campo, saliera del mismo?.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira mientras está entrando en el campo magnético.

a) Una vez que entra en el seno del campo magnético, empieza a atravesar su superficie un flujo magnético el cual varía con el tiempo, de forma que se generará una fuerza electromotriz inducida en la espira.

El flujo que atraviesa la superficie de la espira vendrá dado por:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0,05T \cdot 0,3 \cdot 10t = 0,15t$$

Si en vez de entra en el campo, saliera de él, tendríamos que el flujo sería ahora, puesto que la expresión de la superficie con respecto al tiempo es $S = 0,09 - 10t$,

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0,05T \cdot (0,09 - 10t) = 0,4,5 \cdot 10^{-3} - 0,5t$$

b) La fuerza electromotriz generada en el circuito viene dada por la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(0,15t\ \right) = -0,15\ V$$

C1.- a) Razone si la energía potencial electrostática de un electrón aumenta o disminuye al pasar del punto A al B, siendo el potencial en A mayor que en B. Si se dejase libre el electrón en el punto medio del segmento que une A con B, ¿hacia dónde se desplazaría?
b) Si el punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo, razone si dicha carga será positiva o negativa. (Propuesto en la fase local de la Olimpiada de Física – Granada 2004)

a) La energía potencial electrostática viene dada por: E_p=q·V, si V_A es mayor que V_B, tendremos que la energía potencial de A será menor que la de B puesto que la carga es negativa.
Sabemos también que una carga negativa se desplazará espontáneamente en el sentido de los potenciales crecientes, por tanto si la dejamos entre A y B, la carga negativa se irá hacia A.

b) Si el punto A está más alejado que B, tendremos que $r_a > r_b$, y de aquí, $\frac{1}{r_a} < \frac{1}{r_b}$, por tanto $\frac{q}{r_a} < \frac{q}{r_b}$, y de aquí que $K \cdot \frac{q}{r_a} < K \cdot \frac{q}{r_b}$, o lo que es lo mismo: $V_A < V_B$, lo cual está en contradicción con el enunciado, por lo que la carga ha de ser negativa.

C2.- Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

Imaginemos dos puntos 1 y 2 de un campo eléctrico, de potenciales V_1 y V_2 respectivamente.

- Si una carga positiva Q' se desplaza espontáneamente desde el punto 1 al 2, el trabajo realizado por las fuerzas del campo será positivo. $W_{1\to2} = Q'(V_1 - V_2) > 0$, por lo tanto $V_1 > V_2$

- Si por el contrario es necesario realizar un trabajo contra las fuerzas del campo será negativo, $W_{1\to2} < 0$, y por lo tanto $V_1 < V_2$

- Si la carga es negativa sucederá lo contrario.

En resumen, una carga ***positiva*** se desplazará espontáneamente en el sentido de los ***potenciales decrecientes*** y una ***negativa*** en el de los ***potenciales crecientes.***

Por tanto si va a potenciales electrostáticos mayores, es porque la carga será negativa.

C3.- Un electrón penetra con velocidad v en una zona del espacio en la que coexisten un campo eléctrico E y un campo magnético B, uniformes, perpendiculares entre sí y perpendiculares a v.

a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el electrón y escriba las expresiones de dichas fuerzas.

b) Represente en un esquema las direcciones y sentidos de los campos para que la fuerza resultante sea nula.

Razone la respuesta.

C4.- a) Enuncie la ley de la inducción electromagnética.
b Describa cómo podría generarse una corriente eléctrica en una espira.

a) La ***inducción electromagnética*** es el fenómeno que origina la producción de una **fuerza electromotriz** (f.e.m. o **voltaje**) en un medio o cuerpo expuesto a un campo magnético variable, o bien en un medio móvil respecto a un campo magnético estático. Es así que, cuando dicho cuerpo es un conductor, se produce una **corriente** inducida. Este fenómeno fue descubierto por **Michael Faraday** quién lo expresó indicando que la magnitud del voltaje inducido es proporcional a la variación del flujo magnético.

Por otra parte, **Heinrich Lenz** comprobó que la corriente debida a la f.e.m. inducida se opone al cambio de flujo magnético, de forma tal que la corriente tiende a mantener el flujo. Esto es válido tanto para el caso en que la intensidad del flujo varíe, o que el cuerpo conductor se mueva respecto de él.

La inducción electromagnética es el principio fundamental sobre el cual operan **transformadores**, **generadores**, **motores eléctricos**, la **vitrocerámica** de inducción y la mayoría de las demás máquinas eléctricas.

Resumiendo podemos decir que *un campo magnético variable genera un campo eléctrico*.

Siempre que varíe el flujo magnético a través de un circuito cerrado se originará en él una fuerza electromotriz inducida.

O lo que es lo mismo:

Fuerza electromotriz inducida *es la producida en un circuito inerte mediante la variación de líneas de fuerza magnéticas que atraviesan la superficie limitada por él.*

El circuito cerrado donde se origina la corriente recibe el nombre de ***inducido***; el cuerpo que crea el campo magnético, ***inductor***, y puede estar constituido:

- Por un imán permanente (magneto)
- Por un electroimán (alternador, dinamo)
- Por una bobina recorrida por corriente alterna (Transformador)

LEY DE FARADAY-LENZ

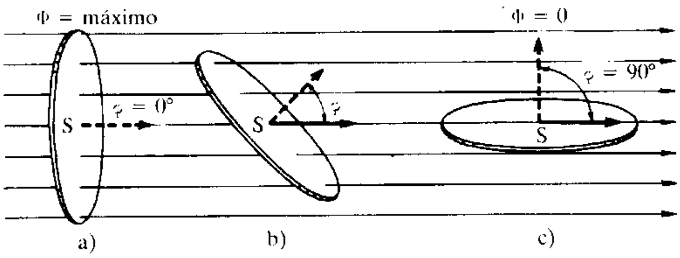
La fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado es directamente proporcional a la variación del flujo magnético que atraviesa la superficie del circuito, de manera que el sentido de la corriente inducida se opone a la causa que lo produce.

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \text{ o de forma diferencial } \boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Donde ϕ es el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira.

Flujo de un campo magnético que atraviesa una superficie se define como el producto escalar entre el vector inducción magnética $\vec{B}$, y el vector superficie $\vec{S}$. El vector superficie es un vector con dirección normal a la superficie cuyo módulo es el valor de esta.

$$\boxed{\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot Cos\alpha}$$



Como se trata de un producto escalar, el flujo dependerá del módulo del vector inducción magnética, de la superficie, del ángulo que forma la superficie con $\vec{B}$ y del número de espiras. Sus unidades son el weber, (Wb).

Ecuaciones referidas a un circuito de una espira, si el circuito estuviese constituido por N espiras:

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdot N}$$

Lo que nos permite decir que *el valor de la fuerza electromotriz inducida es independiente de las causas que provocan la variación de flujo y solamente depende de la mayor o menor rapidez con que varia el flujo a través de la superficie limitada por el circuito y del número de espiras que éste posee.*

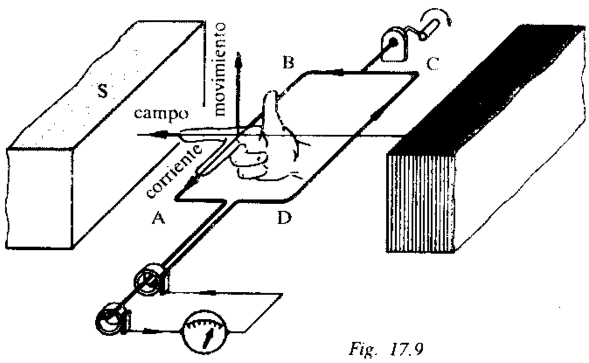


Fig. 17.9

Una forma práctica de determinar el sentido de la corriente inducida puede realizarse con la denominada "regla de la mano derecha".

Extendiendo los tres primeros dedos de la mano derecha en las tres direcciones del espacio, si el dedo índice señala la dirección y sentido del campo, y el pulgar la dirección y sentido del movimiento, el dedo medio indicará la dirección y sentido de la corriente inducida.

El valor de la Intensidad de corriente inducida en el circuito, la obtenemos aplicando la ***Ley de Ohm***:

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$$

b) Variando la intensidad del campo, variando el ángulo de incidencia, en general variando el flujo que atraviesa la superficie del campo.