Relación de Problemas Tema 7: Electromagnetismo

1.- Un electrón que se mueve en el sentido positivo del eje OX con una velocidad de 5 · 10^4 m/s penetra en una región donde existe un campo de 0,05 T dirigido en el sentido negativo del eje OZ. Calcular:

a) Aceleración del electrón.

b) Radio de la órbita descrita y periodo orbital.

Datos: (m_e = 9,1 · 10^{-31} kg ; e = 1,6 · 10^{-19} C)

a) Para calcular la aceleración del electrón, como la única fuerza que actúa sobre la partícula una vez entre en el campo, será la fuerza magnética, que viene dada por la ley de Lorentz, entonces aplicando la 2ª Ley de Newton, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = q\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right)\\ \vec{F} = m\cdot\vec{a}\end{array}\right\} q\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right) = m\cdot\vec{a}$$ Si trabajamos con módulos y despejamos la aceleración, nos queda:

$$\frac{q\cdot v\cdot B\cdot Sen\alpha}{m} = a$$

Como los vectores velocidad y campo magnético son perpendiculares, entonces senα=1 y:

$$a = \frac{q\cdot v\cdot B}{m} = \frac{1,6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 5\cdot 10^{4}\,m\cdot s^{-1}\cdot 0,05T}{9,1\cdot 10^{-31}\,kg} = 4,4\cdot 10^{14}\,m\cdot s^{-2}$$

El vector aceleración, tiene la misma dirección que el vector fuerza, utilizando la regla del sacacorchos, la fuerza va en dirección $-\hat{j}$ .Por tanto:

$$a = -4,4\cdot 10^{14}\,\hat{j}\;m\cdot s^{-2}$$

b) como el electrón penetra en el campo magnético uniforme con una velocidad perpendicular a las líneas de campo, actúa sobre ella una fuerza perpendicular a su velocidad y de módulo constante, que según la segunda ley de Newton, produce una aceleración normal:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\cdot\vec{a} \overset{\vec{F}\perp\vec{v}}{\Longrightarrow} F = m\cdot a\\ \vec{F} = q\cdot\vec{v}\wedge\vec{B} \overset{\vec{B}\perp\vec{v}}{\Longrightarrow} F = q\cdot v\cdot B\end{array}\right\} a_n = \frac{|q|\cdot v\cdot B}{m} = cte$$

Si la aceleración normal, la única presente, es constante, la partícula realiza un movimiento circular uniforme en un sentido que depende de la carga y cuyo radio será:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|\cdot v\cdot B}{m} \Rightarrow R = \frac{m\cdot v}{|q|\cdot B}$$

Por tanto:

$$R = \frac{m\cdot v}{|q|\cdot B} = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot 5\cdot 10^{4}\,m\cdot s^{-1}}{1,6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0,05T} = 5,69\cdot 10^{-6}\,m$$

El periodo de la órbita descrita por el electrón será:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\cdot\pi r}{v} = \frac{2\cdot\pi\cdot 5,69\cdot 10^{-6}\,m}{5\cdot 10^{4}\,m\cdot s^{-1}} = 7,15\cdot 10^{-10}\,s$$

2.- Un electrón penetra con una velocidad de $4 \cdot 10^4$ m/s en el sentido positivo del eje OX, en una región en la que existe un campo magnético B de 0,5 T en el sentido positivo del eje OZ. Calcular:

a) Diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiera la energía cinética inicial.

b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón mantuviera su trayectoria rectilínea.

Datos: ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

a) Sabemos que en el movimiento de una carga, la variación de su energía potencial es igual a la variación de su energía potencial cambiada de signo:

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pe} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = q \cdot \Delta V$$

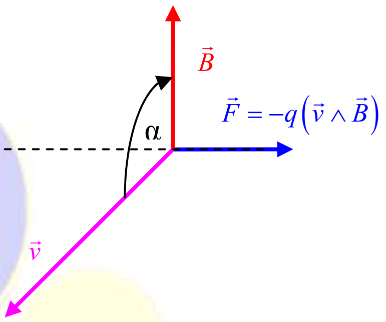
De donde despejando la diferencia de potencial, tenemos que:

$$\Delta V = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot \left(5 \cdot 10^4\right)^2 m^2 \cdot s^{-2}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,55 \cdot 10^{-3}\, V$$

b) Para que el electrón mantenga su trayectoria rectilínea, la suma de las fuerzas que actúan sobre él ha de ser nula.

Por tanto, para que esto ocurra, la fuerza electrostática ha de ser igual a la magnética:

$$\left.\begin{array}{l} F_e = q \cdot E \\ F_m = q \cdot v \cdot B \end{array}\right\} q \cdot E = q \cdot v \cdot B \Rightarrow E = v \cdot B = 4 \cdot 10^4\, m \cdot s^{-1} \cdot 0,5T = 2 \cdot 10^3\, N \cdot C^{-1}$$



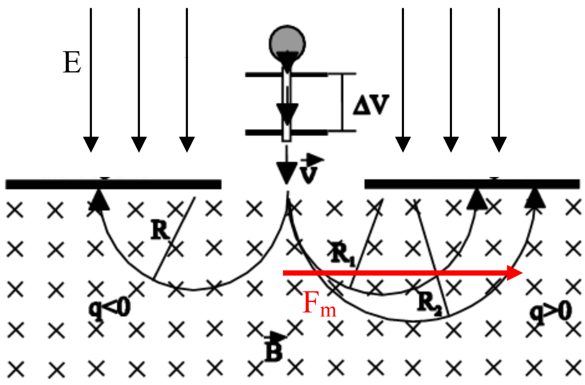
Para determinar la dirección de esta fuerza, utilizamos la regla del sacacorchos, y nos da una dirección $-\hat{j}$, pero como la carga del electrón es negativa, la fuerza irá hacia $+\hat{j}$. Por tanto:

$$\vec{E} = 2 \cdot 10^3\, \hat{j}\; N \cdot C^{-1}$$

3.- Un protón, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de 10^5 V, entra en una región en la que existe un campo magnético de dirección perpendicular a su velocidad, describiendo una trayectoria circular de 30 cm de radio.

a) Realice un análisis energético de todo el proceso y, con ayuda de esquemas, explique las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad, campo eléctrico y campo magnético implicados.

b) Calcule la intensidad del campo magnético. ¿Cómo variaría el radio de la trayectoria si se duplicase el campo magnético? . Datos: ($m_p = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg ; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C)



a) La variación de la energía potencial debida al la d.d.p. se transforma en energía cinética, y con está su velocidad aumenta. Si la velocidad la pintamos en el eje -j, como la partícula es positiva, la fuerza tendrá el mismo sentido que el campo eléctrico, por tanto el campo eléctrico tendrá también dirección –j. Si dibujamos el campo magnético entrando en el plano del papel, entonces aplicando la regla del sacacorchos, la fuerza magnética irá dirigida hacia el eje +i. Si hubiéramos dibujado el campo saliendo,. La fuerza magnética se dirigiría hacia la izquierda, osea hacia –i.

b) Tenemos un protón que mediante una diferencia de potencial es acelerado, por tanto, mediante la diferencia de potencial, aumentará su energía cinética, $\Delta E_p = \Delta E_{pe}$ y por tanto su velocidad. Si despejamos v, tenemos:

$$v = \sqrt{\frac{2q\cdot\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^5}{1,67\cdot 10^{-27}}} = 4,37\cdot 10^6\, m\cdot s^{-1}$$

con la velocidad, y sabiendo que la única fuerza que actúa será la magnética, aplicamos la segunda ley de Newton, F=m·a, de donde:

$q\cdot V\cdot B = m\cdot a = m\cdot\frac{v^2}{r}$, de donde despejando el campo magnético, como todo lo demás es conocido, obtenemos:

$$B = \frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot R} = \frac{1,67\cdot 10^{-27}\cdot 4,37 10^6}{1,602\cdot 10^{-19}\cdot 0,3} = 0,15\ T$$

Si de la ecuación anterior, en vez de despejar el campo magnético, despejamos el radio, tenemos:

$$R = \frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot B}$$

Si el campo magnético se hace el doble: B'=2B

$$R' = \frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot B'} = \frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot 2\cdot B} = \frac{1}{2}\frac{m_p\cdot v}{q_p\cdot B} = \frac{1}{2}R$$

Por tanto el radio se hará la mitad si doblamos la intensidad del campo magnético.

4.- Un chorro de iones de dos isótopos de masas m_1 y m_2 con igual carga q, entran con velocidad v en el interior de un campo magnético uniforme de intensidad B, perpendicular a v. Calcular:

a) Relación entre los radios de las órbitas que describen.

b) Relación entre los respectivos periodos de revolución.

a) Haciendo que la única fuerza que actúa una vez entradas en el campo magnético es la fuerza de Lorentz, y aplicando la 2ª ley de Newton, tenemos:

$$q\cdot V\cdot B = m\cdot a = m\cdot\frac{v^2}{r}$$

De la que despejando el radio tenemos:

$$R = \frac{m\cdot v}{q_p\cdot B}$$

Por tanto para cada uno de los isótopos tendremos:

$$R_1 = \frac{m_1\cdot v}{q\cdot B} \qquad R_2 = \frac{m_2\cdot v}{q\cdot B}$$

Si dividimos uno entre otro:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{m_1\cdot v}{q\cdot B}}{\frac{m_2\cdot v}{q\cdot B}} = \frac{m_1}{m_2}$$

b) Para determinar el periodo, hacemos:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi R}{v}$$

Caca uno de los isótopos tendrá un radio:

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v} \qquad\qquad T_2 = \frac{2\pi R_2}{v}$$

Dividiendo uno entre otro:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{2\pi R_1}{v}}{\frac{2\pi R_2}{v}} = \frac{R_1}{R_2}$$

y como en el apartado a obtuvimos:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Tenemos que:

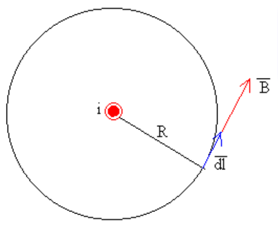
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

5.- Dos conductores paralelos y rectilíneos, recorridos por corrientes del mismo sentido de 10 A y 20 A respectivamente, están separados 10 cm. Calcular:

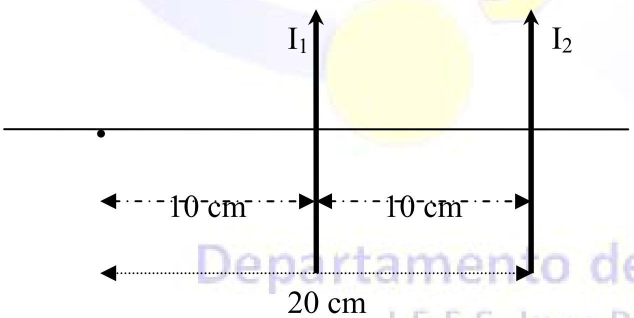
a) Campo magnético creado en un punto situado a 10 cm del primer conductor y a 20 cm del segundo.

b) Fuerza por unidad de longitud sobre un conductor rectilíneo situado en el mismo plano que los otros dos conductores, paralelo y equidistante a ambos, por el que circula una corriente de 5 A en el sentido contrario al de los otros dos. Datos: ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)

a) El campo magnético será, utilizando el principio de superposición, la suma vectorial de los campos creados por cada uno de los conductores. El campo magnético creado por un conductor de este tipo atiende a las siguientes características:



- El campo magnético B es tangente a la circunferencia de radio *r*, paralelo al vector dl.
- El módulo del campo magnético B tiene el mismo valor en todos los puntos de dicha circunferencia.



El campo magnético creado por la corriente 1 viene dado por la Ley de Biot-Savart:

$$B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1}$$

Para la corriente 2:

$$B_2 = \frac{\mu \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2}$$

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} + \frac{\mu \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} = \frac{4\pi 10^{-7} N/A^2 \cdot 10}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}1} + \frac{4\pi 10^{-7} N/A^2 \cdot 20}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}2} = 2 \cdot 10^{-5} T$$ y su dirección sale del papel.

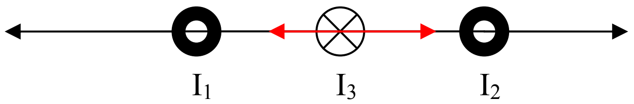
$$B = 2 \cdot 10^{-5} \hat{k}\ T$$

b) La fuerza por unidad de longitud de I_1 sobre I_3 viene dada por:

$$\frac{F_{13}}{l}=\frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_3}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

Por tanto:

$$\frac{F_{13}}{l}=\frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_3}{2 \cdot \pi \cdot d}=\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\, N \cdot A^{-2} \cdot 10A \cdot 5A}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05m}=2 \cdot 10^{-4}\ N \cdot m^{-1}$$



La fuerza por unidad de longitud de I_2 sobre I_3 vendrá dada por:

$$\frac{F_{23}}{l}=\frac{\mu \cdot I_2 \cdot I_3}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

Por tanto:

$$\frac{F_{23}}{l}=\frac{\mu \cdot I_2 \cdot I_3}{2 \cdot \pi \cdot d}=\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\, N \cdot A^{-2} \cdot 20A \cdot 5A}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05}=4 \cdot 10^{-5}\ N \cdot m^{-1}$$

Como son de sentidos contrarios, su suma será:

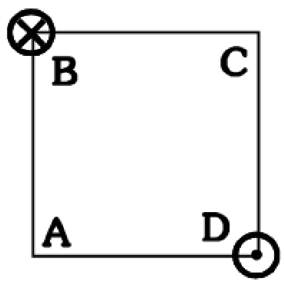
$$\frac{F_{23}}{l}+\frac{F_{13}}{l}=-2 \cdot 10^{-5}\ \hat{\imath}\, N \cdot m^{-1}$$

6.- Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3 A y 4 A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como ilustra la figura. El sentido de las corrientes es el indicado en la figura.

a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en el vértice A.

b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en A y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos.

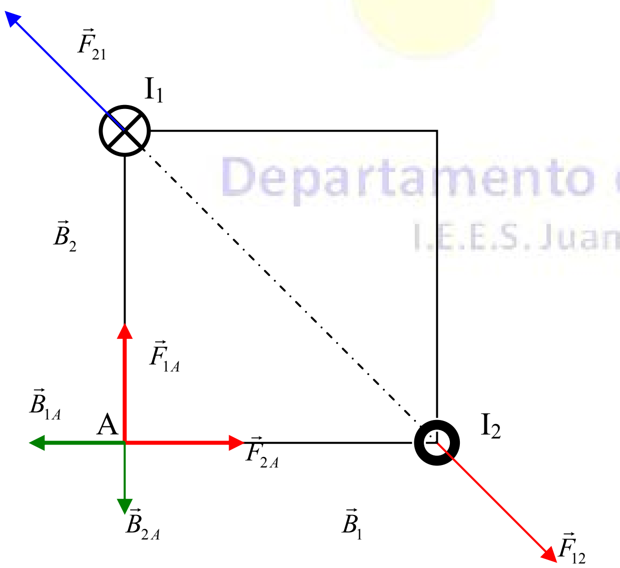
Datos: ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)



a) Como las Intensidades de ambos hilos son opuestas, las fuerzas que ejercen los conductores entre sí, serán repulsivas.

La fuerza aplicada por el conductor 1 sobre A, F_1 será atractiva hacia el conductor. Por tanto si F_1 va hacia, aplicando la regla del tornillo, como la corriente I_1 entra en el plano de la hoja, el campo magnético B_1 creado por 1 en A tiene dirección $-\hat{i}$.

La fuerza aplicada por el conductor 2 sobre A, F_2 será atractiva hacia el conductor. Por tanto si F_2 va hacia, aplicando la regla del tornillo, como la corriente I_2 sale del plano de la hoja, el campo magnético B_2 creado por 2 en A tiene dirección $-\hat{j}$



b) El campo magnético producido por un hilo conductor en un punto a una distancia d, viene dado por la Ley de Biot – Savart:

$$B=\frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

sustituyendo valores y utilizando el principio de superposición, tenemos:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2=\frac{\mu\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot d_1}\hat{r}_1+\frac{\mu\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d_2}\hat{r}_2=\frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\,N\cdot A^{-2}\cdot 3A}{2\cdot\pi\cdot 2}(-\hat{i})+\frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\,N\cdot A^{-2}\cdot 4A}{2\cdot\pi\cdot 2}(-\hat{j})=7\cdot 10^{-7}\,\hat{r}=\left(-3\cdot 10^{-7}\,\hat{i}-4\cdot 10^{-7}\,\hat{j}\right)\,T$$

La fuerza sobre una porción L, de la segunda corriente rectilínea por la que circula una corriente I_2 en el mismo sentido es

$$F_{12}=I_2\cdot l_1\cdot B_1$$

La fuerza que ejerce el campo magnético producido por la corriente de intensidad I_2 sobre la una porción de longitud l de corriente rectilínea de intensidad I_1, es igual pero de sentido contrario.

$$F_{21}=I_1\cdot l_2\cdot B_2$$

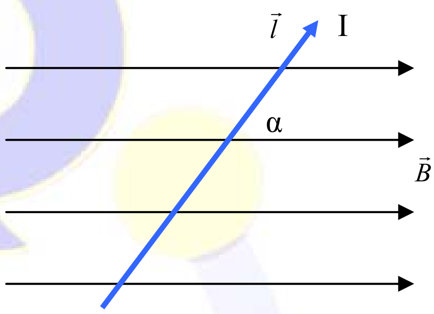
Como:

$$B_1=\frac{\mu\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot d}\quad y\quad B_2=\frac{\mu\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d}$$

Si pasamos l al miembro de la derecha en ambas expresiones de la fuerza y sustituimos B por su valor, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{F_{12}}{l_2}=I_2\cdot B_1=\dfrac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d}\\[2ex] \dfrac{F_{21}}{l_1}=I_1\cdot B_2=\dfrac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{F}{l}=\frac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d}=\frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\,N\cdot A^{-2}\cdot 3A\cdot 4A)}{2\cdot\pi\cdot 2\sqrt{2}}=6\sqrt{2}\;N\cdot m^{-1}=8,48\cdot 10^{-7}\;N$$

7.- Un conductor recto de 2 m de largo por el que circula una corriente de 3 A está en el interior de un campo Magnético uniforme de 1,5 T. El conductor forma un ángulo de 37º con la dirección del campo magnético. ¿Cuál es el valor de la fuerza que actúa sobre el conductor?



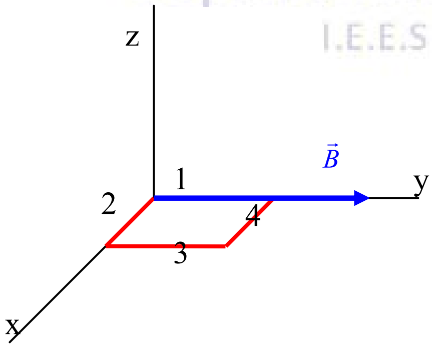
Aplicando directamente la Ley de Laplace, obtenemos:

$$F=I\cdot l\cdot B\cdot sen\alpha=3A\cdot 2m\cdot 1,5T\cdot sen37=5,42N$$

Su dirección, utilizando la regla de Maxwell, será hacia dentro del papel. Por tanto:

$$\vec{F}=-5,42\;\hat{k}\;N$$

8.- Por una espira rectangular de 10 y 20 cm de lado, situada en el plano XY, circula una corriente de 5 A en el sentido horario. Se aplica un campo magnético de 2 T dirigido en el sentido positivo del eje OY. Calcular la fuerza magnética sobre cada lado de la espira. ¿Qué movimiento realizará la espira?



En los lados 1 y 3, como son perpendiculares al campo, las fuerzas dadas por le Ley de Laplace nulas ya que:

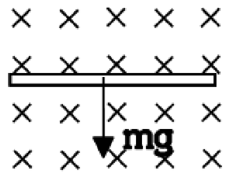
$$F=I\cdot l\cdot B\cdot sen\alpha=I\cdot l\cdot B\cdot sen0=0$$

En los lados 2 y 4, al ser perpendiculares, su valor será:

$$\vec{F}_2=I\cdot(\vec{l}\wedge\vec{B})=5A\cdot 0,1\cdot 2T=1\hat{k}\;N$$
$$\vec{F}_4=I\cdot(\vec{l}\wedge\vec{B})=5A\cdot 0,1\cdot 2T=-1\hat{k}\;N$$

La espira girará en sentido horario.

9.- Un alambre homogéneo de 50 cm de longitud y 10 g de masa se encuentra "sumergido" en un campo magnético de 0,2 T, como indica la figura. Determina la magnitud y dirección de la intensidad de corriente que deberá circular para que se mantenga en equilibrio y no caiga por acción de su propio peso.



Para que no caiga por la acción de su propio peso, tiene que compensarse la fuerza peso, con la fuerza de Laplace, por tanto:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{P} = m\cdot\vec{g} \\ \vec{F} = I\cdot\left(\vec{l} \wedge \vec{B}\right)\end{array}\right\} m\cdot g = I\cdot l\cdot B\cdot sen\alpha$$

Despejando I tenemos:

$$I = \frac{m\cdot g}{l\cdot B\cdot sen\alpha}$$

Como los vectores $\vec{l}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares, el ángulo que forman es de 90, y su seno es uno, por tanto:

$$I = \frac{m\cdot g}{l\cdot B} = \frac{0,01kg\cdot 9,81N\cdot kg^{-1}}{0,5m\cdot 0,2T} = 0,981A$$

Y el sentido, utilizando la regla de Maxwell ha de ser hacia la derecha, para que la fuerza vaya hacia arriba.

10.- Una bobina de 100 espiras cuadradas de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo: B = 2t² T.

a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.

b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor para t = 4 s.

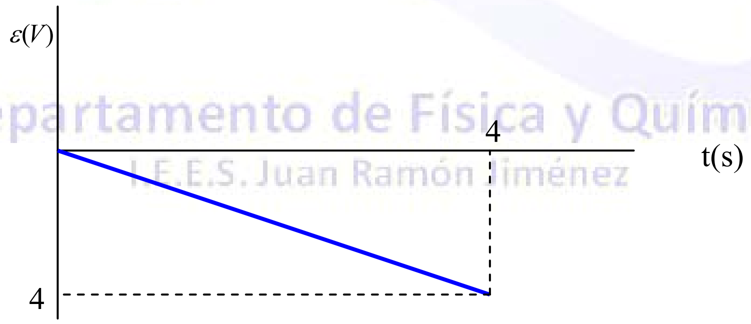
a) El flujo magnético, viene dado por la expresión:

$$\phi = N\cdot\vec{B}\cdot\vec{S} = N\cdot B\cdot S\cdot\cos\alpha = N\cdot B\cdot S\cdot\cos\frac{\pi}{2} = N\cdot B\cdot S = 100\cdot 2t^2\cdot\left(0,05\right)^2 = 0,5t^2 \text{ T}\cdot\text{m}^2$$

b) La f.e.m. inducida vendrá dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(0,5t^2\right) = -t\ V$$

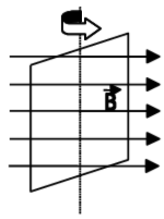
Su representación gráfica será:



A los 4 segundos:

$$\varepsilon = -4\ V$$

11.- Hacemos girar una espira cuadrada de 0,5 m de lado con una velocidad angular de 200 rad/s en el interior de un campo magnético uniforme de 0,8 T tal y como se indica en la figura. Calcula la f.e.m. inducida en el cuadro y representarla gráficamente. (Considerar que inicialmente el ángulo que forman B y S es cero)



Mediante la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

El flujo será:

$$\phi = N\cdot\vec{B}\cdot\vec{S} = N\cdot B\cdot S\cdot\cos\alpha = BS\cdot\cos\alpha$$

Como el ángulo α viene dado por:

$$\alpha = \omega\cdot t$$

El flujo será:

$$\phi = BS\cdot\cos(\omega\cdot t)$$

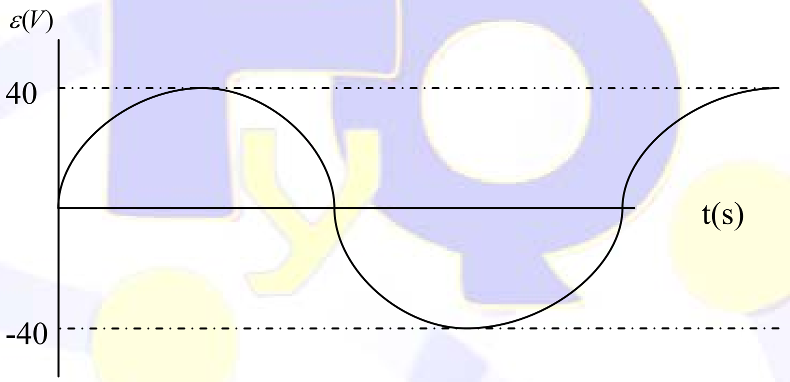
Y por tanto la fuerza electromotriz será:

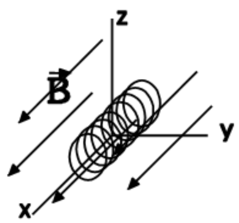
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}BS\cdot\cos(\omega\cdot t) = B\cdot S\cdot\omega\cdot sen(\omega t)$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$\varepsilon = B\cdot S\cdot\omega\cdot sen(\omega t) = 0,8T\cdot(0,5m)^2\cdot 200rad\cdot s^{-1}\cdot sen(200t) = 40\cdot sen(200t)\ V$$

Su representación gráfica considerando que el ángulo inicial entre B y S es cero, es:





12.- Una bobina de 10 espiras, de 2 cm^2 cada una, gira a 100 rpm alrededor del eje OZ, en presencia de un campo magnético uniforme de 0,2 T dirigido en el sentido positivo del eje OX.
a) Escribir la expresión de la f.e.m. inducida.
b) f.e.m. inducida si, manteniendo la espira en reposo, la intensidad del campo disminuye uniformemente con el tiempo, anulándose en 5 s.

a) Lo Primero es pasar la velocidad angular a radianes por segundo, para ello:

$$100r.p.m. = 100\frac{rev}{\min}\cdot\frac{2\pi rad}{1rev}\cdot\frac{1\min}{60s} = \frac{20}{6}\pi rad\cdot s^{-1} = 10,5\ rad\cdot s^{-1}$$

La expresión de la fuerza electromotriz, viene dada mediante la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

El flujo será:

$$\phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Como el ángulo α viene dado por:

$$\alpha = \omega \cdot t$$

El flujo será:

$$\phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Y por tanto la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t) = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen(\omega t)$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen(\omega t) = 10 \cdot 0,2T \cdot 2 \cdot 10^{-4}\, m^2 \cdot 10,5 rad \cdot s^{-1} \cdot sen(10,5t) = 4,2 \cdot 10^{-3} \cdot sen(10,5t)\ V$$

b) en este caso, utilizamos:

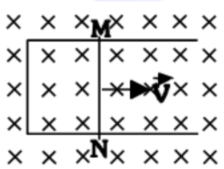
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

El flujo al final será nulo, ya que el campo se anula a los 5 segundos, por tanto:

$$\Delta\phi = \phi_f - \phi_o = 0 - N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0 = -N \cdot B \cdot S$$

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{N \cdot B \cdot S}{\Delta t} = \frac{10 \cdot 0,2T \cdot 2 \cdot 10^{-4}\, m^2}{5s} = 8 \cdot 10^{-5}\ V$$

Del dibujo vemos que el ángulo formado por B y S es 0.



13.- Una espira rectangular está formada por un lado móvil MN que se mueve como se indica en el dibujo con v=1 m/s. Dicha espira sufre un campo magnético perpendicular a ella B = 5 T.
Si MN = 10 cm. ¿Qué f.e.m. se produce? ¿Qué sentido tiene la corriente? (Nota: la superficie de la espira viene dada por S = b · h, con h=10 cm y b = v · t)

La expresión de la fuerza electromotriz, viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

El flujo será:

$$\phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = 1 \cdot B \cdot S \cdot \cos 180 = -B \cdot S$$

Como la superficie de la espira es: $S = b \cdot h = v \cdot t \cdot h = 1m \cdot s^{-1} \cdot t \cdot 0,1m = 0,1 \cdot t\ m^2$

Entonces el flujo será:

$$\phi = B \cdot S = -5 \cdot 0,1t = -0,5 \cdot t\ Wb$$

Y por tanto la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(-0,5t) = 0,5\ V$$

Si el lado MN de la espira se mueve hacia la derecha, es porque estará sometido a una fuerza en esa dirección, por tanto, aplicando la Ley de Laplace, para que esto ocurra la intensidad de la corriente debe circular en sentido horario.

14.- Un haz de electrones se mueve acelerado por una diferencia de potencial de 50 kV en el sentido positivo del eje OX y penetra en una región en la que existe un campo magnético B = 2 j (T). Calcular:

a) Radio de la órbita descrita por los electrones.

b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que los electrones mantuvieran su trayectoria rectilínea. Datos: (m_e = 9,1· 10^{-31} kg ; e = 1,6 · 10^{-19} C)

a) Para calcular el radio, necesitamos antes la velocidad del haz de electrones. Sabemos que en el movimiento de una carga, la variación de su energía potencial es igual a la variación de su energía potencial cambiada de signo:

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pe} \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = q \cdot \Delta V$$

De donde despejando la velocidad, tenemos que:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 50 \cdot 10^{3}\, V}{9,1 \cdot 10^{-31}\, kg}} = 1,32 \cdot 10^{8}\, m \cdot s^{-1}$$

Como el radio de la órbita viene dado por:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sustituyendo valores, obtenemos:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot 1,33 \cdot 10^{8}\, m \cdot s^{-1}}{1,6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 2 \cdot T} = 3,77 \cdot 10^{-4}\, m$$

b) Para que el electrón mantenga su trayectoria rectilínea, la suma de las fuerzas que actúan sobre él ha de ser nula.

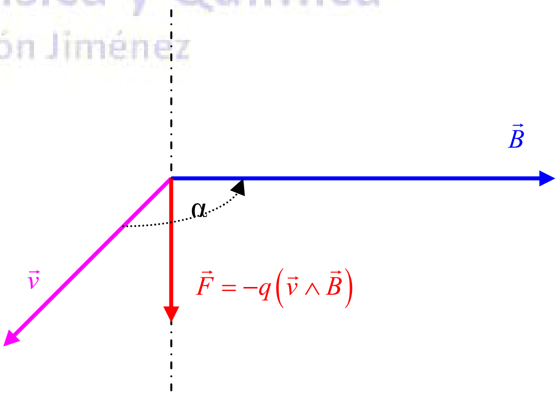
Por tanto, para que esto ocurra, la fuerza electrostática ha de ser igual a la magnética:

$$\left.\begin{aligned} F_e &= q \cdot E \\ F_m &= q \cdot v \cdot B \end{aligned}\right\} q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$

Despejando E de esta expresión, obtenemos:

$$E = v \cdot B = 1,33 \cdot 10^{8}\, m \cdot s^{-1} \cdot 2T = 2,66 \cdot 10^{8}\, N \cdot C^{-1}$$

Para determinar la dirección de esta fuerza, utilizamos la regla del sacacorchos, como V tiene dirección $\hat{i}$ y B tiene dirección $\hat{j}$, como $\vec{F} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$, esto nos da una dirección $\hat{k}$ para la fuerza, pero como la carga del electrón es negativa, la fuerza irá en sentido contrario hacia $-\hat{k}$. Por tanto:



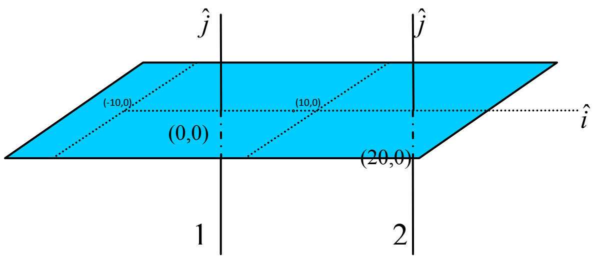
$$\vec{E} = -2,66 \cdot 10^{8}\, \hat{k}\, N \cdot C^{-1}$$

15.- Dos conductores rectilíneos de gran longitud, paralelos, están situados entre el eje X y el eje Y (plano XY). Uno de ellos coincide con el eje OY y el otro pasa por el punto (20,0) cm. Calcular el campo magnético en (-10,0) y (10,0) cm si:

a) Por ambos conductores circula una corriente de 5 A en el sentido positivo del eje OY

b) Se invierte el sentido de la corriente en el conductor situado en el eje OY

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A



a) Si por ambos conductores circula una corriente de 5 A en la dirección $\hat{j}$, en el punto (10,0) el conductor 1 creará un campo B_1 en la dirección $-\hat{k}$ y el conductor 2 en la dirección $\hat{k}$.

$$B_1 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

$$B_2 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

Por tanto la suma de ambos será nula.

$$B_{(10,0)} = B_{1(10,0)} + B_{2(10,0)} = 0\ T$$

En el punto (-10,0) el campo creado por ambos conductores tendrá dirección $\hat{k}$ y sus módulos serán:

$$B_1 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

$$B_2 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,3m} = 3,33\cdot 10^{-6}\,T$$

La suma de ambos, será:

$$B_{(-10,0)} = B_{1(-10,0)} + B_{2(-10,0)} = 1\cdot 10^{-5}\ T + 3,33\cdot 10^{-6}\,T = 1,33\cdot 10^{-5}\,T$$

b) Si por el conductor 1 circula una corriente de 5 A en la dirección $-\hat{j}$, y por el 2 en la dirección $\hat{j}$, en el punto (10,0) ambos conductores crearán un campo en la dirección $\hat{k}$.

$$B_1 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

$$B_2 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

Por tanto la suma de ambos será:

$$B_{(10,0)} = B_{1(10,0)} + B_{2(10,0)} = 2\cdot 10^{-5}\ T$$

Y:

$$B_{(10,0)} = 2\cdot 10^{-5}\ \hat{k}\ T$$

En el punto (-10,0) el campo creado por el conductor 1 tendrá dirección $-\hat{k}$ y el campo creado por el conductor 2 tendrá dirección $\hat{k}$ y sus módulos serán:

$$B_1 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,1m} = 1\cdot 10^{-5}\,T$$

$$B_2 = \frac{\mu_o \cdot I}{2\cdot\pi\cdot d} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\, T\cdot m\cdot A^{-1}\cdot 5A}{2\cdot\pi\cdot 0,3m} = 3,33\cdot 10^{-6}\,T$$

Como ambos son de la misma dirección, pero de sentido contrario, la suma vectorial de ambos, será:

$$B_{(-10,0)} = B_{1(-10,0)} + B_{2(-10,0)} = 1{\cdot}10^{-5}\ T - 3{,}33{\cdot}10^{-6}\,T = 6{,}66{\cdot}10^{-6}\,T$$

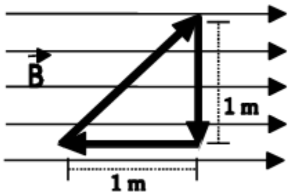
En la dirección de $-\hat{k}$, por tanto:

$$B_{(-10,0)} = -6{,}66{\cdot}10^{-6}\,\hat{k}\ T$$

16.- En la figura está representado un campo magnético uniforme B = 0,5 T. Calcular:

a) Módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados del circuito, cuando por él circula una corriente de 10 A, en el sentido indicado por la figura.

b) ¿Cuál es la fuerza total sobre el circuito?



a) Sabemos que la fuerza que actúa por un conductor rectilíneo viene dada por la Ley de Laplace $\vec{F} = I(\vec{l} \wedge \vec{B})$, así que llamando 1 al conductor oblicuo, 2 al perpendicular al campo y 3 al paralelo, tenemos:

$$\vec{F}_1 = I{\cdot}l{\cdot}B{\cdot}Sen\alpha\hat{r}_1 = 10A{\cdot}\sqrt{2}m{\cdot}0{,}5T{\cdot}sen45°\hat{r}_1 = -5\hat{k}\ \mathrm{N}$$
$$\vec{F}_2 = I{\cdot}l{\cdot}B{\cdot}Sen\alpha\hat{r}_2 = 10A{\cdot}1m{\cdot}0{,}5T{\cdot}sen90\hat{r}_2 = 5\hat{k}\ \mathrm{N}$$
$$\vec{F}_3 = I{\cdot}l{\cdot}B{\cdot}Sen\alpha\hat{r}_1 = 10A{\cdot}1m{\cdot}0{,}5T{\cdot}sen180°\hat{r}_1 = 0\ \mathrm{N}$$

b) La fuerza total sobre el circuito será la suma de ambas:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0\ N$$

La espira no se desplazará, pero si girará.

17.- Una bobina cuadrada y plana (S=25 cm^2) de 5 espiras está en el plano XY;

a) Calcula la f.e.m. inducida si se aplica un campo magnético en dirección del eje z, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 segundos.

b) Calcula la f.e.m. media inducida si el campo magnético permanece constante (0,5 T) y la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ en 0,1 segundos.

a) Sabemos que el flujo viene dado por:

$$\phi = N{\cdot}\vec{B}{\cdot}\vec{S}$$

Como los vectores B y S son paralelos, tenemos que:

$$\phi = N{\cdot}B{\cdot}S$$

En el instante inicial tenemos que:

$$\phi_o = N{\cdot}B{\cdot}S = 5{\cdot}0{,}5T{\cdot}25{\cdot}10^{-4}\,m^2 = 6{,}25{\cdot}10^{3}\ Wb$$

En el instante final:

$$\phi_f = N{\cdot}B{\cdot}S = 5{\cdot}0{,}2T{\cdot}25{\cdot}10^{-4}\,m^2 = 2{,}5{\cdot}10^{3}\ Wb$$

Por tanto, utilizando la Ley de Faraday-Lenz, tenemos que:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0{,}1s} = -\frac{2{,}5{\cdot}10^{-3} - 6{,}25{\cdot}10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}0375V$$

b) En este caso, el flujo inicial es:

$$\phi_o = N{\cdot}B{\cdot}S = 5{\cdot}0,5T{\cdot}25{\cdot}10^{-4}\,m^2 = 6,25{\cdot}10^{3}\ Wb$$

El flujo final será:

$$\phi_f = N{\cdot}B{\cdot}S{\cdot}\cos 90 = 0$$

Puesto que la espira gira y se coloca en el plano XZ, por tanto el vector S tendrá dirección $\hat{\imath}$ y el campo dirección $\hat{z}$

Ahora la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0 - 6,25{\cdot}10^{-3}}{0,1} = 0,0625V$$

18.- Un solenoide de 20 cm de longitud formado por 600 espiras tiene una resistencia de 12 Ω. Determinar el valor del campo magnético en su interior cuando está conectado a una diferencia de potencial de 100 V.

El campo magnético creado en el interior de un solenoide viene dado por la expresión: $B = \frac{\mu{\cdot}N{\cdot}I}{l}$.

Para calcularlo, tenemos todos los datos excepto la Intensidad de corriente que circula por él. Para calcularla utilizaremos la Ley de Ohm: $V = I{\cdot}R$.

Como tenemos la resistencia y tenemos la diferencia de potencial, podemos calcular la intensidad:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{100V}{12\Omega} = \frac{25}{3}A$$

Una vez obtenida la intensidad, sustituimos en:

$$B = \frac{\mu{\cdot}N{\cdot}I}{l} = \frac{4{\cdot}\pi{\cdot}10^{-7}{\cdot}600{\cdot}\frac{25}{3}}{0,2} = \frac{\pi}{100}T = 0,0314T$$

19.- Un solenoide de 27 centímetros de longitud está formado por 800 espiras. Hallar el valor de la intensidad de la corriente que debe circular por él para que el campo magnético generado en su interior sea 0,012 teslas si:

a) No se introduce ningún núcleo de hierro en el solenoide.

b) Se introduce en el solenoide un núcleo de hierro. Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Tm/A;* $\mu_{Hierro} = 1000\mu_o$

a) El campo magnético en el interior de un solenoide es: $B = \frac{\mu_o{\cdot}N{\cdot}I}{l}$, la intensidad I será:

$$I = \frac{B{\cdot}l}{\mu_o{\cdot}N} = \frac{0,012{\cdot}0,27}{4{\cdot}\pi{\cdot}10^{-7}{\cdot}800} = 3,2A$$

b) En el caso de que el núcleo sea de hierro, tendremos que: $B = \frac{\mu_{Hierro}{\cdot}N{\cdot}I}{l}$, y la intensidad será:

$$I = \frac{B{\cdot}l}{\mu_{Hierro}{\cdot}N} = \frac{0,012{\cdot}0,27}{1000{\cdot}4{\cdot}\pi{\cdot}10^{-7}{\cdot}800} = 3,2{\cdot}10^{-3}A$$

20.- Un anillo toroidal, formado por 2700 espiras, tiene una longitud de 90 centímetros y consta de un núcleo de hierro. Hallar el valor del campo magnético en su interior cuando circula una corriente eléctrica de 5 amperios de intensidad por sus espiras.

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Tm/A;* $\mu_{Hierro} = 1000\mu_o$

El campo magnético en el interior de un toroide viene dado por:

$$B = \frac{\mu_H \cdot N \cdot I}{l} = \frac{10^3 \mu_o \cdot N \cdot I}{l} = \frac{10^3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2700 \cdot 5}{0,9} = 6\pi\ T = 18,84\ T\ ,$$

21.- Una bobina circular de 200 espiras y de 10 cm de radio se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético de 0,2 T. Determinar la f.e.m. inducida en la bobina si, en 0,1 s:

a) Se duplica el campo magnético.
b) Se anula el campo.
c) Se invierte el sentido del campo.
d) Se gira la bobina 90º en torno al eje paralelo al campo.
e) Se gira la bobina 90º en torno al eje perpendicular al campo

a) El flujo inicial a través de la bobina será:

$$\phi_o = N \cdot B \cdot S = 200 \cdot 0,2 \cdot 0,01 \cdot \pi = 0,4 \cdot \pi \text{ Wb}$$

El flujo final si el campo se duplica será:

$$\phi_f = N \cdot B \cdot S = 200 \cdot 0,4 \cdot 0,01 \cdot \pi = 0,8 \cdot \pi \text{ Wb}$$

La fuerza electromotriz viene dada por:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0,8\pi - 0,4\pi}{0,1} = -4\pi\ V = -12,56\ V$$

b) El flujo inicial a través de la bobina será:

$$\phi_o = N \cdot B \cdot S = 200 \cdot 0,2 \cdot 0,01 \cdot \pi = 0,4 \cdot \pi \text{ Wb}$$

El flujo final si el campo se anula será:

$$\phi_f = N \cdot B \cdot S = 0$$

La fuerza electromotriz viene dada por:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0 - 0,4\pi}{0,1} = 4\pi\ V = 12,56\ V$$

c) El flujo inicial a través de la bobina será:

$$\phi_o = N \cdot B \cdot S = 200 \cdot 0,2 \cdot 0,01 \cdot \pi = 0,4 \cdot \pi \text{ Wb}$$

El flujo final si se invierte el sentido del campo será:

$$\phi_f = N \cdot B \cdot S \cdot -1 = -200 \cdot 0,2 \cdot 0,01 \cdot \pi = -0,4 \cdot \pi \text{ Wb}$$

La fuerza electromotriz viene dada por:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{-0,4\pi - 0,4\pi}{0,1} = 8\pi\ V = 25,12\ V$$

d) El flujo inicial a través de la bobina será:

$$\phi_o = N{\cdot}B{\cdot}S = 200{\cdot}0,2{\cdot}0,01{\cdot}\pi = 0,4{\cdot}\pi \text{ Wb}$$

El flujo final si se gira 90° en torno al eje paralelo al campo será el mismo:

$$\phi_f = N{\cdot}B{\cdot}S = 200{\cdot}0,2{\cdot}0,01{\cdot}\pi = 0,4{\cdot}\pi \text{ Wb}$$

Por tanto, ahora la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{0,4\pi - 0,4\pi}{0,1} = 0\ V$$

e) El flujo inicial a través de la bobina será:

$$\phi_o = N{\cdot}B{\cdot}S = 200{\cdot}0,2{\cdot}0,01{\cdot}\pi = 0,4{\cdot}\pi \text{ Wb}$$

El flujo final si se gira 90° en torno al eje perpendicular al campo será:

$$\phi_f = N{\cdot}B{\cdot}S{\cdot}\cos 90 = 0$$

Por tanto, ahora la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{-0,4\pi}{0,1} = 4\pi\ V = 12,56V$$

22.- El flujo magnético que atraviesa una espira está dada por $\Phi = 10\ (t^2 - 8t)$ Wb.
- *a) Calcular la expresión de la f.e.m. inducida en función del tiempo.*
- *b) ¿En qué instante el valor de la f.e.m. se hace cero?*

a) La f.e.m. inducida viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}10\left(t^2 - 8t\right) = \left(-20t + 80\right)\ V$$

b) Para ver donde se anula, igualamos a cero y despejamos t:

$$-20t + 80 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{80}{20} = 4s$$

23.- Una espira circular se encuentra inmersa en un campo magnético uniforme de 2 T perpendicular al plano de la espira. El área de la espira crece a razón de 24 cm²/s.
Calcular:
- *a) La f.e.m. inducida.*
- *b) La corriente eléctrica inducida si la espira tiene una resistencia de 125 mΩ.*

a) El flujo que atraviesa la espira será: $\phi = N{\cdot}B{\cdot}S = 2{\cdot}24{\cdot}10^{-4}t = 4,8{\cdot}10^{-3}t$, por tanto la f.e.m. será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(4,8{\cdot}10^{-3}t\right) = -4,8{\cdot}10^{-3}\ V$$

b) La corriente vendrá dada por la Ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-4,8 \cdot 10^{-3}\,V}{125 \cdot 10^{-3}\,\Omega} = 0,0384\,A$$

24.- Una espira de 10 cm² de área está situada perpendicularmente en el seno de campo magnético uniforme de 1 T. Si el campo disminuye proporcionalmente hasta anularse al cabo de 2 segundos, calcular la fuerza electromotriz inducida y representa el campo magnético y la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.

La fuerza electromotriz viene dada por:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

El flujo inicial a través de la espira será:

$$\phi_o = N \cdot B \cdot S = 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 10^{-3}\ Wb$$

El flujo final si el campo disminuye hasta anularse será:

$$\phi_f = N \cdot B \cdot S = 0$$

Por tanto, la fuerza electromotriz será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_f - \phi_o}{0,1s} = -\frac{-10^{-3}\,Wb}{2s} = 5 \cdot 10^{-4}\,V$$

La representación gráfica de ambas es:

25.- Una bobina formada por 500 espiras circulares de 5 cm de radio gira en el interior de un campo magnético horizontal uniforme de 0,2 T alrededor de un eje vertical que pasa por su centro, a razón de 500 vueltas por minuto.

a) Calcular el valor de la f.e.m. inducida en cualquier instante. ¿Cuál es su valor cuando t = 2 s.?
b) Calcular el valor máximo de la f.e.m.
c) Hallar el periodo y la frecuencia de la corriente.

a) La velocidad angular en rad/s es: $\omega = 500 r.p.m. = 500 \frac{vueltas}{minuto} \cdot \frac{2\pi rad}{1\ vuelta} \cdot \frac{1 \text{ minuto}}{60 seg} = \frac{50}{3}\pi\ rad \cdot s^{-1}$

El flujo viene dado por: $\phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega t = 500 \cdot 0,2 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cos\left(\frac{50\pi t}{3}\right) = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{50\pi t}{3}\right)$

La f.e.m. la deducimos mediante la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{50\pi t}{3}\right)\right) = \frac{\pi}{4} sen\left(\frac{50\pi t}{3}\right) \cdot \left(\frac{50\pi}{3}\right) = \frac{50\pi^2}{12} sen\left(\frac{50\pi t}{3}\right) = 41,12 \cdot sen(52,35t)\ \text{V}$$

En t=2 segundos:

$$\varepsilon = \frac{50\pi^2}{12} sen\left(\frac{100\pi}{3}\right) = 39{,}8\ V$$

b) El valor máximo de la f.e.m. será cuando el seno valga uno, por tanto:

$$\varepsilon_{máx} = \frac{50\pi^2}{12} = 41{,}12\ V$$

c) El periodo de la corriente será:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{50}{3}\pi} = \frac{6}{50} = 0{,}12s$$

Y la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}12} = \frac{25}{3} = 8{,}33Hz$$

26.- Un cuadro formado por 40 espiras de 5 cm de radio gira alrededor de un diámetro con una frecuencia de 20 Hz dentro de un campo magnético uniforme de 0´1 T. Si en el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo, determinar:

a) El flujo que atraviesa el cuadro en cualquier instante
b) La f.e.m. inducida.
c) Representar las funciones Φ(t) y ε(t).

a) Si la frecuencia es de 20 Hz, entonces como $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, despejando la velocidad angular tenemos:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 40\pi\ rad \cdot s^{-1}$$

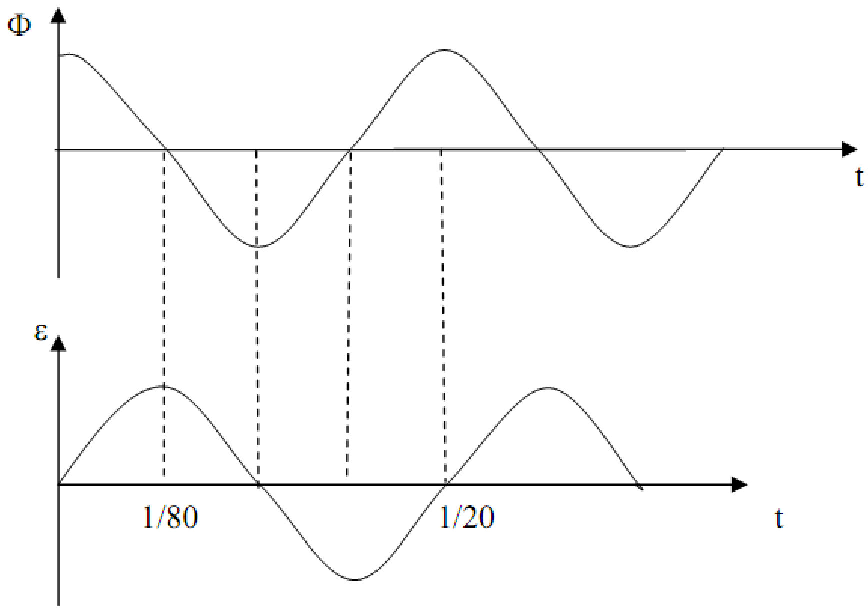
El flujo viene dado por:

$$\phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \omega t = 40 \cdot 0{,}1 \cdot \pi 0{,}05^2 \cos(40\pi t) = 0{,}01\pi \cos(40\pi t) Wb$$

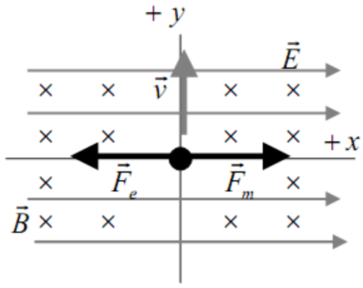
b) La f.e.m. inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(0{,}01\pi \cos(40\pi t)\right) = 0{,}4\pi^2 sen(40\pi t)\ V$$

c) La representación gráfica de ambas será:



27(S).- Un electrón con una velocidad $v = 10^5\ j\ m \cdot s^{-1}$ penetra en una región del espacio en la que existen un campo eléctrico $E = 10^4\ i\ N \cdot C^{-1}$ y un campo magnético $B = -0{,}1\ k\ T$.
a) Analice, con ayuda de un esquema, el movimiento que sigue el electrón.
b) En un instante dado se suprime el campo eléctrico. Razone cómo cambia el movimiento del electrón y calcule las características de su trayectoria. Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $me = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg



a) El electrón por ser una partícula cargada, al entrar en una región del espacio en la que existen dos campos, eléctrico y magnético, sufrirá dos fuerzas, una eléctrica y otra magnética, dadas por las leyes de Coulomb y Lorentz, respectivamente.

Fuerza eléctrica: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ Fuerza Magnética: $\vec{F}_m = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$

La fuerza total que experimenta el electrón viene dada por la Ley General de Lorentz:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

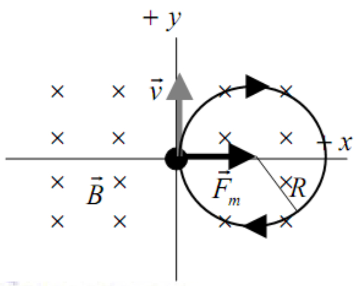
Si calculamos cada una de ellas, obtenemos:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4\ \hat{i}\ N \cdot C^{-1} = -1{,}6 \cdot 10^{-15}\hat{i}\ \ N$$

$$\vec{F}_m = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}1 \end{vmatrix} = 1{,}6 \cdot 10^{-15}\hat{i}\ N$$

Vemos que ambas fuerzas son iguales en módulo y dirección pero de sentido contrario, por lo que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el electrón, será nula. $\sum \vec{F} = 0$

Aplicando la primera ley de Newton, deducimos que el electrón continuará en su estado de movimiento, es decir, continuará con movimiento rectilíneo uniforme (MRU). Así que su trayectoria será rectilínea.



b) Al suprimir el campo eléctrico, sobre el electrón sólo actúa la fuerza magnética, que es siempre perpendicular a la velocidad de la partícula. La aceleración que sufrirá el electrón será entonces sólo aceleración normal (centrípeta), con lo que el módulo de la velocidad no cambiará y el movimiento ahora será circular uniforme (MCU). Con:

- ✓ El módulo de la velocidad será de 10^5 m/s
- ✓ El radio de la curva viene dado por la expresión:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}1} = 5{,}69 \cdot 10^{-6}\, m$$

- ✓ La velocidad angular será:

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{|q| \cdot B}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{10}\, rad \cdot s^{-1}$$

- ✓ El periodo de revolución viene dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 3{,}57 \cdot 10^{-10}\, s$$

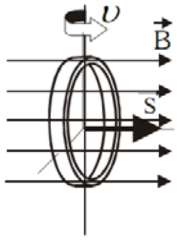
- ✓ El sentido de giro del electrón es horario, como podemos ver en el dibujo.

28(S).- Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida.

b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?

a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).



Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético ϕ_m que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el número de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:

$$\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \ldots = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

considerando el campo B uniforme y el circuito plano. α es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ (perpendicular al plano de la espira) con el campo $\vec{B}$. Inicialmente es cero (dibujo), pero cambia con el tiempo, ya que la espira describe un movimiento circular uniforme.

$$\alpha = \alpha_0 + \omega t$$

Si la frecuencia es de 20 Hz, entonces como $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, despejando la velocidad angular tenemos:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 40\pi \ rad \cdot s^{-1} \text{ y el ángulo será: } \alpha = \alpha_0 + \omega t = 40\pi t$$

El flujo magnético que atraviesa la espira será:

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 0,4 \cdot \pi \cdot 0,1^2 \cos(40\pi t) = \frac{\pi}{250}\cos(40\pi t)$$

La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz, que dice: "*La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación.*"

Por tanto la f.e.m. inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{250}\cos(40\pi t)\right) = 0,16\pi^2 sen(40\pi t) \ V$$

La f.e.m. será máxima cuando el seno sea 1, por tanto:

$$\varepsilon_{max} = 0,16\pi^2 \ V = 1,58 \ V$$

b) Al duplicar el radio de la espira, la superficie de la misma se cuadruplica, con lo que el valor máximo del flujo magnético y de la f.e.m. también se cuadruplicará

$$\phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 0,4 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cos(40\pi t) = \frac{4\pi}{250}\cos(40\pi t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{4\pi}{250}\cos(40\pi t)\right) = 0,64\pi^2 sen(40\pi t) \ V$$

La f.e.m. será máxima cuando el seno sea 1, por tanto:

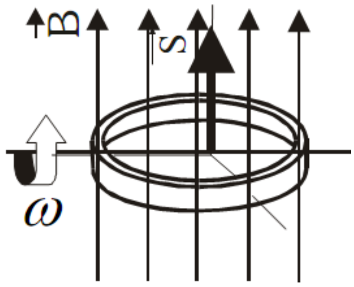
$$\varepsilon_{\max} = 0,64\pi^2\ V = 6,32\ V$$

Al duplicar la frecuencia de giro, el valor máximo del flujo magnético no se ve afectado, no depende de υ. Lo único que cambia es el ritmo de variación del flujo magnético. Según la ley de Faraday-Lenz, la f.e.m. debe cambiar. Y el valor máximo cambia (se duplica), ya que depende de υ.

29(S).- Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes t = 0 s y t = 2 s e indique el valor máximo de dicho flujo.

b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante t = 1 s.



a) Estamos ante una cuestión de inducción electromagnética (generación de corriente eléctrica en un circuito por la acción de un campo magnético).
Se inducirá corriente eléctrica en el circuito si varía respecto al tiempo el flujo magnético m φ que atraviesa la superficie encerrada por el circuito. El flujo magnético nos indica el nº de líneas de campo (considerando una línea por cada m^2) que atraviesan la superficie del circuito. Se calcula con la expresión:

$$\phi_m = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \ldots = B\cdot S\cdot \cos\alpha$$

considerando el campo B uniforme y el circuito plano.
α es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ (perpendicular al plano de la espira) con el campo $\vec{B}$.
Inicialmente es cero (dibujo), pero cambia con el tiempo, ya que la espira describe un movimiento circular uniforme, con una velocidad angular:

$$\omega = 60 r.p.m. = 60\frac{rev}{\min}\cdot\frac{1\min}{60seg}\cdot\frac{2\pi rad}{1rev} = 2\pi\ rad\cdot s^{-1}$$

De este modo $\alpha = \alpha_0 + \omega t = 0 + 2\pi t = 2\pi t\ rad$

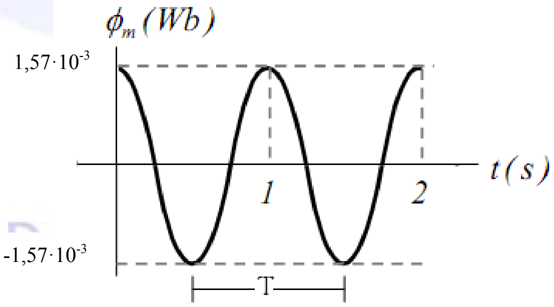
Y el flujo magnético que atraviesa la espira será:

$$\phi_m = B\cdot S\cdot\cos\alpha = 0,2\cdot\pi\cdot 0,05^2\cos(2\pi t) = \frac{\pi}{2000}\cos(2\pi t) = 1,57\cdot 10^{-3}\cos(2\pi t)Wb$$

Por tanto el valor máximo del flujo será:

$$\phi_{máx} = 1,57\cdot 10^{-3} Wb$$

La representación gráfica será:



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\ s$$

b) La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.) (ε), energía que se suministra a cada culombio de carga eléctrica, se obtiene aplicando la ley de Faraday-Lenz :

"*La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación.*"

Por tanto la f.e.m. inducida será: $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{2000}\cos(2\pi t)\right) = \frac{\pi^2}{1000}sen(2\pi t) = 9.86\cdot 10^{-3}sen(2\pi t)\ V$

Para t = 1 s, el valor de la f.e.m. inducida será de: $\varepsilon_{t=1} = 9.86\cdot 10^{-3}sen(2\pi) = 0\ V$