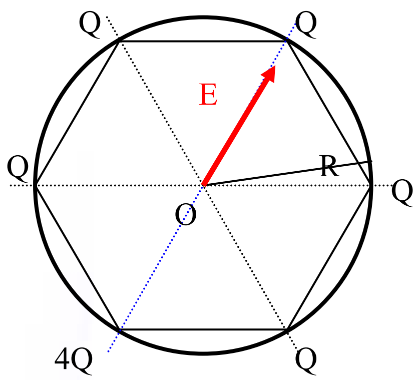
1.- Sobre una circunferencia de radio R se encuentran seis cargas eléctricas positivas igualmente espaciadas: cinco, de valor q, y la sexta de valor 4q. Halla:

a) La intensidad del campo eléctrico en el centro de la circunferencia.
b) El potencial electrostático en ese punto.
c) El trabajo necesario para situar una carga de 2q en el centro de la circunferencia.
d) La disposición que deberían tener las cargas para que el campo eléctrico resultante en el centro de la circunferencia sea nulo.

a) Para calcular la intensidad del campo eléctrico en el centro, como todas las cargas son iguales y las distancias de todas ellas al centro también, todas se anulan excepto en la dirección que une las cargas 4Q y Q:

$$E = E_{4Q} - E_Q = K\frac{4Q}{R^2} - K\frac{Q}{R^2} = \frac{3K\cdot Q}{R^2}$$



La resultante, tendrá la dirección de la carga Q sobre esa misma línea

b) Para calcular el potencial en el centro, no tenemos más que sumar los potenciales de cada una de las cargas:

$$V = \sum V_i = K\frac{9Q}{R}$$

c) Para calcular el trabajo necesario para trasladar una carga 2q, por supuesto positiva, al centro de la circunferencia desde el infinito donde V=0:

$$W_{\infty\to O} = q\left(V_o - V_\infty\right) = 2Q\cdot V_o = 2Q\cdot K\frac{9Q}{R} = \frac{18\cdot K\cdot Q^2}{R}$$

Claramente este trabajo será positivo.

d) Para que el campo eléctrico en O resultante fuera nulo, simplemente habría que reajustar la posición de la carga 4Q, puesto que las otras se compensan.
Llamando R' a la nueva distancia al centro, sobre la misma recta, de la carga 4Q, e igualando ambos campos eléctricos, tenemos:

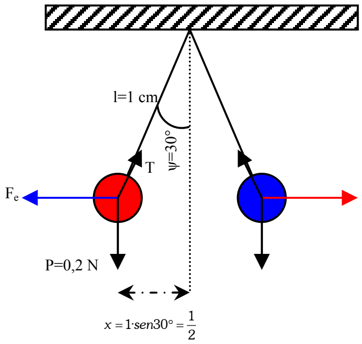
$$\left.\begin{aligned} E_{4Q} &= K\frac{4Q}{R_1^2} \\ E_Q &= K\frac{Q}{R^2} \end{aligned}\right\} E_{4Q} = E_Q \Rightarrow K\frac{4Q}{R_1^2} = K\frac{Q}{R^2} \Rightarrow \frac{4}{R_1^2} = \frac{1}{R^2}$$

Operando un poquito llegamos a:

$$\frac{R^2}{R_1^2} = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{R_1} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad R_1 = 2\cdot R$$

Por tanto si alejamos la carga 4Q una distancia igual al Radio sobre la misma línea que la une con el centro, tendremos el sistema en equilibrio, y el campo eléctrico será nulo en el centro O.

2.- Dos esferillas sumamente pequeñas, de 20 g de masa cada una y cargadas negativamente con la misma carga, están situadas en el extremos de dos hilos de seda de 1 cm de longitud, suspendidos del mismo punto. En la posición de equilibrio cada hilo forma con la vertical un ángulo de 30º. A) Calcular la tensión de los hilos en la posición de equilibrio. B) Hallar la carga de cada esfera. C) Si se descarga una de las esferillas, calcular la velocidad de la otra cuando pasa por la vertical. D) Si se desea que al descargarse una de las esferillas la otra permanezca en la misma posición de equilibrio inicial, hallar el valor, en módulo, dirección y sentido, del campo eléctrico que será necesario aplicar.



a) En el esquema de la izquierda, hemos representado la situación dada por el enunciado del problema, en él, vemos que las fuerzas que actúan sobre cada una de las esferas son el peso, la fuerza electrostática y la Tensión del hilo. Como dice que el sistema está en equilibrio, utilizando la segunda Ley de Newton llegamos a:

$$\sum_i F_i = 0$$

En el eje x: $F_e = T_x = T \cdot sen30°$

En el eje y: $P = T_y = T\cos 30°$, despejando T, tenemos: $T = \dfrac{P}{\cos 30°} = 0,226N$

b) Para calcular la carga, sustituimos en la primera ecuación: $F_e = T_x = 0,226 \cdot sen30° = 0,113N$
Por tanto; $F_e = 0,113\ N$

Como sabemos que $F_e = K \cdot \dfrac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$, y que las cargas son iguales, tenemos: $F_e = K \cdot \dfrac{q^2}{d^2}$, si despejamos el valor de la carga y sustituimos, llegamos a:

$$q = \sqrt{\frac{F_e \cdot d^2}{k}} = \sqrt{\frac{0,113N \cdot 10^{-2} m^2}{9 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}} = \pm 3,54 \cdot 10^{-8} C$$

Donde la distancia d entre las cargas la hemos calculado, haciendo $x = 0,01 sen45° = 0,005m$, y por tanto:

$$d = 2x = 0,01m$$

Como en el enunciado dicen que ambas cargas son negativas, entonces:

$$\boxed{q = -3,54 \cdot 10^{-8} C}$$

c) Si una se descarga, la otra se cae. La velocidad con que la bola llega a la vertical la calcularemos utilizando el principio de conservación de energía: $E_{M_A} = E_{M_B}$ $mgh_A = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$ ➔ $v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
Para lo cual necesitamos saber h:

$$h = 0,01m - 0,01m \cdot \cos 30° = 0,01m - 8,66 \cdot 10^{-3} m = 1,34 \cdot 10^{-3} m$$

Por tanto $v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 m/s^2 \cdot 1,34 \cdot 10^{-3} m} = 0,162\ m/s$

d) Para hallar el campo eléctrico, como sabemos la fuerza eléctrica: $F_e = 0,113\ N$, sabemos la carga, y también sabemos que $F = q \cdot E$, despejamos E y nos queda:

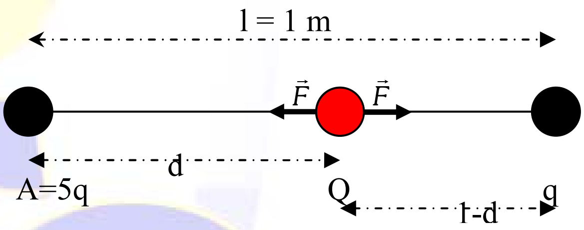
$$E = \frac{F}{q} = \frac{0{,}113N}{-3{,}54\cdot 10^{-8}C} = -3{,}19\cdot 10^{6}\,N\cdot C^{-1}$$

Por tanto el campo eléctrico será opuesto a la Fuerza electrostática. Como hemos trabajado con la partícula de la derecha, y la fuerza electrostática se dirige hacia la derecha, entonces el campo se dirige hacia la izquierda.

3.- Disponemos de tres bolitas esféricas conductoras idénticas, A, B y C, de radio tan pequeño, que se pueden considerar puntuales. Las dos primeras esferillas están fijas a una distancia l=100 cm y tienen carga eléctrica negativa, siendo la de A cinco veces mayor que la B. La esferilla C se encuentra inicialmente en el estado neutro y se puede mover libremente por la recta AB horizontal. A) Cogemos la bolita C con unas pinzas aislantes y la ponemos en contacto con la A, dejándola luego en libertad. Determinar la posición en que dicha bolita C quedará en equilibrio. B) Volvemos a coger la bolita C con las pinzas, poniéndola en contacto con la B y dejándola posteriormente libre. Determinar la nueva posición de equilibrio.

a) Sea q la carga de B y 5q la de A. Si ponemos en contacto las cargas A y C, estas llegarán al equilibrio, de forma que compartirán su carga. Por tanto:

$$q_A' = q_B' = \frac{5}{2}q$$



Tenemos que en el equilibrio, el campo creado por la A ha de ser igual al creado por la B.

$$\left.\begin{aligned} E_A &= K\frac{\frac{5}{2}Q}{d^2} \\ E_B &= K\frac{Q}{(1-d)^2} \end{aligned}\right\} E_A = E_B \quad \Rightarrow \quad K\frac{\frac{5}{2}Q}{d^2} = K\frac{Q}{(1-d)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{5}{2}}{d^2} = \frac{1}{(1-d)^2}$$

Operando un poquito llegamos a:

$$\frac{(1-d)^2}{d^2} = \frac{1}{\frac{5}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1-d}{d} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{5} - \sqrt{5}d = \sqrt{2}d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = 0{,}613\ m$$

Por tanto, la posición de equilibrio estará a 0,613 metros de la Bola A.

B) Si ahora ponemos en contacto la B con la C, tendremos: $q_A' = \frac{5}{2}q$ y $q_B' = q_C' = \frac{q+\frac{5}{2}q}{2} = \frac{7}{4}q$

Tenemos que en el equilibrio, el campo creado por la A ha de ser igual al creado por la B.

$$\left.\begin{aligned} E_A &= K\frac{\frac{5}{2}Q}{d^2} \\ E_B &= K\frac{\frac{7}{4}Q}{(1-d)^2} \end{aligned}\right\} E_A = E_B \quad \Rightarrow \quad K\frac{\frac{5}{2}Q}{d^2} = K\frac{\frac{7}{4}Q}{(1-d)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{5}{2}}{d^2} = \frac{\frac{7}{4}}{(1-d)^2}$$

Operando un poquito llegamos a:

$$\frac{(1-d)^2}{d^2} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{5}{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1-d}{d} = \sqrt{\frac{7}{10}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{10} - \sqrt{10}d = \sqrt{7}d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} = 0{,}544\ m$$

Por tanto, la posición de equilibrio estará a 0,544 metros de la Bola A.