UNIVERSIDAD DE GRANADA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
TERRITORIO DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN
CURSO 2010-2011

FÍSICA

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Debe desarrollar tres problemas (uno de campo gravitatorio y otro de eléctrico) y dos cuestiones (una de cada). c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos d) Cada cuestión se calificará con hasta 1,25 puntos, mientras que cada problema con hasta 2,5 puntos. e) Para obtener la máxima puntuación debe realizar un esquema del problema y **explicar los pasos** que se dan.

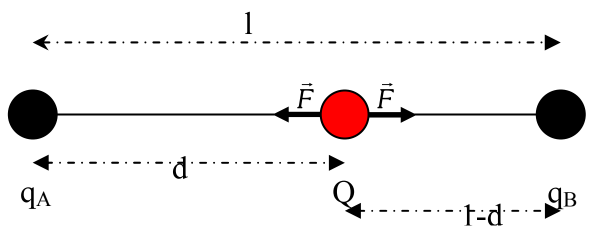
Cuestiones

C1.- a) Explique las analogías y diferencias entre el campo electrostático creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, y carácter atractivo/repulsivo. b) ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o el campo eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razone la respuesta.

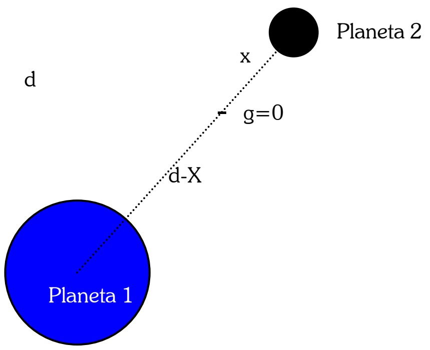
a) Las principales analogías entre campo gravitatorio y eléctrico es que ambos campos tienen un módulo que es proporcional a una constante, proporcional a la magnitud (masa o carga) de la partícula que crea el campo e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado. Ambos campos son atractivos, siempre que la carga que crea el campo sea negativa.

b) Por supuesto que si puede anularse el campo eléctrico y gravitatorio en un punto que une ambas partículas (cargas o masas), ya que en este punto los campos creado por una y otra partícula estarían enfrentados. (En el caso del campo eléctrico debería ocurrir que ambas cargas fueran del mismo signo). El procedimiento de cálculo sería:

$$\left.\begin{aligned} F_A &= K\cdot\frac{q_A\cdot Q}{d^2} \\ F_B &= K\cdot\frac{q_B\cdot Q}{(1-d)^2} \end{aligned}\right\} K\cdot\frac{q_A\cdot Q}{d^2} = K\cdot\frac{q_B\cdot Q}{(1-d)^2}$$



De forma similar para el campo gravitatorio.



$$\vec{g}_1 = \frac{-G\cdot M_1}{r^2}\hat{r} = \frac{-G\cdot M_1}{(d-x)^2}\hat{r} \qquad \vec{g}_2 = \frac{-G\cdot M_2}{r^2}\hat{r} = \frac{-G\cdot M_2}{(x)^2}\hat{r}$$

En ambos casos igualamos ambas expresiones y calculamos el punto donde se anulan.

C2.- Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve: a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario? b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?

a) Si la carga se mueve en la misma dirección y sentido que el campo, como F=q·E, entonces la partícula cada vez tendría mas velocidad, y de esta forma al alejarse cada vez más del oringen, su energía potencial disminuiría. Si es en sentido contrario, la fuerza se opone al movimiento y acabaría por pararse, a partir de donde empezaría a moverse en sentido contrario. En el primer caso, la E. potencial disminuiría, después aumentaría y después volvería a disminuir.

b) En este caso, también disminuiría, porque cada vez la distancia al origen sería mayor, en el caso de que se moviera describiendo una circunferencia haría ciclos de aumento y disminución de forma infinita.

C3.- a) Explique qué se entiende por velocidad orbital de un satélite y deduzca razonadamente su expresión para un satélite artificial que describe una órbita circular alrededor de la Tierra. b) ¿Se pueden determinar las masas de la Tierra y del satélite conociendo los datos de la órbita descrita por el satélite? Razone la respuesta.

a) Para analizar el movimiento de un satélite alrededor de la tierra. Aproximamos la orbita del planeta a una circunferencia, es decir, suponemos la trayectoria del satélite circular. Si aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento del satélite tendremos:

$$\boxed{\sum F = m_s \cdot a}$$

Si suponemos que la única fuerza de interacción entre el sol y el planeta es la gravitatoria:

$$\vec{F} = -G\frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \cdot \hat{r}$$

y que el planeta describe un movimiento circular.

Igualando ambas fuerzas, la gravitatoria y la centrípeta, tenemos:

$$\frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{r^2} = m_s a_N$$

Como

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

entonces:

$$\frac{G \cdot M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

Y de aquí:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

Que es la velocidad con la que se mueve el satélite en su órbita.

b)

Problemas

P1.- El campo eléctrico en las proximidades de la superficie de la Tierra es aproximadamente 150 N C^{-1}, dirigido hacia abajo. a) Compare las fuerzas eléctrica y gravitatoria que actúan sobre un electrón situado en esa región. b) ¿Qué carga debería suministrarse a un clip metálico sujetapapeles de 1 g para que la fuerza eléctrica equilibre su peso cerca de la superficie de la Tierra?

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $g = 10$ m s^{-2}

a)

La fuerza gravitatoria vendrá dada por: $F = P = m \cdot g = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 10 N / ck = 9{,}1 \cdot 10^{-29} N$

La fuerza electrostática será: $F = q \cdot E = 1{,}602 \cdot 10^{-19} N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot 150 N / C = 2{,}4 \cdot 10^{17} N$

Dividiendo ambas, tendremos: $\frac{F_E}{F_G} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-17}}{9{,}1 \cdot 10^{-29}} = 2{,}64 \cdot 10^{11}$ $\qquad F_E \cong 3 \cdot 10^{11} F_G$

b) Para que estén en equilibrio ambas fuerzas, tienen que ser iguales pero de sentido contrario, y por tanto:

$$F_E = F_G \quad \Leftrightarrow \quad q \cdot E = m \cdot g \quad \Leftrightarrow \quad q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{10^{-3} \cdot 10}{150} = 6{,}67 \cdot 10^{-5}\, C$$

Como quiero que estén en equilibrio, la fuerza peso y la electrostática han de ser de signo opuesto, por tanto la fuerza peso va hacia abajo y la electrostática hacia arriba, y para ello necesitamos que la carga sea negativa para que se mueva en sentido contrario al campo E.

Por tanto:

$$q = -6{,}67 \cdot 10^{-5}\, C$$

P2.- Dadas dos cargas de $+3\cdot10^{-9}$ C y $-4\cdot10^{-9}$ C, colocadas, respectivamente, en los puntos (4,0,0) y (0,0,4), calcular: A) el potencial eléctrico en el punto (0,3,0); B) el trabajo necesario para llevar una carga de prueba (1 C) desde este punto al (0,0,0). Las coordenadas están expresadas en metros.

Datos: $K=9\cdot10^{9}\ N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}$

a) De los puntos (4,0,0) y (0,0,4) al punto (0,3,0) hay la misma distancia:

$$\vec{r}_1 = (4,0,0) - (0,3,0) = (4,-3,0) \quad \Rightarrow \quad \|\vec{r}_1\| = \sqrt{16+9} = 5$$
$$\vec{r}_2 = (0,0,4) - (0,3,0) = (0,-3,4) \quad \Rightarrow \quad \|\vec{r}_2\| = \sqrt{16+9} = 5$$

Si calculamos el potencial creado por cada una de ellas en el punto (0,3,0), este será:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{r} = 9 \cdot 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}\, C}{5} = 5{,}4\ V$$
$$V_2 = K\frac{Q_2}{r} = 9 \cdot 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}\, C}{5} = -7{,}2\ V$$

El potencial total en dicho punto, y utilizando el principio de superposición, será:

$$V = V_1 + V_2 = 5{,}4\ V - 7{,}2\ V = -1{,}8\ V$$

b) Para calcular el trabajo necesitamos calcular el potencial en el origen de coordenadas, por tanto:

$$V_o = V_{0_1} + V_{0_2} = \left\{ \begin{array}{l} V_{0_1} = K\dfrac{Q_1}{r} = 9 \cdot 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{-9}\, C}{4} = 6{,}75\ V \\ V_{0_2} = K\dfrac{Q_2}{r} = 9 \cdot 10^9\, N \cdot m^2 \cdot C^{-2} \cdot \dfrac{-4 \cdot 10^{-9}\, C}{4} = -9\ V \end{array} \right\} V_0 = -2{,}25\ V$$

Sabemos que el trabajo es: $W = q \cdot \Delta V = 1 \cdot (V_o - V_1) = -2{,}25 + 1{,}8 = 0{,}45\ J$

P3.- Un satélite artificial de 1000 kg describe una órbita geoestacionaria con una velocidad de $3{,}1\cdot10^{3}$ m s^{-1}. a) Explique qué significa órbita geoestacionaria y determine el radio de la órbita indicada. b) Determine el peso del satélite en dicha órbita.

Datos: G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2} ; M_T = $6{,}0\cdot10^{24}$ kg ; R_T = 6400 km

a) Una órbita estacionaria es una órbita en la que los satélites tienen el mismo periodo de revolución que la tierra, o sea, 24 horas. Para determinar el radio, tenemos que:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sqrt{\dfrac{GM_T}{r}}}$$

Donde v es la velocidad orbital que calculamos igualando la fuerza de atracción a la fuerza centrípeta.

Por tanto para calcular el radio, despejamos de:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}}$$

y obtenemos:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G{\cdot}M_T{\cdot}T^2}{4{\cdot}\pi^2}} = 42{,}243{\cdot}10^6 \ m$$

Como vemos , para el caso de estos satélites geoestacionarios, la distancia resulta ser de unos 42300 km, o sea, describen órbitas a 36000 km de altura sobre la superficie terrestre, una distancia muy grande comparada con la altura que alcanzan los llamados "satélites de órbita baja", entre 400 y 800 km sobre la superficie.

b) El peso del satélite en dicha órbita viene dado por:

A una altura de 42000km de la superficie terrestre, tendremos:

$$g = -G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Y por tanto:

$$P = m{\cdot}g = G\frac{m{\cdot}M_T}{(R_T + h)^2} = 6{,}67{\cdot}10^{-11}\,N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}\,\frac{1000kg{\cdot}6{\cdot}10^{24}\,kg}{(42{,}243{\cdot}10^6)^2} = 224{,}27 \ kg$$

P4.- La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra, su diámetro 10 veces mayor que el terrestre y su distancia media al Sol 5 veces mayor que la de la Tierra al Sol. a) Razone cuál sería el peso en Júpiter de un astronauta de 75 kg. b) Calcule el tiempo que Júpiter tarda en dar una vuelta completa alrededor del Sol, expresado en años terrestres.

Datos: $g = 10$ m s^{-2} ; radio orbital terrestre = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.

a) Vamos a calcular el valor de la gravedad en la superficie de Júpiter:

$$g = G\frac{M_J}{R_J^2} = G\frac{300M_T}{(10R_T)^2} = 3G\frac{M_T}{R_T^2} = 3g_0 = 30m{\cdot}s^{-2}$$

Por tanto el peso del astronauta será:

$$P = m{\cdot}g = 75kg{\cdot}30N/Kg = 2250 \ N$$

b) Si la distancia media de Júpiter al sol es 5 veces la de la tierra, quiere esto decir que el radio orbital de Júpiter es 5 veces mayor que el de la tierra, por tanto el tiempo que tarda Júpiter en dar una vuelta, vendrá dado por la 3ª ley de Kepler:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}} = 2{\cdot}\pi\sqrt{\frac{(5r)^3}{G{\cdot}M_S}} = \sqrt{125}{\cdot}2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} = \sqrt{125}{\cdot}T_{Tierra} = 11{,}18 \ años$$

P5.- Dos gotas de agua, aisladas, de radios 0,5 mm y 0,8 mm, están cargadas con 40 μC y 50 μC, respectivamente. Dichas gotas reúnen para originar una sola gota. Calcular: a) El radio de esta gota; B) La carga total que adquiere; C) El potencial en un punto de su superficie.

Datos: $K=9{\cdot}10^9$ $N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}$

a) El radio se obtiene de la suma de los volúmenes, por tanto:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0{,}5)^3 = \frac{1}{6}\pi \\ V_2 &= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0{,}8)^3 = \frac{256}{375}\pi \end{aligned}\right\} V = \frac{637}{750}mm^3 \ \text{de donde: } r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{\frac{637}{750}\pi}{4\pi}} = 0{,}86mm$$

b) La carga será la suma de ambas cargas: q=90 μC

c) El potencial en un punto de la superficie vendrá dado por:

$$V = K\cdot\frac{Q}{r} = 9\cdot10^{9}\,N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}\cdot\frac{9\cdot10^{-5}\,C}{8{,}6\cdot10^{-4}\,m} = 9{,}42\cdot10^{8}\ V$$