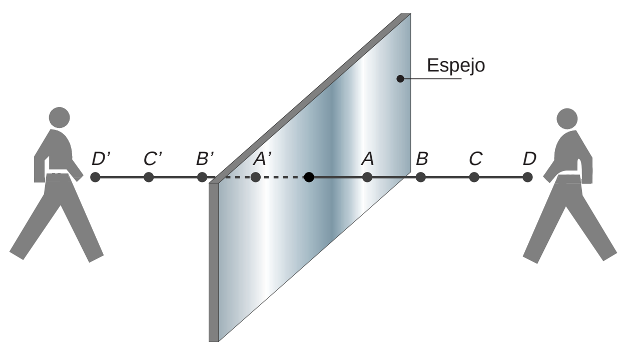
12 ÓPTICA GEOMÉTRICA

12.1. FORMACIÓN DE IMÁGENES EN UN ESPEJO PLANO

1. En la imagen que se forma de un objeto en un espejo plano se invierten la izquierda y la derecha, pero no la parte de arriba y la parte de abajo de la imagen. ¿Puedes explicar este fenómeno?

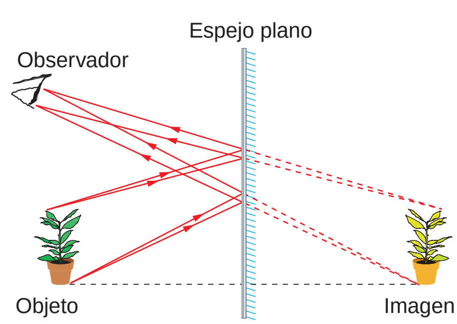
2. Analiza de nuevo la cuestión anterior y contéstala con perspectiva espacial. Si tenemos en cuenta las tres direcciones del espacio, ¿qué es, en realidad, lo que invierte un espejo?

En un espejo no se invierten la izquierda y la derecha. Lo que se invierte es el sentido en cualquier dirección perpendicular al espejo que proceda de un objeto. Ello hace que, para nuestra percepción, parezcan invertidas derecha e izquierda, ya que tendemos a posicionarnos en el lugar de la imagen (dando un giro mental de 180°). Por eso nos parece que se produce esa inversión, pero la que en realidad se produce es perpendicular al plano del espejo. Fíjate en la siguiente ilustración.



3. Deseas hacerte una foto a ti mismo y, para ello, te colocas con la cámara de fotografiar delante de un espejo a 5 m de él. ¿A qué distancia debes enfocar la cámara para que la fotografía salga nítida?

En un espejo plano, la distancia entre la imagen y el espejo es igual a la que hay entre el objeto y el espejo, como se observa en la siguiente figura:



Los rayos que llegan a la cámara son los rayos reflejados por el espejo; por tanto, la cámara debe enfocarse a una distancia que sea el doble de la existente entre ella y el espejo; de ese modo se impresionará correctamente la película.

12.2. EL DIOPTRIO PLANO

1. Un rayo de luz monocromática incide en una de las caras de una lámina de vidrio, de caras planas y paralelas, con un ángulo de incidencia de 30º.

La lámina de vidrio, situada en el aire, tiene un espesor de 5 cm y un índice de refracción de 1,5.

a) Dibuja el camino seguido por el rayo.

b) Calcula la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.

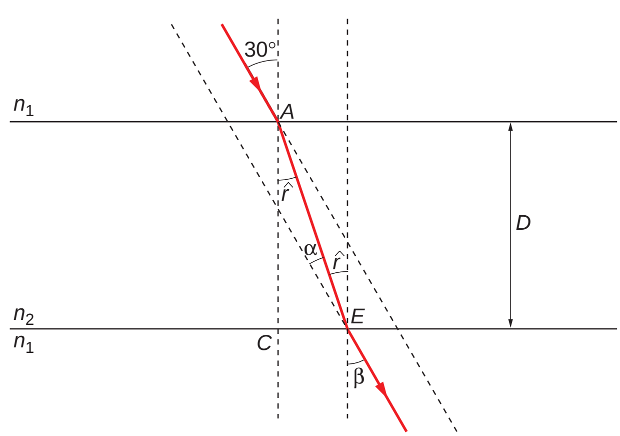
c) Calcula el ángulo que forma con la normal el rayo emergente de la lámina.

a) Cuando un haz de luz monocromática incide en una lámina de caras plano-paralelas, se refracta en ambas caras, y vuelve a salir al exterior con un ángulo igual al de incidencia.

El valor del ángulo que forma el rayo con la normal después de la primera refracción se calcula de acuerdo con la ley de Snell de la refracción.

$$n_1 \cdot sen\ \hat{i} = n_2 \cdot sen\ \hat{r} \rightarrow \hat{r} = arcsen\ \frac{n_1 \cdot sen\ \hat{i}}{n_2} = arcsen\ \frac{1 \cdot sen\ 30°}{1{,}5} = 19{,}47°$$

El camino seguido por el rayo desde que incide en la lámina hasta que la atraviesa es el que se muestra en la siguiente ilustración:



b) La longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina se corresponde con la hipotenusa del triángulo *ACE* de la figura anterior:

$$d = \overline{AE} = \frac{\overline{AC}}{cos\ \hat{r}} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{cos\ 19{,}47°} = 0{,}053\ \text{m} = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

c) Como se ha indicado en el apartado a), el ángulo con que emerge es igual al ángulo con que incide en la lámina, en este caso, 30°. Lo anterior se puede demostrar aplicando la ley de Snell a la segunda refracción:

$$n_2 \cdot sen\ \hat{r} = n_1 \cdot sen\ \beta \rightarrow \beta = arcsen\ \frac{n_2 \cdot sen\ \hat{r}}{n_1} = arcsen\ \frac{1{,}5 \cdot sen\ 19{,}47°}{1} = 30°$$

12.3. EL DIOPTRIO ESFÉRICO

1. Un dioptrio esférico convexo, de 25 cm de radio, separa dos medios cuyos índices de refracción son 1,25 y 2, respectivamente. Calcula la posición de la imagen de un punto situado 50 cm a la izquierda del vértice del dioptrio.

Como hemos visto en la unidad, la ecuación del dioptrio esférico para rayos paraxiales es:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}$$

Para un dioptrio esférico convexo, el radio es positivo, ya que el centro está situado a la derecha del vértice del sistema óptico. Teniendo en cuenta el criterio de signos establecido para medir las otras magnitudes, resulta:

$$s' = \frac{n'}{\dfrac{n' - n}{R} + \dfrac{n}{s}} = \frac{2}{\dfrac{2 - 1,25}{0,25} + \dfrac{1,25}{-0,5}} = 4 \text{ m}$$

2. En la actividad anterior, ¿qué ocurriría si el dioptrio fuese cóncavo?

La ecuación del dioptrio esférico para rayos paraxiales es:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R}$$

Para un dioptrio esférico cóncavo, el radio es negativo, ya que el centro está situado a la izquierda del vértice del sistema óptico. Teniendo en cuenta el criterio de signos establecido para medir las otras magnitudes, resulta:

$$s' = \frac{n'}{\dfrac{n' - n}{R} + \dfrac{n}{s}} = \frac{2}{\dfrac{2 - 1,25}{-0,25} + \dfrac{1,25}{-0,5}} = -0,364 \text{ m}$$

3. Calcula las distancias focales de un dioptrio esférico de 20 cm de radio que separa el aire, de índice de refracción la unidad, del vidrio, de índice de refracción 1,4. Calcula el aumento angular, γ, para un objeto situado en el aire a 10 cm del dioptrio.

Obtenemos la distancia focal imagen aplicando la ecuación del dioptrio esférico:

$$f = -R \cdot \frac{n}{n' - n} = -20 \cdot \frac{1}{1{,}4 - 1} = -50 \text{ cm}$$

La distancia focal objeto es:

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} \rightarrow f' = -\frac{f \cdot n'}{n} = -\frac{-50 \cdot 1{,}4}{1} = 70 \text{ cm}$$

Para calcular el aumento angular obtenemos, en primer lugar, el aumento lateral:

$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

Teniendo en cuenta la relación:

$$s = f + x \rightarrow x = s - f = -10 - (-50) = 40 \text{ cm}$$

Se obtiene:

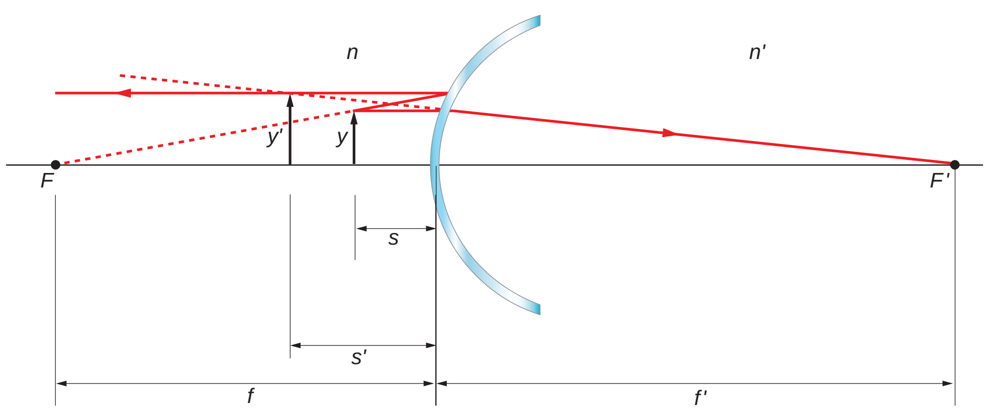
$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{-50}{40} = 1{,}25$$

A partir de la relación entre el aumento lateral, β, y el angular, γ, obtenemos este último:

$$\gamma \cdot \beta = \frac{n}{n'} \rightarrow \gamma = \frac{n}{n' \cdot \beta} = \frac{1}{1{,}4 \cdot 1{,}25} = 0{,}57$$

4. Dibuja la marcha de los rayos para un objeto situado a una distancia *s* < *f* en un dioptrio esférico.

La marcha de los rayos para un objeto situado a una distancia *s* < *f* en un dioptrio esférico es la que se muestra en la figura:



12.4. ESPEJOS ESFÉRICOS

1. Delante de un espejo cóncavo de 50 cm de radio se coloca un objeto de 2 cm, a 30 cm del espejo. Calcula:

a) La distancia focal.

b) La posición y el tipo de imagen que se forma.

c) El tamaño aparente de la imagen.

a) En un espejo esférico, la distancia focal es la mitad del radio de curvatura:

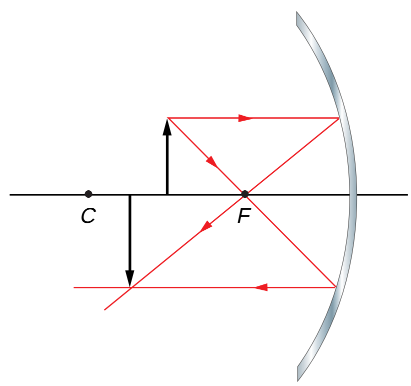
$$f = \frac{R}{2}$$

En un espejo cóncavo, el radio es negativo; la distancia focal resulta ser, por tanto:

$$f = \frac{-0,5}{2} = -0,25 \text{ m}$$

b) De la expresión que relaciona las posiciones del objeto y la imagen en un espejo esférico, podemos despejar la distancia imagen:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow s' = \frac{1}{\dfrac{2}{R} - \dfrac{1}{s}}$$



Al sustituir los datos, teniendo en cuenta el criterio de signos, la distancia imagen resulta:

$$s' = \frac{1}{\dfrac{2}{-0,5} - \dfrac{1}{-0,3}} = -1,5 \text{ m}$$

Como el espejo es cóncavo y el objeto está situado entre el foco y el centro de curvatura, la imagen que se forma es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

c) El tamaño aparente de la imagen se calcula sustituyendo en la expresión:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow \beta = -\frac{-1,5}{-0,3} = -5$$

Por tanto:

$$y' = \beta \cdot y = -5 \cdot 2 = -10 \text{ cm}$$

La imagen que se forma es cinco veces mayor que el objeto. El signo negativo indica que la imagen que vemos está invertida.

2. Resuelve la actividad anterior suponiendo que el espejo es convexo.

a) En un espejo esférico, la distancia focal es la mitad del radio de curvatura:

$$f = \frac{R}{2}$$

En un espejo convexo, el radio es positivo; la distancia focal resulta ser, por tanto:

$$f = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25 \text{ m}$$

b) De la expresión que relaciona las posiciones del objeto y de la imagen en un espejo esférico, podemos despejar la distancia imagen:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{1}{s}}$$

Al sustituir los datos, teniendo en cuenta el criterio de signos, la distancia imagen resulta:

$$s' = \frac{1}{\frac{2}{0{,}5} - \frac{1}{-0{,}3}} = 0{,}136 \text{ m}$$

Como el espejo es convexo, la imagen que se forma es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

c) El tamaño aparente de la imagen se calcula sustituyendo en la expresión:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow \beta = -\frac{0{,}136}{-0{,}3} = 0{,}454$$

Por tanto:

$$y' = \beta \cdot y = 0{,}454 \cdot 2 = 0{,}91 \text{ cm}$$

La imagen que se forma es de menor tamaño ($\beta < 1$) que el objeto, y es derecha ($\beta > 0$).

3. Dado un espejo que forma una imagen real, invertida y de medida doble de un objeto situado a 20 cm del espejo:

a) Calcula el radio de curvatura del espejo.

b) Calcula la posición de la imagen.

c) Dibuja un esquema que muestre la marcha de los rayos.

a) Los espejos convexos dan imágenes virtuales; por tanto, el espejo ha de ser cóncavo (en él, la distancia del objeto al espejo y la distancia focal son negativas).

A partir de la expresión que proporciona el aumento lateral, podemos obtener la distancia de la imagen al espejo, *s'*:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow -s' = -\frac{y' \cdot s}{y} = -\frac{(-2 \cdot y) \cdot (-20)}{y} = -40 \text{ cm}$$

Y, a partir de ella, y utilizando la expresión de los espejos esféricos, el valor de *f*:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{s' + s}{s' \cdot s} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{s' \cdot s}{s' + s} = \frac{(-40) \cdot (-20)}{-40 - 20} = -13,3 \text{ cm}$$

El radio de curvatura es:

$$R = 2 \cdot f = 2 \cdot (-13,3) = -16,6 \text{ cm}$$

12.5. SISTEMAS ÓPTICOS CENTRADOS

1. ¿A qué llamamos focos de un sistema óptico? ¿Qué son los planos principales?

Los focos de un sistema óptico son dos: el foco objeto y el foco imagen. El primero es el punto, *F,* por el que pasan los rayos incidentes que salen del sistema paralelos al eje óptico, y el segundo, *F',* el punto en que se cortan aquellos rayos que llegan al sistema paralelos al eje óptico.

Los planos principales son dos planos paralelos al eje óptico que pasan por los puntos principales (aquellos para los que el aumento lateral es igual a la unidad).

2. ¿Por qué restringimos el estudio de los sistemas ópticos a sistemas ópticos centrados?

Ello es debido a que, en una primera aproximación al estudio de la óptica geométrica, como la que estamos haciendo en este curso, resulta mucho más sencillo estudiar este tipo de sistemas.

12.6. LENTES ESFÉRICAS DELGADAS

1. ¿Podemos encender una hoguera con materiales de la tundra siberiana utilizando, para ello, un trozo de hielo opaco? ¿Y si es un trozo de hielo transparente? ¿Cómo lo harías?

Para prender la hoguera, se han de dar varias condiciones:

- El pedazo de hielo que utilicemos como lente ha de tener forma de lente convergente. De este modo, los rayos del Sol que inciden paralelamente a la lente son conducidos a un punto, el foco.
- El pedazo de hielo ha de ser transparente. De lo contrario, absorberá los rayos solares y no los refractará. Con un pedazo de hielo opaco no podremos encender la hoguera.
- El tiempo que debe transcurrir mientras concentramos los rayos solares debe ser inferior al tiempo que necesite el hielo para derretirse. Interesa, por tanto, que la vegetación que elijamos sea oscura, ya que los colores oscuros absorben la luz.

Para encender la hoguera, debemos colocar la lente orientada al Sol, de modo que su foco imagen, *F'*, esté situado en el punto en que hemos apilado los materiales de la tundra. De este modo, toda la luz que incide sobre la lente se concentrará sobre el foco, prendiendo dichos materiales.

2. Calcula la distancia focal de una lente cuya potencia es de −2 dioptrías. ¿De qué tipo es la lente?

La potencia de una lente está relacionada con la distancia focal imagen:

$$\frac{1}{f'} = D$$

Por tanto, la distancia focal es:

$$\frac{1}{f'} = D \rightarrow f' = \frac{1}{D} = \frac{1}{-2} = -0,5 \text{ m}$$

El signo negativo que obtenemos al calcular la distancia focal imagen indica que la lente es divergente.

3. Un objeto de 1 cm de altura se sitúa sobre el eje óptico de una lente convergente, a 50 cm del centro óptico de esta. Si la potencia de la lente es de 4 dioptrías, calcula la posición de la imagen y la distancia focal de la lente. Supón que la lente se encuentra en el aire.

Calculamos la distancia focal imagen mediante la expresión:

$$\frac{1}{f'} = D \rightarrow f' = \frac{1}{D} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m}$$

Si sustituimos ahora en la ecuación fundamental de las lentes delgadas, resulta:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{0,25} + \frac{1}{-0,5}} = 0,5 \text{ m}$$

4. Una lente bicóncava simétrica posee unos radios de curvatura de 20 cm y está formada por un plástico con un índice de refracción de 1,7. Calcula:

a) La velocidad de la luz en el interior de la lente.

b) La potencia óptica de la lente.

a) El índice de refracción de un medio es la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la que tiene cuando se propaga por su interior. Por tanto:

$$n = \frac{c}{v_{plástico}} \rightarrow v_{plástico} = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,7} = 1,76 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) La potencia óptica de una lente es la inversa de su distancia focal imagen, f', que podemos obtener a partir de la siguiente expresión:

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \rightarrow P = (1,7-1) \cdot \left(\frac{1}{-0,2} - \frac{1}{0,2}\right) = -7 \text{ dioptrías}$$

12.7. CONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES EN LENTES DELGADAS

1. ¿Podemos distinguir, con relativa facilidad, una lente convergente de una divergente? ¿Cómo puede hacerse?

Vistas desde el lado por el que recibe la luz, las lentes convergentes son convexas, mientras que las divergentes son cóncavas. Por tanto, resulta sencillo diferenciarlas; basta con pasar el dedo por encima de una para percibir cómo es la curvatura.

2. Un objeto de 0,04 m de altura está situado a 0,40 m de una lente convergente de 0,25 m de distancia focal. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

Los datos que proporciona el enunciado de la actividad son los siguientes:

$$y = 0{,}04 \text{ m} \quad ; \quad s = -0{,}4 \text{ m} \quad ; \quad f' = 0{,}25 \text{ m}$$

La posición de la imagen la obtenemos aplicando la expresión general de las lentes esféricas delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{-0{,}4}} = 0{,}67 \text{ m}$$

El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la expresión que proporciona el aumento lateral de la lente:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{0{,}67 \cdot 0{,}04}{-0{,}4} = -0{,}067 \text{ m}$$

De acuerdo con el resultado obtenido, el tamaño de la imagen es mayor que el del objeto, y, además, está invertida.

12.8. EL OJO HUMANO Y SUS DEFECTOS

1. Explica el mecanismo óptico de la visión de imágenes en el ojo humano.

El ojo humano es el encargado de "traducir" las ondas electromagnéticas que forman parte del espectro visible en impulsos nerviosos que se transmiten a través del nervio óptico hasta nuestro cerebro, que es el que los interpreta y el que realiza, en último término, el proceso de la visión.

El aparato receptor de las ondas luminosas es la retina, que contiene una serie de células sensoriales (conos y bastones), que pueden ser excitadas independientemente por un punto luminoso. Antes de llegar a ella, los rayos luminosos deben atravesar lo que podemos considerar un sistema dióptrico, formado por un conjunto de medios refringentes que conforman una especie de sistema de lentes que proyectan en la retina una imagen reducida e invertida de los objetos.

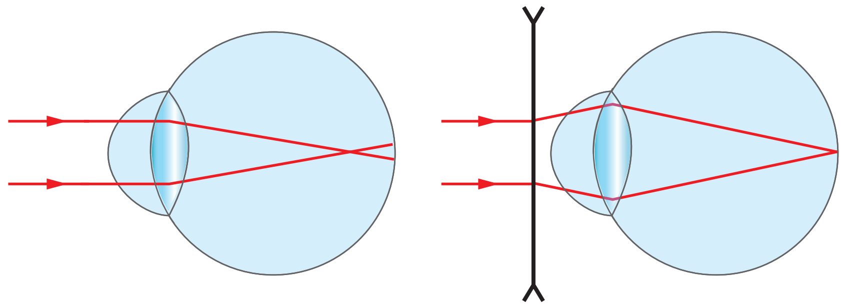
Las excitaciones nerviosas que se producen en la retina son transmitidas, en forma de impulsos nerviosos, hasta nuestro cerebro, que se encarga de interpretar estas señales y "producir" la visión.

2. A una persona con el mismo defecto óptico en ambos ojos se le colocan unas gafas de −2 dioptrías en cada lente (cristal). ¿Qué defecto tiene y cómo se corrige?

La potencia de una lente está relacionada con la distancia focal imagen:

$$P = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2} = -0{,}5 \text{ m}$$

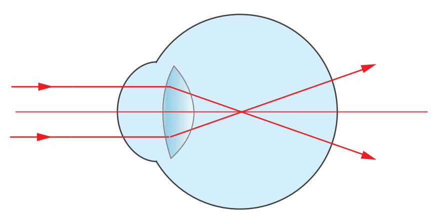
Al ser negativa la distancia focal imagen de la lente, debe tratarse de una lente divergente, que es el tipo de lente utilizada para corregir la miopía, como se muestra en la siguiente ilustración:



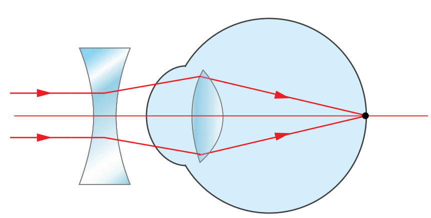
3. **Un ojo miope tiene dificultades para ver objetos lejanos porque los rayos luminosos se focalizan en un punto anterior a la retina.**

¿Qué tipo de lente utilizarías para corregir un ojo miope? ¿Por qué?

La figura inferior muestra un ojo miope. Los rayos de luz que se refractan en el cristalino no convergen sobre el punto en que el eje óptico corta la retina, sino que lo hacen antes.



Si colocamos una lente divergente (figura siguiente) delante de un ojo miope, los rayos de luz que llegan al ojo divergen antes de llegar al cristalino. Debido a ello, necesitarán recorrer una distancia mayor, que podemos ajustar, antes de converger en la retina, subsanando el defecto.



AMPLIACIÓN DE CONTENIDOS. ABERRACIONES EN LOS SISTEMAS ÓPTICOS

1. **Busca información acerca de la aberración esférica que afectaba al telescopio espacial *Hubble* cuando fue lanzado al espacio. ¿Cómo detectaron los científicos de la NASA este defecto?**

El telescopio espacial Hubble fue lanzado al espacio en abril de 1990. Los científicos de la NASA, al estudiar las primeras imágenes enviadas por el telescopio, observaron que su nitidez no era la adecuada. Después de realizar algunas simulaciones con las imágenes obtenidas, se llegó a la conclusión de que había un defecto en el espejo principal, de elevadísimo coste; tenía aberración esférica.

Este problema ponía en tela de juicio el prestigio de la NASA, máxime cuando todavía estaba reciente el desastre del *Challenger*. Por ello se puso en marcha una de las reparaciones más caras de la historia, cuyo coste fue, en su momento, de 75 000 millones de pesetas (unos 450 millones de euros).

La ESA (Agencia Espacial Europea) fabrica unos pequeños espejos, del tamaño de una moneda, que la tripulación del transbordador espacial *Endeavour* adosó, en una delicada operación, a la superficie reflectante del espejo, lo que permitió corregir los defectos ópticos del telescopio.

De ahí en adelante el funcionamiento del telescopio ha rozado la perfección; tras sucesivas mejoras, como la instalación de nuevas cámaras, nos permitirá remontarnos a remotas edades del universo, de las que todavía poco o nada conocemos.

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. **La imagen de un objeto que se refleja en un espejo plano será:**

   a) Real, invertida y más pequeña.

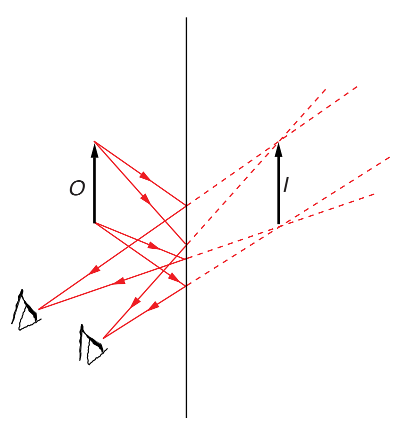
   b) Virtual, invertida y del mismo tamaño.

   c) Real, derecha y del mismo tamaño.

   d) Virtual, derecha y del mismo tamaño.

   e) Virtual, derecha y más pequeña.

   La imagen de un objeto que se forma tras reflejarse dicho objeto en un espejo plano es:



- Del mismo tamaño: la altura objeto y la altura imagen son iguales.
- Derecha: el objeto no se ve boca abajo; la imagen no está invertida.

- Virtual: La imagen se forma al hacer concurrir en un punto al otro lado del espejo rayos que divergen tras reflejarse en el espejo.

La respuesta correcta es **d).**

NOTA: No debemos confundir imagen “invertida” con imagen “girada”. Una imagen invertida está boca abajo, mientras que una imagen girada es la que tiene la izquierda y la derecha cambiadas.

2. ¿Qué se entiende por foco y distancia focal en un espejo cóncavo y en uno convexo?

La distancia focal en el espejo es única, y coincide, en valor y signo, con la mitad del radio de curvatura:

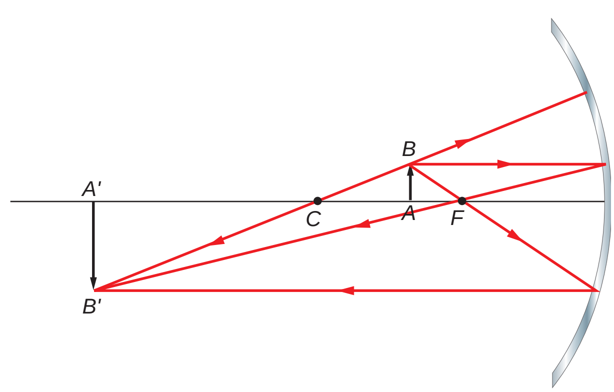
$$f = f' = \frac{R}{2}$$

El foco es el punto donde se forma la imagen de los rayos que inciden paralelos al eje, y la distancia focal es la existente entre este y el espejo.

Si el espejo es cóncavo, la distancia focal y el radio de curvatura son negativos, y si es convexo, son positivos.

3. Explica gráficamente la formación de la imagen en un espejo cóncavo cuando el objeto se encuentra entre el foco y el centro de curvatura.

En el caso que propone el enunciado, la imagen que se obtiene es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto, como se muestra en la ilustración:

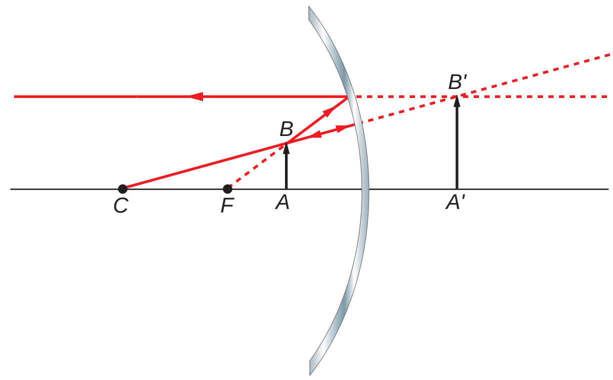


4. Realizando las construcciones gráficas oportunas, deduce qué características tiene la imagen que se forma en un espejo cóncavo esférico cuando el objeto se halla:

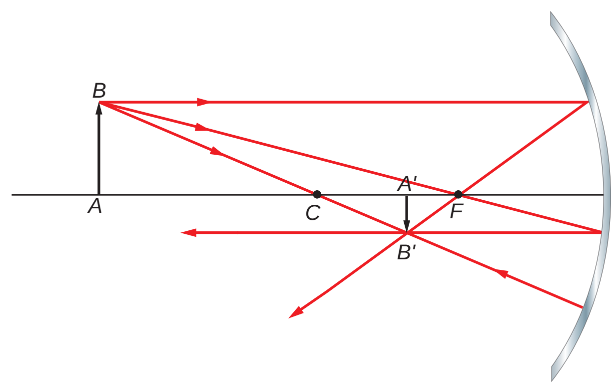
a) Entre el foco y el vértice del espejo.

b) A una distancia mayor que el radio de curvatura del espejo.

a) La imagen que se forma es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto, como se muestra a continuación:



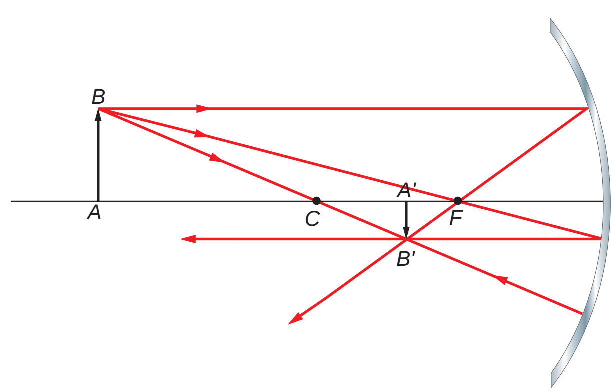
b) Cuando el objeto se halla a una distancia mayor que el radio de curvatura del espejo, la imagen que se forma es real, invertida y de menor tamaño que el objeto:



5. ¿En qué condiciones producirá un espejo cóncavo una imagen derecha? ¿Una imagen virtual? ¿Una imagen menor que el objeto? ¿Mayor que el objeto? Incluye en la resolución los diagramas o esquemas oportunos.

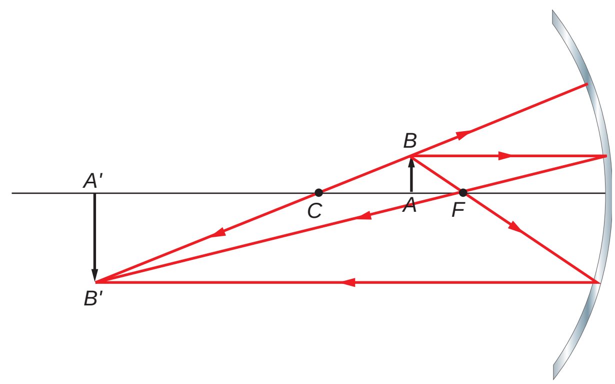
Dependiendo de dónde coloquemos el objeto, las imágenes que puede formar un espejo cóncavo pueden ser como las que se muestran a continuación:

a) Objeto situado a una distancia superior al radio de curvatura:



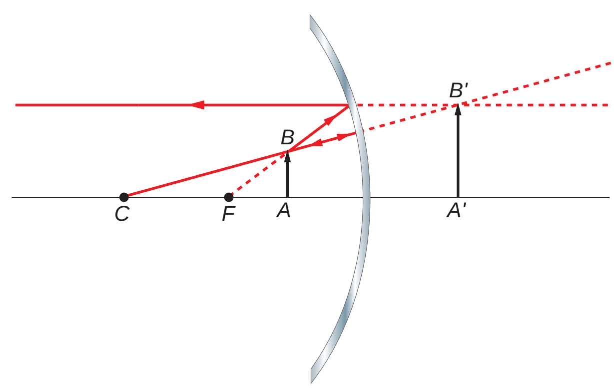
La imagen que se forma es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

b) Objeto situado entre el foco y el centro de curvatura:



La imagen que se forma es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

c) Objeto situado entre el foco y el espejo:



La imagen que se forma es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

Por tanto:

- Se formará una imagen virtual y derecha en el caso **c).**
- La imagen será menor que el objeto en el caso **a).**
- La imagen será mayor que el objeto en los casos **b)** y **c).**

6. Di si es cierto o falso y razona la respuesta: "La imagen que se obtiene con un espejo convexo es siempre real y mayor que el objeto".

Falso. Las imágenes que producen los espejos convexos son siempre virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto, independientemente de la posición donde este se encuentre. Por ello, los espejos convexos tienen un campo de visión muy amplio.

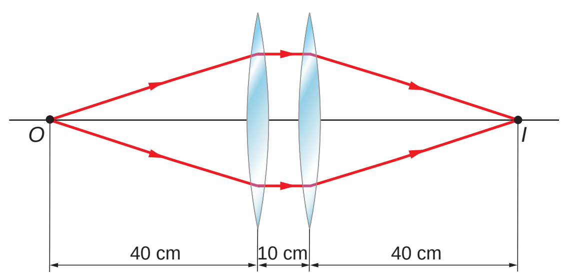
7. ¿Cuál es la distancia focal de un espejo esférico de radio *r*? Busca en la bibliografía cuáles son las ventajas de un espejo parabólico sobre uno esférico (recuerda cómo se define la parábola, desde un punto de vista geométrico).

En un espejo esférico el valor de la distancia focal es la mitad del valor del radio de curvatura del espejo:

$$f = f' = \frac{R}{2}$$

La ventaja de los espejos parabólicos sobre los esféricos radica en que, en ellos, cualquier rayo que pase por el foco y se refleje en el espejo sale paralelo al eje óptico, a diferencia de los esféricos, en que esa condición solo se cumple para rayos paraxiales (aquellos que tienen pequeña inclicación). Por ello se utilizan, por ejemplo, en antenas parabólicas y en los focos de alumbrado de los automóviles.

8. Un objeto puntual, *O*, está situado a 40 cm de la primera lente, separada de la segunda 10 cm. La luz que sale de *O* forma una imagen, *I*, 40 cm por detrás de la segunda lente.



Si las dos lentes son iguales, la distancia focal de ambas debe ser:

a) 10 cm.

b) 20 cm.

c) 40 cm.

d) 45 cm.

e) 80 cm.

Al estudiar la construcción de imágenes en lentes delgadas, vimos que:

- Un rayo que pasa por el foco objeto y se refracta en la lente emerge paralelo al eje óptico.
- Un rayo que llega paralelo al eje óptico pasa, tras refractarse, por el foco imagen.

Como se aprecia en la figura, eso es lo que ocurre, precisamente, en este caso. El rayo que procede del punto *O* se refracta en la primera lente y sale paralelo al eje. Esto nos indica que el punto *O* se encuentra sobre el foco de la primera lente.

En la segunda lente, el rayo que incide paralelo pasa por el foco imagen tras refractarse. Por tanto, el punto *I* es el foco imagen de la segunda lente.

La distancia focal de ambas lentes es 40 cm. La respuesta correcta es, por tanto, **c).**

9. La ecuación de dimensiones de la potencia de una lente es:

a) M

b) L

c) L^{-1}

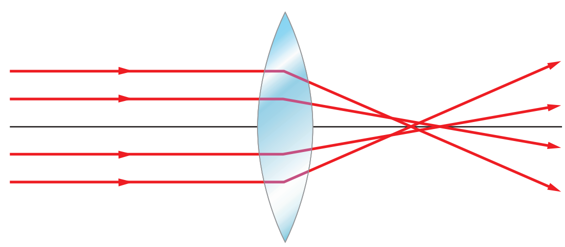
d) M^{-1}

La potencia de una lente, *D*, es la inversa de la distancia focal. Por tanto, su ecuación de dimensiones es:

$$D = \frac{1}{f'} \rightarrow [D] = \frac{1}{[f']} = \frac{1}{L} = L^{-1}$$

La respuesta correcta es **d).**

10. La figura muestra un defecto común a todas las lentes esféricas. Como puedes observar, los rayos paralelos que inciden sobre ella, que deberían converger en el foco, convergen en diferentes puntos a lo largo del eje.



¿Qué nombre recibe este defecto?

a) Refracción.

b) Hipermetropía.

c) Miopía.

d) Aberración esférica.

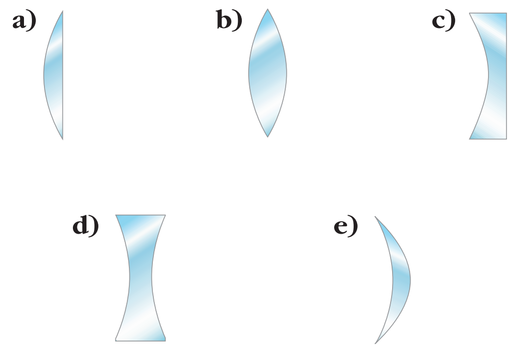
e) Difracción.

Este defecto se debe a que los rayos que llegan paralelos al eje cerca de los extremos de la lente convergen en un punto situado más cerca de esta que aquellos que llegan paralelos al eje a menor distancia del centro de la lente, que convergen más lejos. El defecto se denomina aberración esférica.

Para eliminarlo por completo, es necesario que la lente sea de tipo parabólico. De este modo, los rayos que inciden sobre la lente convergen en el foco de la parábola. No obstante, la aberración puede corregirse parcialmente utilizando diafragmas que limiten la abertura del haz de luz incidente o empleando una combinación de varias lentes.

La respuesta correcta es **d).**

11. De las lentes que se indican, señala las que son convergentes y las que son divergentes. La luz incide desde la izquierda.

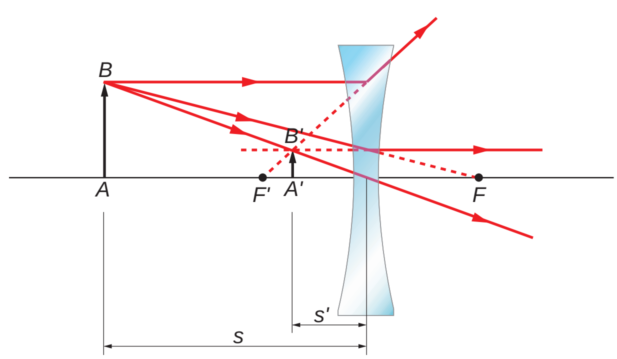


De acuerdo con la clasificación que hemos establecido en esta unidad en el libro del alumno para los seis posibles tipos de lentes, resulta:

Convergentes	Divergentes
a	c
b	d
e	

12. Demuestra que una lente divergente nunca puede formar una imagen real de un objeto real.

En la siguiente ilustración se muestra que la imagen que forma una lente divergente de un objeto es siempre virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, independientemente del valor de la distancia objeto:



NOTA: se sugiere que los alumnos realicen el trazado de rayos con un objeto situado en $|s| < |f'|$.

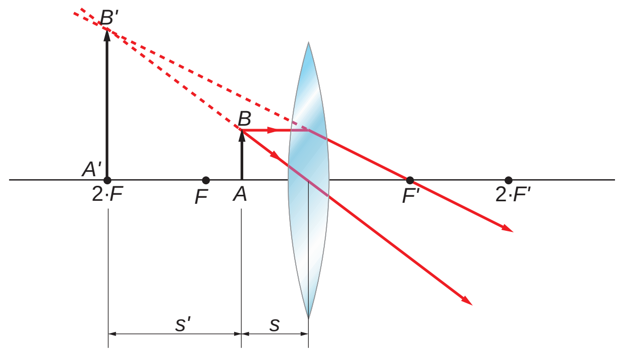
13. Para poder observar con detalle pequeños objetos, puede emplearse una lupa.

a) Explica el funcionamiento de este sistema óptico. ¿Qué tipo de lente es: convergente o divergente? ¿Dónde debe situarse el objeto a observar? La imagen que produce, ¿es real o virtual?, ¿derecha o invertida?

b) Ilustra tus explicaciones con un trazado de rayos.

a) Una lupa está formada por una lente convergente que se utiliza para aumentar el tamaño aparente de un objeto. El objeto debe situarse a una distancia menor que la distancia focal objeto, $|s| < |f|$.

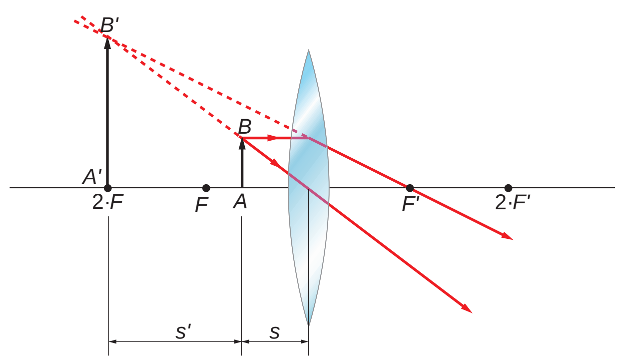
b) El trazado de rayos que corresponde a la imagen formada por una lupa es el siguiente:



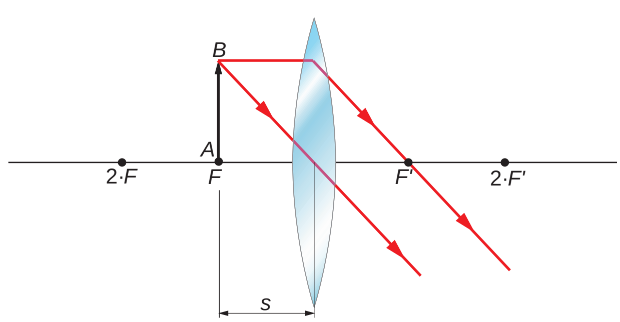
14. ¿Qué clase de imágenes se forman en una lente convergente si el objeto se encuentra a una distancia inferior a la focal? ¿Y si está en la focal?

Dibuja la marcha de los rayos.

Si el objeto se encuentra a una distancia inferior a la focal, la imagen que se forma es virtual, derecha y mayor que el objeto, como se muestra en la ilustración:



Y si está en la focal, no se forma imagen, ya que los rayos emergen paralelos y se cortan en el infinito:



15. Completa la frase:

Los rayos de luz que inciden sobre una lente convergente, __________ a su eje principal, convergen en el foco. La distancia focal se mide desde ____________

hasta __________. Si un objeto se coloca, respecto de una lente convergente, a una distancia menor que la distancia focal, la imagen de dicho objeto será __________ y __________.

Los rayos de luz que inciden sobre una lente convergente, **paralelos** a su eje principal, convergen en el foco. La distancia focal se mide desde **el centro óptico** hasta **el foco de la lente.** Si un objeto se coloca, respecto a una lente convergente, a una distancia menor que la distancia focal, la imagen de dicho objeto será **derecha** y **de mayor tamaño.**

16. Para observar las patas de un insecto, se utiliza una lupa, formada por una lente convergente.

Si se quiere obtener una imagen derecha y mayor que el objeto que se observa, la lente debe colocarse a una distancia del insecto:

a) Mayor que dos veces la distancia focal.

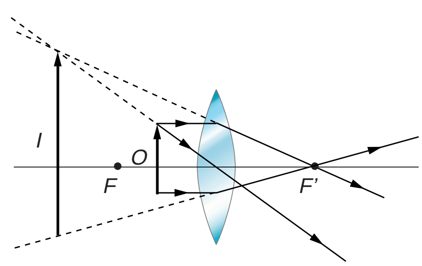
b) Igual a dos veces la distancia focal.

c) Entre una y dos veces la distancia focal.

d) Igual a la distancia focal.

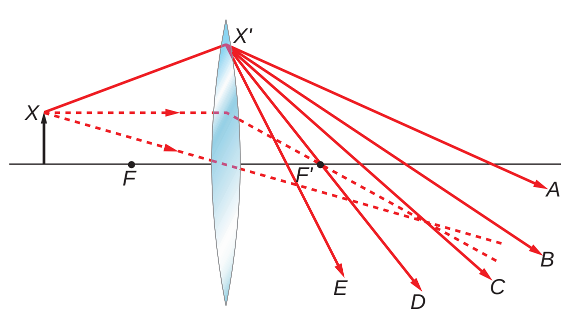
e) Menor que la distancia focal.

Cuando situamos el objeto (en este caso, el insecto) a una distancia inferior a la distancia focal, medida respecto al centro óptico, la imagen que obtenemos es de mayor tamaño, derecha y virtual.



En la figura se muestra cómo se forma ese tipo de imagen. La respuesta correcta es, por tanto, **e).**

17. Las líneas de puntos muestran los distintos caminos de dos rayos de luz a través de una lente convergente.



La línea continua que muestra el recorrido de un rayo de luz emitido por el punto *X* y que alcanza el punto *X′* de la lente es:

a) ***A***

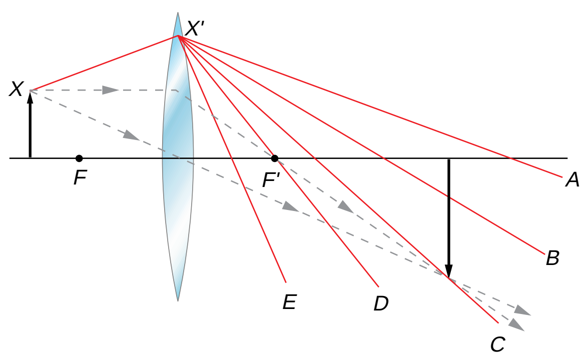
b) ***B***

c) ***C***

d) ***D***

e) ***E***

Como se aprecia en la ilustración, la respuesta correcta es **c),** ya que dicho rayo pasa por el punto imagen que corresponde al extremo de la flecha y que hemos calculado trazando el rayo que, tras salir paralelo, pasa por el foco, y el rayo que pasa por el centro óptico del sistema y que, por tanto, no se desvía.



18. Las personas con miopía acusada pueden resolver su defecto visual con una operación que consiste en rebajar la curvatura de la córnea. ¿Cómo lo explicas?

La miopía se produce porque la córnea y el cristalino hacen que converjan excesivamente los rayos luminosos que inciden en el ojo, que no focalizan sobre la retina.

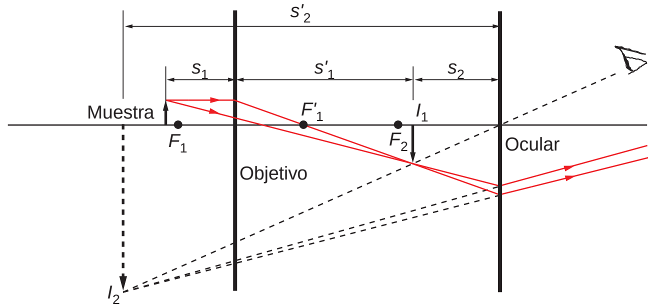
Si se disminuye la curvatura de la córnea, eliminando parte de esa capa, el conjunto córnea-cristalino no será tan convergente, y la imagen se formará en la retina. Es lo que se hace en la actualidad para corregir defectos de la visión asociados a la miopía e, incluso, al astigmatismo.

19. Dibuja un esquema con la formación de las imágenes en un microscopio. Describe su funcionamiento. Analiza las características de las imágenes formadas por sus lentes. ¿De qué factores depende el aumento?

El funcionamiento del microscopio es relativamente sencillo. La lente o las lentes del condensador enfocan la luz que emite la lámpara sobre la muestra, mientras que el diafragma, que puede abrirse o cerrarse a voluntad, es el encargado de controlar la intensidad luminosa.

En este microscopio, el aumento lateral de una imagen depende de las distancias focales del objetivo y del ocular, que son dos dispositivos formados por varias lentes.

El esquema muestra cómo se forma la imagen en un microscopio. El objeto a estudiar se sitúa un poco más allá del foco del objetivo; la distancia objeto, S_1, es aproximadamente igual a la distancia focal, f_1. La imagen que forma el objetivo es, por tanto, real e invertida y mucho más grande que el objeto.



El aumento lateral de un objetivo oscila en torno a 50. Esta imagen sirve de objeto para el ocular, que actúa como una lupa y proporciona una imagen virtual aumentada a una distancia confortable para la visión.

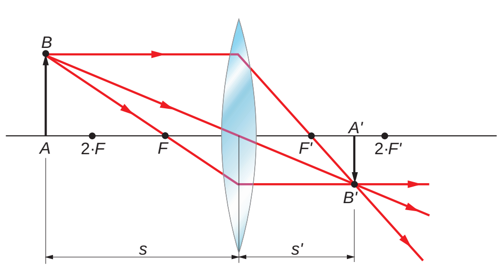
El aumento lateral total del microscopio es el producto de estos dos aumentos. Oscila entre 50 y 2000, aunque los aumentos mayores precisan un tratamiento muy cuidadoso de las preparaciones para evitar las distorsiones y las aberraciones ópticas que perjudican la imagen. De ahí que un buen microscopio sea caro, si bien es posible encontrar otros, de juguete, por muy poco dinero.

El aumento del microscopio depende de la distancia entre los focos y de las distancias focales del objeto y el ocular.

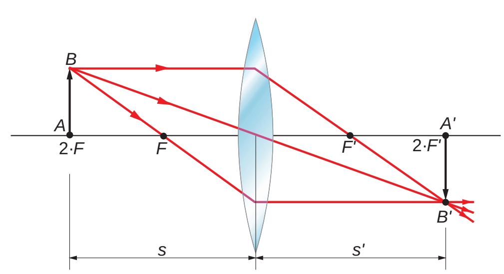
20. Describe, utilizando diagramas, distintos casos de formación de imágenes por medio de lentes convergentes.

Explica la miopía ayudándote de uno de esos diagramas.

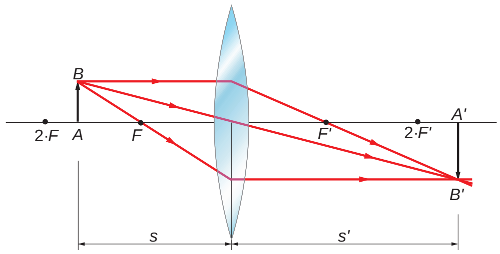
Las imágenes formadas por lentes convergentes son las que se muestran a continuación:



La imagen formada por una lente convergente de un objeto situado a una distancia de la lente superior a dos veces la distancia focal objeto, $s > 2 \cdot F$, *es real, invertida y menor que el objeto, cumpliendo la siguiente relación:* $F' < s' < 2 \cdot F'$.



La imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya distancia objeto es el doble de la distancia focal objeto, $s = 2 \cdot F$, *es real, invertida y de igual tamaño que el objeto, cumpliendo la siguiente relación:* $s' = 2 \cdot F'$.



La imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya distancia objeto cumple la relación F < s < 2 · F *es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto, siendo la distancia imagen:* s' > 2 · F'.

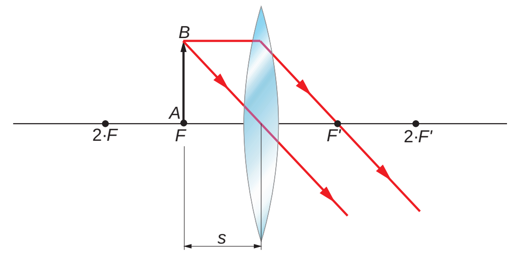
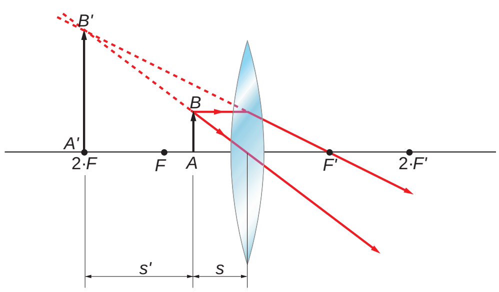
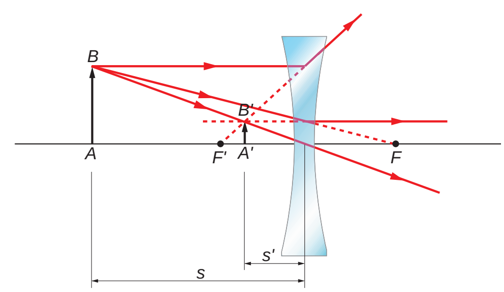


Imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya distancia objeto es igual a la distancia focal objeto, s = F. *Como vemos, no se forma imagen, ya que los rayos se cortan en el infinito.*



La imagen formada por una lente convergente de un objeto cuya distancia objeto es menor que la distancia focal objeto (s < F) *es virtual, derecha y mayor que el objeto.*

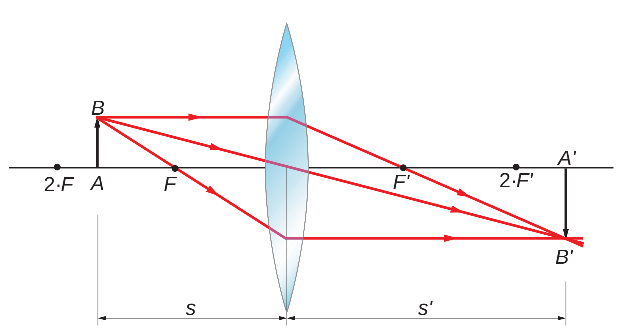


La miopía hace que la imagen de un objeto distante se enfoque delante de la retina. Para componer este defecto se utiliza una lente convergente.

21. Describe el funcionamiento de un proyector de diapositivas, e incluye un esquema gráfico de la formación de la imagen.

Un proyector de diapositivas consiste, básicamente, en una lente convergente. La diapositiva se coloca entre el foco y el doble de la distancia focal, formándose una imagen real (puede recogerse en una pantalla), de mayor tamaño (es lo que se pretende en el proyector), e invertida (por ello, las diapositivas se colocan invertidas, para poder ver la imagen derecha).

El esquema de formación de la imagen es el siguiente:



EJERCICIOS

22. Un objeto, representado por la flecha *A*, se encuentra frente a un espejo, como se aprecia en la figura.

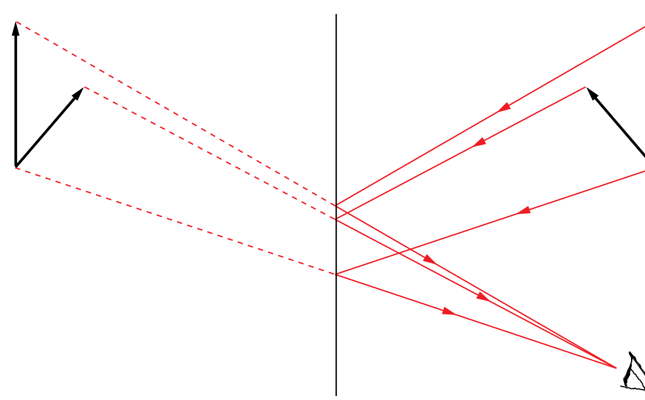
Dibuja la imagen, *I*, del objeto que se vería reflejada en el espejo.

a) Señala las tres características que describen esta imagen.

b) Observa ahora la posición del objeto, que viene dada por la línea de puntos. Como se aprecia en la figura, el objeto ha girado sobre su base. Dibuja la imagen que se obtiene en este caso.

a) Para la construcción de imágenes en un espejo plano debemos tener en cuenta las leyes de la reflexión:

El rayo incidente, la normal en el punto de incidencia y el rayo reflejado se encuentran en un plano normal a la superficie de reflexión, mientras que el ángulo de incidencia es igual al de reflexión.



b) La imagen que se obtiene presenta las siguientes características:

- Es del mismo tamaño.
- No está invertida: cuando nos miramos a un espejo no nos vemos boca abajo.
- Es virtual: como se aprecia en la ilustración, la imagen se forma al hacer concurrir en un punto al otro lado del espejo rayos que divergen.

c) La imagen que se obtiene ahora se ha superpuesto a la otra en la figura anterior. Al comparar las dos imágenes, vemos que, en este caso, la imagen está inclinada hacia el otro lado. Ello se debe, como ya hemos señalado en un ejercicio anterior, a que el espejo invierte el sentido de los vectores perpendiculares a él, dejando invariables los vectores paralelos al espejo.

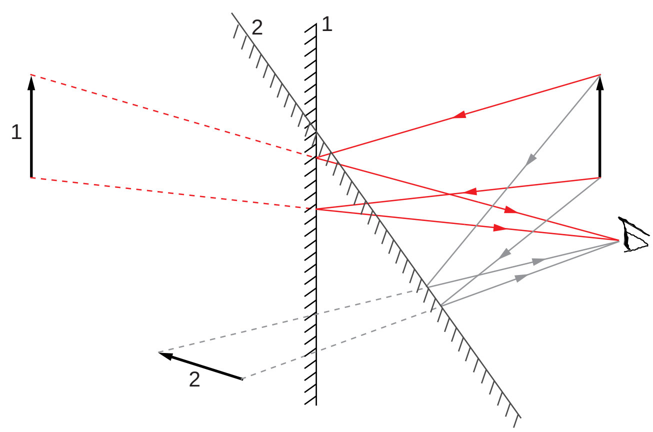
23. **El espejo de la figura, que ocupaba inicialmente la posición *A*, gira y pasa a ocupar la posición *A*'.**

Dibuja la imagen que formará el objeto *O*, tras reflejarse en el espejo.

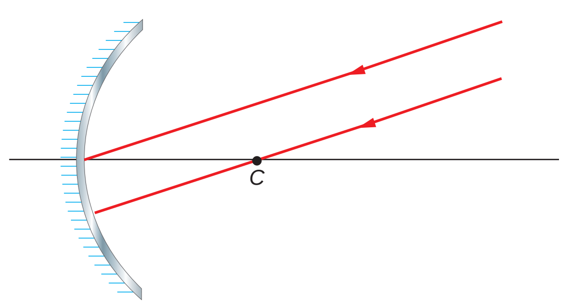
Para la construcción de imágenes en un espejo plano hemos de tener en cuenta las leyes de la reflexión:

El rayo incidente, la normal en el punto de incidencia y el rayo reflejado se encuentran en un plano normal a la superficie de reflexión, mientras que el ángulo de incidencia es igual al de reflexión.

La imagen que veremos en cada caso es la que se muestra en la ilustración.



24. **En un espejo esférico cóncavo (centro de curvatura *C*) se refleja la imagen de un objeto lejano. La figura muestra los rayos incidentes.**



a) Sitúa el foco del espejo.

b) Dibuja la imagen que se forma.

c) Describe, con tres adjetivos, las características de la imagen que se forma.

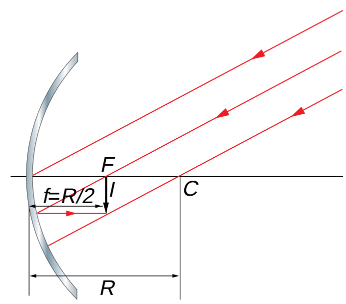
a) El punto C es el centro de curvatura; por tanto, está situado a una distancia R del vértice del espejo. Por su parte, al ser esférico el espejo, el foco del espejo se encuentra situado a una distancia $R/2$ del vértice del espejo.

b) Los rayos inciden paralelos, cosa que nos indica que la figura está situada en un punto muy alejado del espejo, lo que expresamos matemáticamente diciendo que el objeto se encuentra "en el infinito".

Teniendo esto en cuenta, al sustituir en la expresión que relaciona las posiciones objeto e imagen, obtenemos el siguiente resultado:

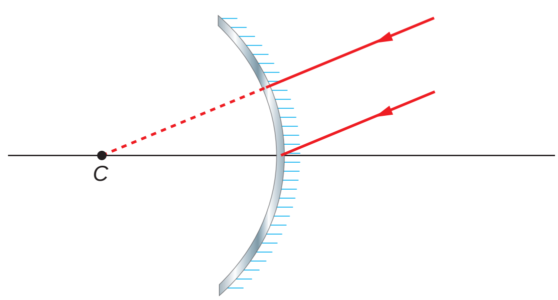
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow s' = \frac{R}{2}$$

La imagen se forma a una distancia $R/2$, sobre el foco.



c) La imagen que se obtiene es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

25. Resuelve de nuevo el ejercicio anterior para el caso del espejo esférico convexo que se muestra en la figura:



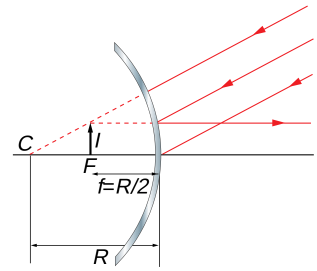
a) El punto C es el centro de curvatura; por tanto, está situado a una distancia R del vértice del espejo. Por su parte, al ser esférico el espejo, el foco del espejo se encuentra situado a una distancia $R/2$ del vértice del espejo.

b) Los rayos inciden paralelos, cosa que nos indica que la figura está situada en un punto muy alejado del espejo, lo que expresamos matemáticamente diciendo que el objeto se encuentra "en el infinito".

Teniendo esto en cuenta, al sustituir en la expresión que relaciona las posiciones objeto e imagen, obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow s' = \frac{R}{2}$$

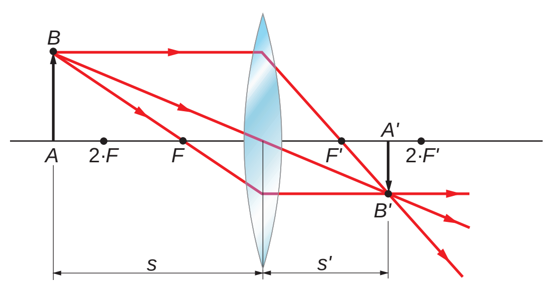
La imagen se forma a una distancia $R/2$, sobre el foco.



c) La imagen que se obtiene es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

26. En una lente convergente, un objeto se encuentra a una distancia *s* mayor que el doble de la distancia focal (2 · *f*). Haz un esquema de la marcha de los rayos y explica qué clase de imagen se forma (real, virtual, derecha o invertida) y qué sucede con el aumento.

La imagen que se forma es real, invertida y menor que el objeto, como se muestra en la figura:



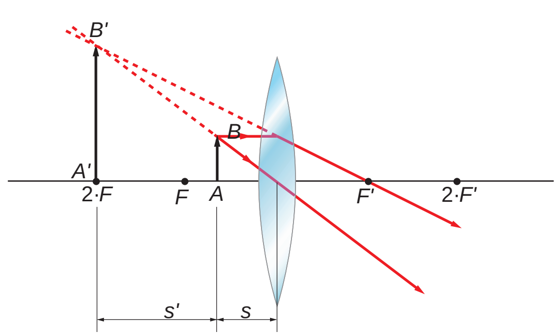
El aumento lateral es:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Su valor, en el caso, será siempre menor que la unidad.

27. Para una lente convergente de distancia focal *f*, dibuja el diagrama de rayos para formar la imagen de un objeto de altura *y* situado a una distancia *s* del foco, en los casos en que $s < f$ y $s > f$.

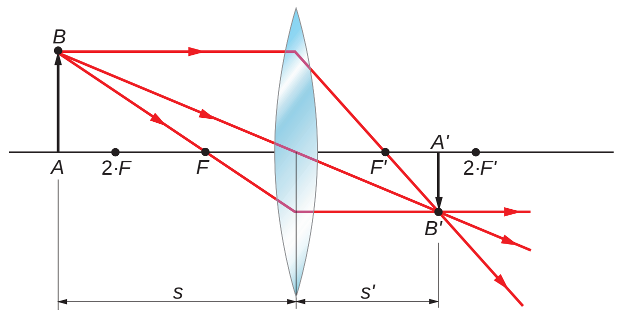
En el caso de que $s < f$, el diagrama de rayos es el siguiente:



La imagen que se obtiene es virtual, derecha y mayor que el objeto.

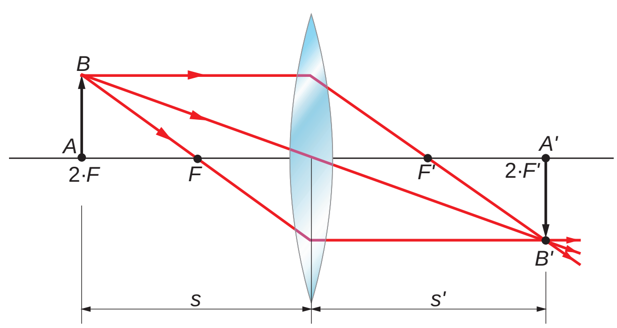
Si $s > f$, podemos distinguir tres casos:

- $s > 2 \cdot f$:



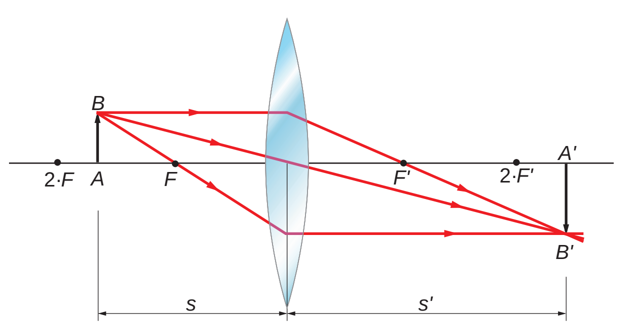
La imagen es real, invertida y menor que el objeto.

- $s = 2 \cdot f$:



La imagen es real, invertida y de igual tamaño que el objeto.

- $s < 2 \cdot f$:



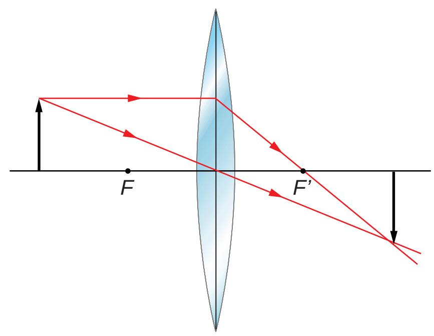
La imagen es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

PROBLEMAS

28. Una lente convergente delgada tiene una potencia de 8 dioptrías. Si situamos un objeto a 25 cm de la lente, ¿a qué distancia se forma la imagen?

La expresión que relaciona la distancia objeto y la distancia imagen en una lente delgada es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = D$$



Sustituyendo en la expresión anterior, y teniendo presente el criterio de signos que adoptamos, la distancia imagen, s', resulta:

$$s' = \frac{1}{D + \frac{1}{s}} = \frac{1}{8 + \frac{1}{-0,25}} = 0,25 \text{ m}$$

29. Una lente convergente forma la imagen de un objeto lejano (haces de luz incidentes paralelos) a 20 cm de ella:

a) Calcula la distancia focal de la lente.

b) Si se coloca un objeto a 100 cm de la lente, ¿donde se formará la imagen?

c) Si se coloca un objeto a una distancia de la lente superior a la distancia focal, ¿cuáles serán las características de la imagen?

a) De acuerdo con las leyes de formación de las imágenes en lentes delgadas, cuando los rayos inciden paralelos al eje óptico de la lente, la imagen se forma en el foco de la lente. Por tanto, el enunciado nos proporciona indirectamente la distancia focal de la lente, $f' = 20$ cm.

b) La expresión que relaciona la distancia objeto y la distancia imagen en una lente delgada es:

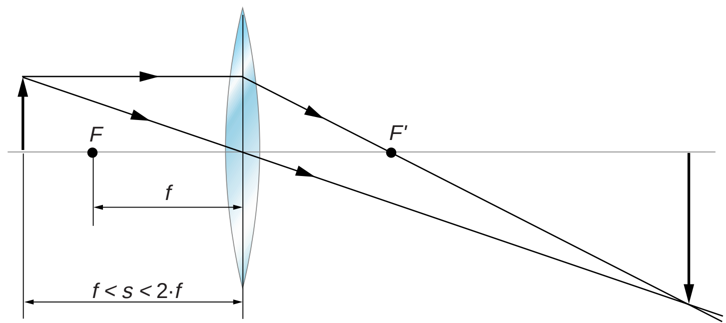
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Al despejar y sustituir, obtenemos la distancia imagen:

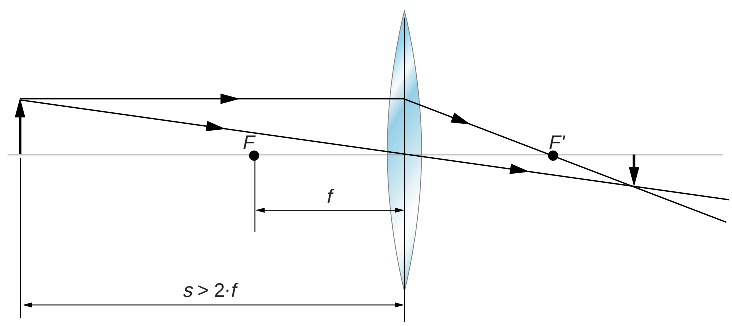
$$s' = \frac{f' \cdot s}{f' + s} = \frac{0,2 \cdot (-1)}{0,2 - 1} = 0,25 \text{ m}$$

c) Para comprobar, cualitativamente, cuáles son las características de la imagen, basta con dibujar la marcha de los rayos luminosos, situando un objeto delante del foco objeto. No obstante, distinguiremos dos casos:

- En el primero de ellos situaremos el objeto a una distancia tal que $f < s < 2 \cdot f$. La imagen que se obtiene es real, invertida y de mayor tamaño.



- En el segundo supondremos que el objeto está a una distancia $s > 2 \cdot f$. La imagen que se obtiene es real, invertida y de menor tamaño.



30. El radio de curvatura de un espejo cóncavo es 50 cm. Un cuerpo está situado a 1 m del espejo. ¿A qué distancia, en valor absoluto, se formará la imagen?

Para un espejo esférico se cumple la siguiente relación:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

Al tratarse de un espejo cóncavo, el radio es negativo, $R = -0{,}5$ m, al igual que la distancia objeto, que también es negativa, $s = -1$ m. Por tanto:

$$s' = \frac{1}{\frac{2}{R} - \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{2}{-0{,}5} - \frac{1}{-1}} = -\frac{1}{3} \text{ m}$$

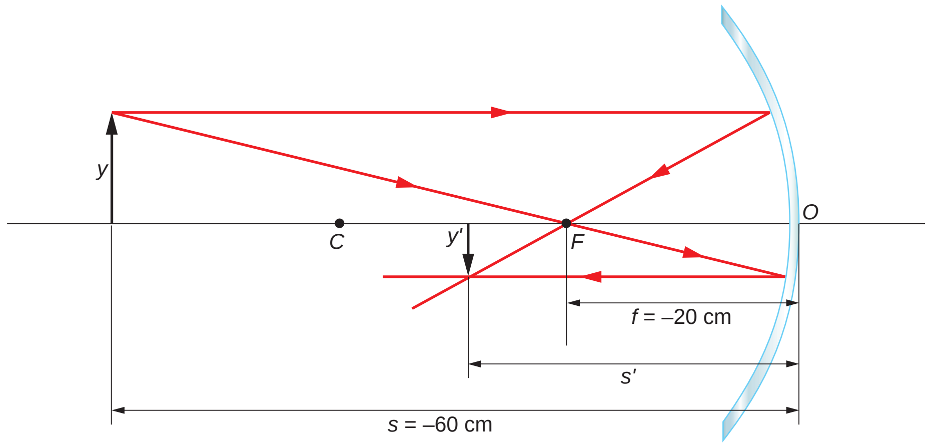
La imagen se forma a 0,33 metros del centro óptico.

31 Un objeto de 4 cm de altura se coloca delante de un espejo cóncavo de 40 cm de radio de curvatura. Determina la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen en los dos casos siguientes:

a) Cuando el objeto se encuentra a 60 cm del espejo.

b) Cuando se encuentra a 10 cm.

a) La construcción geométrica que corresponde a este caso es la siguiente:



La imagen que se forma es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

La distancia imagen, s', es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{-20} - \frac{1}{-60}} = -30 \text{ cm}$$

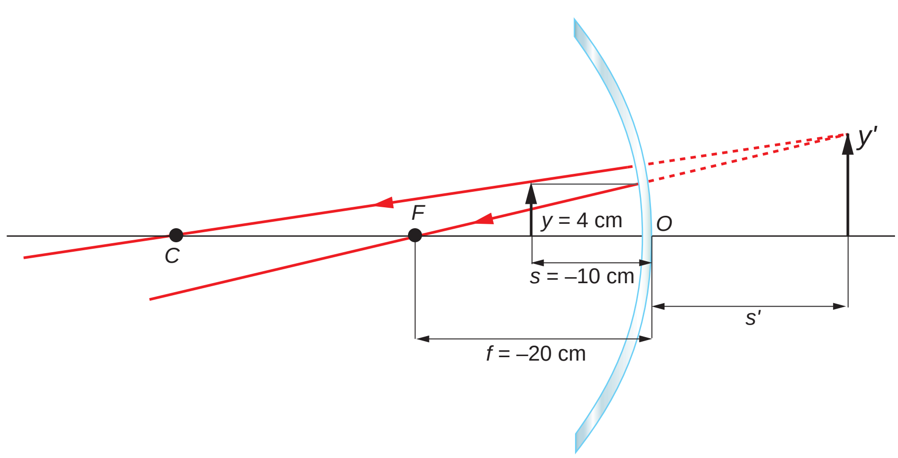
En el cálculo se ha tenido en cuenta que, en un espejo esférico, la distancia focal es la mitad del radio de cobertura: $f = R/2 = 40/2 = 20$ cm.

El tamaño de la imagen es:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow y' = -\frac{y \cdot s'}{s} = -\frac{4 \cdot (-30)}{-60} = -2 \text{ cm}$$

El signo negativo obedece a que la imagen está invertida.

b) En el caso de que el objeto esté a 10 cm del espejo:



La imagen que se forma es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

La posición en que se encuentra, s', es:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{1}{s}}=\frac{1}{\frac{1}{-20}-\frac{1}{-10}}=20\ \text{cm}$$

El tamaño de la imagen es:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\rightarrow y'=-\frac{y\cdot s'}{s}=-\frac{4\cdot 20}{-10}=8\ \text{cm}$$

32. Delante de un espejo cóncavo con un radio de curvatura de 0,4 m se sitúa un objeto de 0,05 m de altura a una distancia de 0,6 m del vértice óptico. Calcula:

a) La distancia focal del espejo.

b) La posición y el tamaño de la imagen.

c) Representa gráficamente el problema.

a) La distancia focal del espejo es la mitad de su radio de curvatura:

$$f=\frac{R}{2}=\frac{-0,4}{2}=-0,2\ \text{m}$$

b) La posición de la imagen se obtiene del siguiente modo:

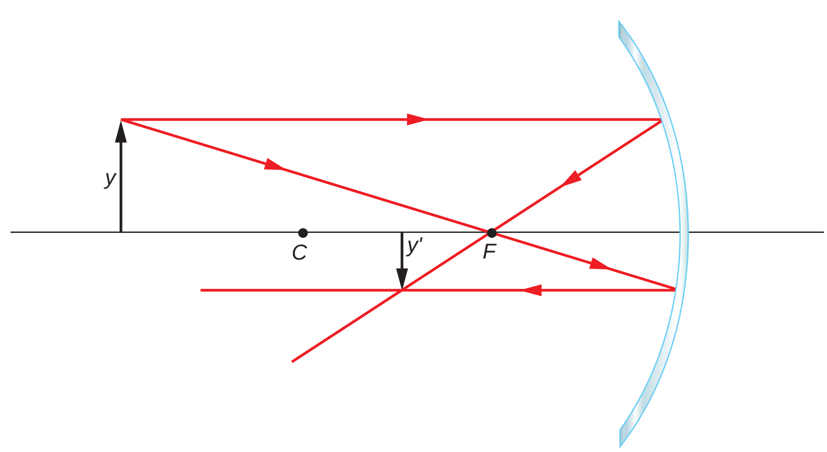
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{1}{s}}=\frac{1}{\frac{1}{-0,2}-\frac{1}{-0,6}}=-0,3\ \text{m}$$

Y su tamaño, a partir de la expresión que proporciona el aumento lateral:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\rightarrow y'=-\frac{s'\cdot y}{s}=-\frac{-0,3\cdot 0,05}{-0,6}=-0,025\ \text{m}$$

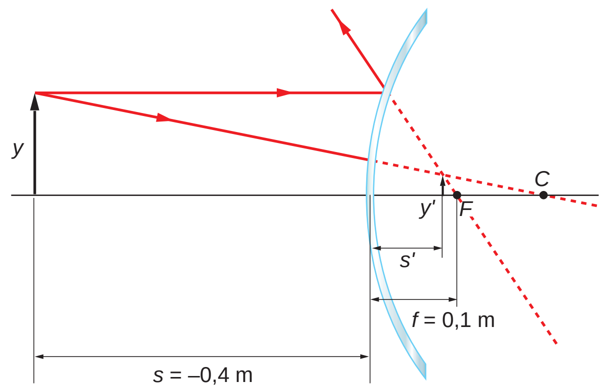
La imagen que se forma es real ($s'<0$), invertida ($y'<0$) y de menor tamaño que el objeto ($|y'|<|y|$).

c) La representación gráfica del problema es la siguiente:



33 **Determina gráfica y analíticamente la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 0,03 m de altura, situado sobre el eje óptico a 0,4 m del centro óptico de un espejo convexo de distancia focal 0,1 m.**

La representación gráfica de la situación que plantea el enunciado del problema es la siguiente:



La imagen que se forma es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

La determinación analítica de la posición es:

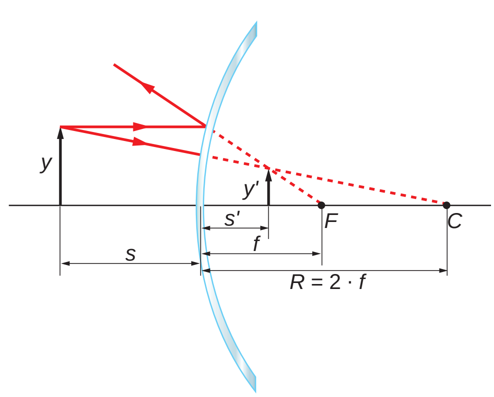
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\rightarrow s'=\frac{1}{\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{s}}=\frac{1}{\dfrac{1}{0,1}-\dfrac{1}{-0,4}}=0,08\text{ m}$$

Y su tamaño:

$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\rightarrow y'=-\frac{s'\cdot y}{s}=-\frac{0,08\cdot 0,03}{-0,4}=0,006\text{ m}$$

34. **Enfrente de un espejo convexo de 40 cm de radio de curvatura y a 25 cm de él, se encuentra un objeto perpendicular al eje óptico, de 0,5 cm de altura. Determina la posición y el tamaño de la imagen.**

El trazado geométrico de los rayos que representa la situación física propuesta por el problema es la siguiente:



La imagen que se forma es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto. La distancia imagen es:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\rightarrow s'=\frac{1}{\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{s}}=\frac{1}{\dfrac{1}{R/2}-\dfrac{1}{s}}=\frac{1}{\dfrac{1}{40/2}-\dfrac{1}{-25}}=11,\widehat{1}\text{ cm}$$

Y su tamaño:

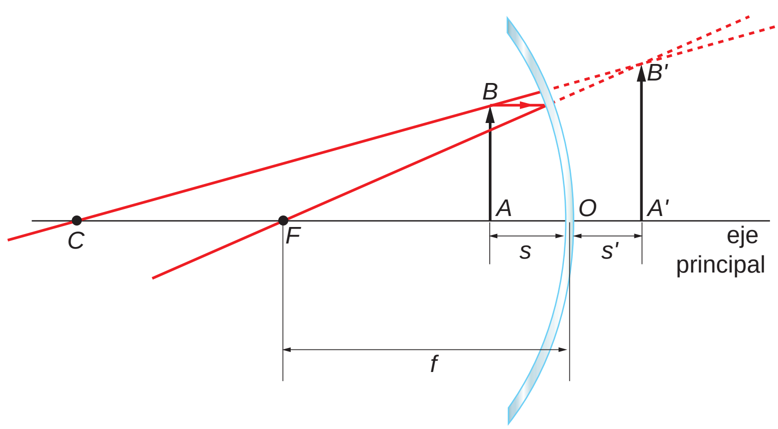
$$\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\rightarrow y'=-\frac{s'\cdot y}{s}=-\frac{11,1\cdot 0,5}{-25}=0,22\text{ cm}$$

35. Un objeto situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo produce una imagen virtual 10 cm detrás del espejo.

a) Si el objeto se aleja hasta 25 cm del espejo, ¿dónde estará la imagen?

b) ¿Qué puedes decir de ella?

Si el espejo esférico es cóncavo y la imagen que se forma es virtual, el objeto deberá estar situado entre el foco y el espejo. La imagen será, además, derecha y de mayor tamaño que el objeto.



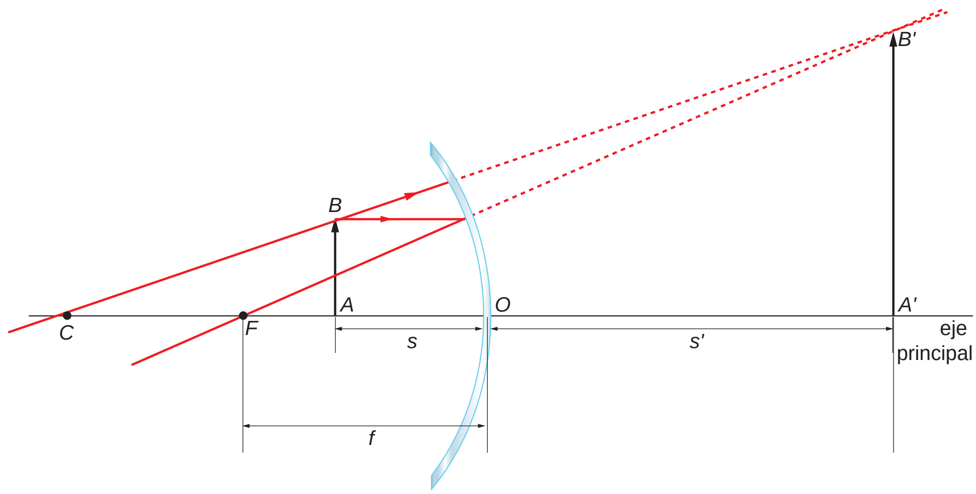
Con los datos de que disponemos, podemos obtener el valor de la distancial focal, *f*:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\rightarrow f=\frac{s\cdot s'}{s'+s}=\frac{-8\cdot 10}{10-8}=-40\text{ cm}$$

Si el objeto se aleja hasta 25 cm del espejo, seguirá estando entre el foco y el espejo. La posición de la imagen será:

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\rightarrow s'=\frac{1}{\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{s}}=\frac{1}{\dfrac{1}{-40}-\dfrac{1}{-25}}=66,67\text{ cm}$$

La imagen será, por tanto, virtual, derecha y mayor que el objeto, como se aprecia en la figura:



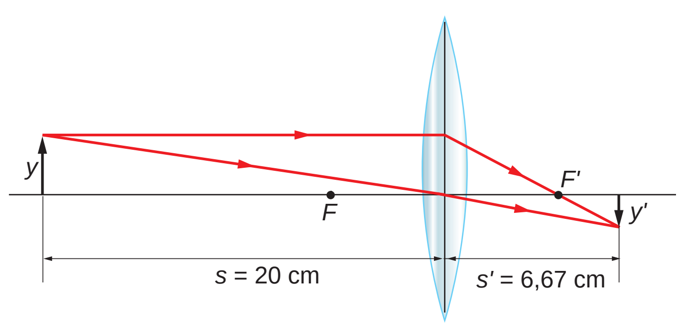
36 Situamos un objeto de 2 cm de altura a 20 cm de una lente de 20 dioptrías.

a) Dibuja un esquema con la posición del objeto, la lente y la imagen.

b) Calcula la posición de la imagen.

c) ¿Cuál es el aumento lateral?

a) Como la potencia es positiva, la lente ha de ser convergente. Por tanto, el trazado de rayos que corresponde a la situación que describe el enunciado es el siguiente:



b) El valor de f' es:

$$f' = \frac{1}{p} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

La posición de la imagen se calcula del siguiente modo:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

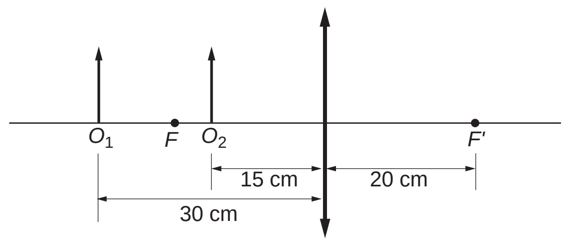
$$s' = \frac{1}{\dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{s}} = \frac{1}{\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{-20}} = 6,67 \text{ cm}$$

La imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

c) El aumento lateral es:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{6,67}{-20} = -0,33$$

37. Calcula las posiciones y tamaños de las imágenes dadas por la lente de la figura de los objetos O_1 y O_2, ambos de altura $y = 1$ cm.



Comprueba gráficamente tus resultados mediante trazados de rayos.

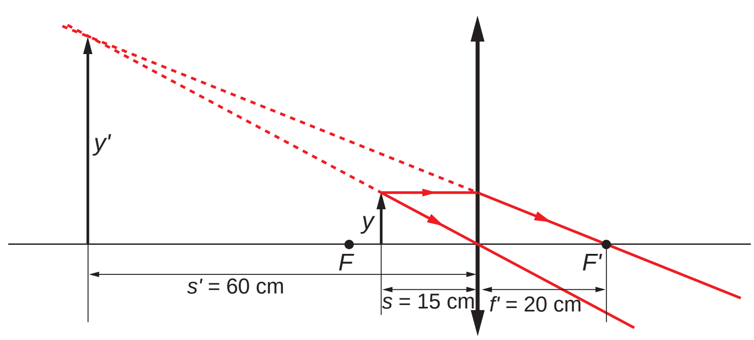
Si el objeto está situado a 15 cm de la lente, la posición de la imagen es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{-15}} = -60 \text{ cm}$$

El tamaño de la imagen es:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-60 \cdot 1}{-15} = 4 \text{ cm}$$

La imagen es virtual, derecha y mayor que el objeto, como se muestra en la siguiente figura:



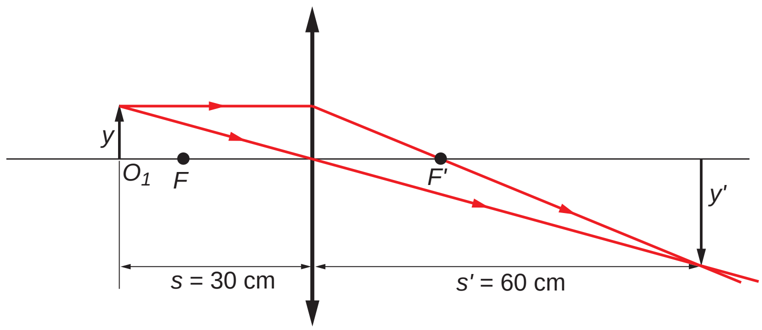
Si el objeto está a 30 cm de la lente, la posición de su imagen será:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{-30}} = 60 \text{ cm}$$

El tamaño de la imagen es:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{60 \cdot 1}{-30} = -2 \text{ cm}$$

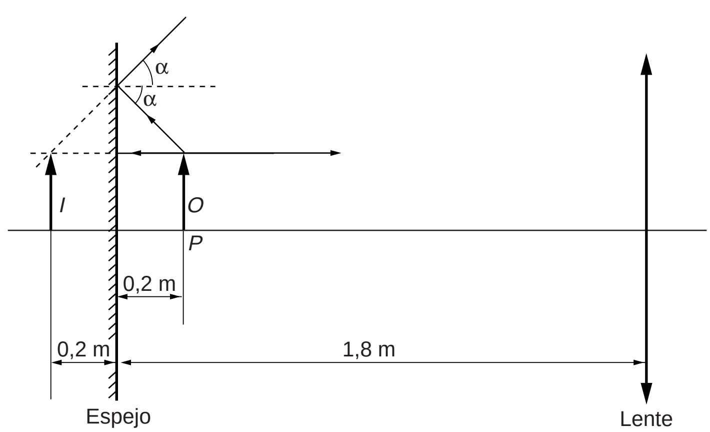
La imagen es real, invertida y mayor, de acuerdo con la siguiente gráfica:



38. Una lente convergente, *L*, de una dioptría, está situada enfrente de un espejo plano, *E*, colocado perpendicularmente al eje de la lente.

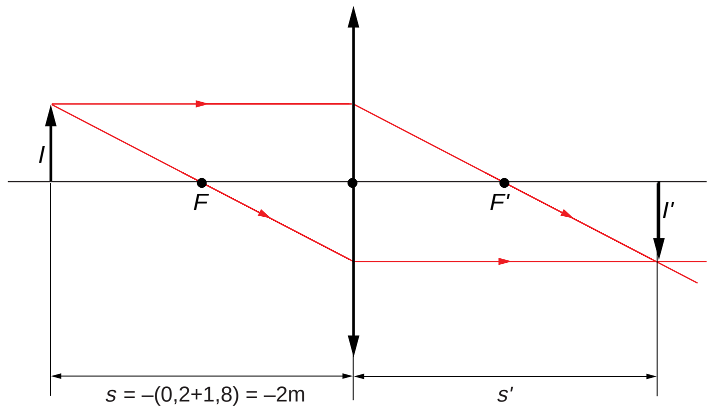
La distancia entre el espejo y la lente es 1,8 m. A 20 cm del espejo, sobre el eje, hay un punto luminoso, *P*, que se refleja en el espejo plano y su imagen se utiliza como objeto respecto a la lente. Dibuja la trayectoria que sigue un rayo de luz que parte de *P*. Calcula la posición de la imagen y el aumento lateral que se produce.

a) En la figura se muestra la trayectoria que siguen los rayos emitidos por el objeto hacia el espejo para formar la imagen.



De acuerdo con las reglas de la reflexión, la imagen es virtual, del mismo tamaño y está situada a 20 cm del plano del espejo.

b) En la figura siguiente hemos representado la situación de esa imagen respecto a la lente.



Para calcular la distancia imagen, aplicamos la expresión que relaciona distancia objeto y distancia imagen en una lente delgada:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = D$$

Al despejar y sustituir en esta expresión, resulta:

$$s' = \frac{f' \cdot s}{f' + s} = \frac{1 \cdot (-2)}{1 + (-2)} = 2 \text{ m}$$

Sustituyendo en la expresión correspondiente, calculamos ahora el aumento lateral:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{2}{-2} = -1$$

La imagen que se forma es del tamaño del objeto y está invertida.

39. Obtén gráficamente la imagen de un objeto, y comenta sus características, cuando se encuentra situado:

a) 20 cm antes de la lente.

b) 5 cm antes de la lente.

El enunciado de esta actividad no aporta los datos suficientes para resolverla. Para poder hacerlo, es necesario conocer el valor de la distancia focal objeto o imagen.

40. Se tiene una lente cóncava con radios de curvatura de 20 y 40 cm. Su índice de refracción es de 1,8. Un objeto de 3 mm se coloca a 50 cm de la lente. Calcula la potencia óptica de la lente y la posición y el tamaño de la imagen.

A partir de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Y teniendo en cuenta que:

$$P = \frac{1}{f'}$$

podemos calcular la potencia óptica de la lente:

$$P = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (1{,}8 - 1) \cdot \left(\frac{1}{-0{,}2} - \frac{1}{0{,}4}\right) = -6 \text{ dioptrías}$$

La distancia focal es:

$$P = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-6} = -0{,}1\widehat{6} \text{ m}$$

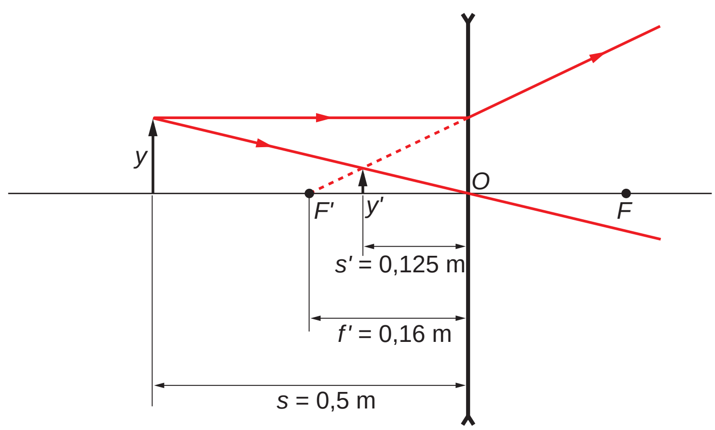
La posición de la imagen es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{s}} = \frac{1}{\dfrac{1}{-0{,}1\widehat{6}} + \dfrac{1}{-0{,}5}} = -0{,}125 \text{ cm}$$

Y su tamaño:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-0{,}125 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{-0{,}5} = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}75 \text{ mm}$$

La imagen es virtual, derecha y menor que el objeto, como corresponde a una lente divergente. En la imagen se muestra el diagrama de rayos.



41. Una lente bicóncava simétrica posee una potencia de –2 dioptrías y está formada por un plástico con un índice de refracción de 1,8. Calcula:

a) La velocidad de la luz en el interior de la lente.

b) Los radios de curvatura de la lente.

c) ¿Dónde hemos de colocar un objeto para que el tamaño de su imagen sea la mitad que el del objeto?

a) La velocidad de la luz en el interior de la lente la obtenemos teniendo en cuenta la definición de índice de refracción:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}8} = 1{,}67 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Los radios de curvatura de una lente están relacionados con la potencia, mediante la expresión:

$$P = \frac{1}{f'} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Teniendo en cuenta que se trata de una lenta bicóncava simétrica, deducimos que los dos radios de curvatura tienen el mismo valor, pero signos opuestos, según el convenio de signos que hemos utilizado al estudiar la unidad. Por tanto:

$$R_2 = -R_1 \rightarrow P = \frac{1}{f'} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$P = (n - 1) \cdot \frac{2}{R_1} \rightarrow R_1 = (n - 1) \cdot \frac{2}{P}$$

$$R_1 = (1{,}8 - 1) \cdot \frac{2}{-2} = -0{,}8 \text{ m}$$

$$R_2 = -R_1 = 0{,}8 \text{ m}$$

c) La posición del objeto la obtenemos aplicando la ecuación de las lentes delgadas y teniendo en cuenta la expresión del aumento lateral:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$y' = \frac{y}{2} \rightarrow \beta = \frac{y/2}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = \frac{s}{2}$$

Sustituyendo en la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s/2} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{2}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = f' = \frac{1}{P} \rightarrow s = \frac{1}{-2} = -0{,}5 \text{ m}$$

Por tanto, el objeto se debe colocar medio metro a la izquierda de la lente.

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

42 Un objeto luminoso, de 3 cm de altura, está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia –10 dioptrías. Determina:

a) La distancia focal de la lente.

b) La posición de la imagen.

c) La naturaleza y el tamaño de la imagen.

d) La construcción geométrica de la imagen.

a) La distancia focal es la inversa de la potencia de la lente. Por tanto:

$$P = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-10} = -0{,}1 \text{ m}$$

b) La posición de la imagen se calcula a partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

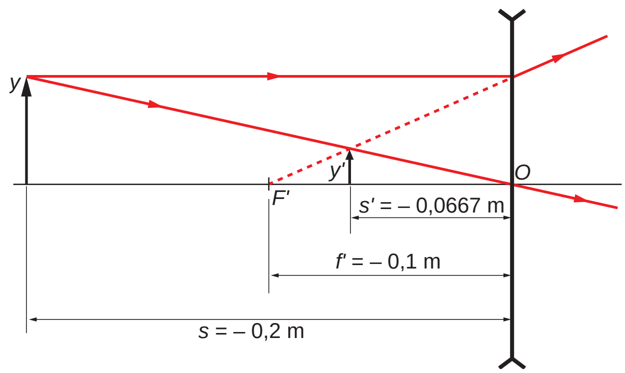
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{-0,1} + \frac{1}{-0,2}} = -0,0667 \text{ m}$$

La imagen es, por tanto, derecha y de menor tamaño que el objeto.

c) El tamaño de la imagen es:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow y' = \frac{s' \cdot y}{s} = \frac{-0,0667 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{-0,2} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

d) La imagen es, además, virtual, como se muestra en la siguiente figura:



43. Tenemos una lente de –4,5 dioptrías de potencia. Ponemos un objeto delante de la lente a 50 cm de distancia.

a) ¿Dónde se forma la imagen y de qué tipo es? Haz un diagrama de rayos y los cálculos pertinentes.

b) ¿Cuál es el aumento obtenido?

c) Si se puede, ¿dónde deberíamos poner el objeto para obtener una imagen real? Justifica la respuesta.

a) A partir de la definición de la potencia de una lente se obtiene su distancia focal:

$$P = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-4,5} = -0,22 \text{ m}$$

El valor negativo obtenido nos indica que se trata de una lente divergente. Las imágenes que forman este tipo de lentes son siempre virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.

La posición de la imagen la obtenemos aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P$$

Sustituyendo los datos que proporciona el enunciado:

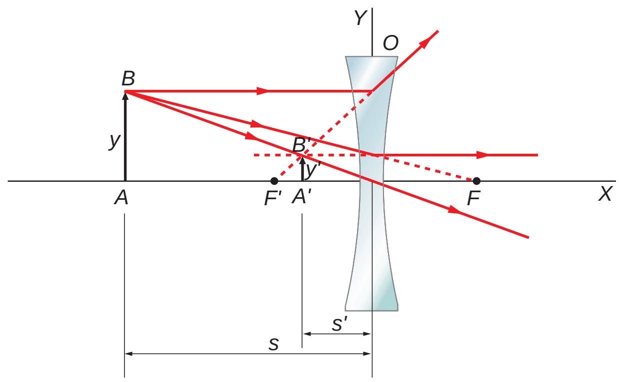
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,5} = -4,5 \rightarrow \frac{1}{s'} = -4,5 - \frac{1}{0,5} \rightarrow s' = -\frac{1}{6,5} = -0,154 \text{ m}$$

Como vemos, la imagen se forma a la izquierda de la lente.

Para realizar el trazado de rayos correspondiente, utilizaremos dos rayos cuya trayectoria sea conocida:

1. Un rayo que incide en la lente paralelo al eje óptico se refracta de modo que su prolongación pasa por el foco imagen.
2. Un rayo que pasa por el centro óptico de la lente no modifica su dirección de propagación.

El diagrama de rayos es el siguiente:



b) El aumento lateral de la lente se obtiene mediante la expresión:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow \beta = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}154}{-0{,}5} = 0{,}31$$

c) Como vimos al contestar el apartado a), una lente divergente siempre forma imágenes virtuales, puesto que se forman con las prolongaciones de los rayos que divergen tras refractarse en la lente. Es imposible obtener una imagen real con una lente divergente.

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

44. Un objeto está situado 12 cm a la izquierda de una lente de 10 cm de distancia focal. A la derecha de esta y a 20 cm, se coloca una segunda lente de 12,5 cm de distancia focal.

a) Halla la posición de la imagen final del objeto.

b) ¿Cuál es el aumento de la lente?

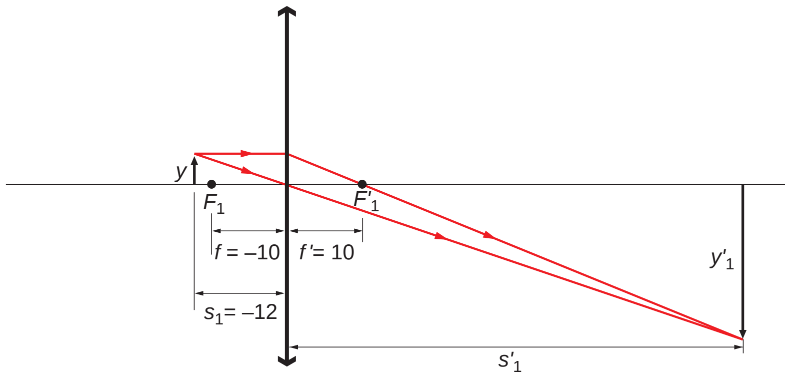
c) Dibuja un diagrama de rayos mostrando la imagen final.

a) En un sistema de lentes, la imagen del objeto que proporciona la primera lente sirve de objeto para la segunda, y así sucesivamente. En este caso, con dos lentes convergentes, la imagen formada en la primera lente, y'_1, es el objeto de la segunda lente: $y_2 = y'_1$. Para obtener la posición, s'_1, de la imagen dada por la primera lente, aplicamos la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \rightarrow \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-0{,}12} = \frac{1}{0{,}1}$$

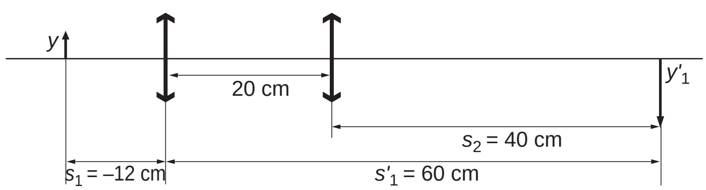
$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}12} \rightarrow \frac{1}{s'_1} = \frac{0{,}12 - 0{,}1}{0{,}012} = \frac{0{,}02}{0{,}012}$$

$$s'_1 = \frac{0{,}012}{0{,}02} = 0{,}6 \text{ m}$$



La primera lente forma la imagen del objeto 60 cm a su derecha. Puesto que la segunda lente se encuentra 20 cm a la derecha de la primera, el objeto, para la segunda lente, está situado 40 cm a su derecha:

$$s_2 = s'_1 - 0{,}2 = 0{,}4 \text{ m}$$



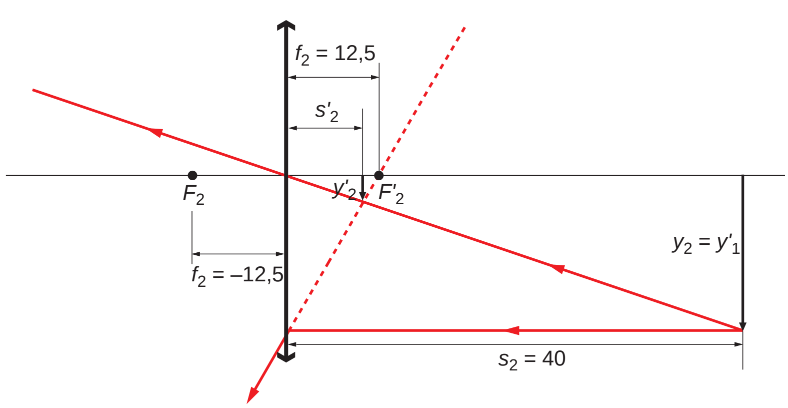
Aplicando a la segunda lente la ecuación fundamental de las lentes, obtenemos la posición final del objeto:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'_2} \rightarrow \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{0{,}4} = \frac{1}{0{,}125}$$

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{0{,}125} + \frac{1}{0{,}4} \rightarrow \frac{1}{s'_2} = \frac{0{,}4 + 0{,}125}{0{,}05} = 10{,}5$$

$$s'_2 = \frac{1}{10{,}5} = 0{,}095 \text{ m}$$

La imagen final se encuentra situada 9,5 cm a la derecha de la segunda lente, como se aprecia en la figura de la página siguiente.



b) El aumento lateral de una lente se obtiene mediante la expresión:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

En este caso, para cada una de las lentes, resulta:

$$\beta_1 = \frac{s'_1}{s_1} \rightarrow \beta_1 = \frac{0{,}6}{-0{,}12} = -5 \rightarrow y'_1 = -5 \cdot y_1$$

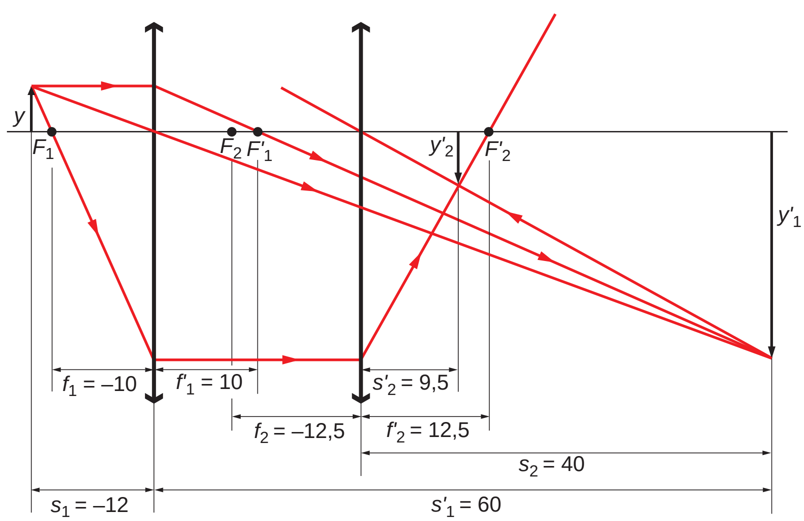
$$\beta_2 = \frac{s'_2}{s_2} \rightarrow \beta_2 = \frac{0{,}095}{0{,}4} = 0{,}24 \rightarrow y'_2 = 0{,}24 \cdot y_2$$

El aumento lateral del sistema de lentes es:

$$y'_2 = 0{,}24 \cdot y_2 = 0{,}24 \cdot (-5 \cdot y_1) = -1{,}2 \cdot y_1$$

$$\beta = \frac{y'_2}{y_1} = -1{,}2$$

c) El diagrama de rayos completo es el siguiente:



NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

45. Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

a) ¿Cuáles son la naturaleza (convergente o divergente) y posición de la lente? ¿Cuál es el valor de la distancia focal?

b) Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente a la obtenida anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?

a) Teniendo en cuenta que la imagen es real, debe de tratarse de una lente convergente, puesto que las lentes divergentes dan siempre imágenes virtuales.

La imagen es invertida y de mayor tamaño que el objeto. Esto implica que el objeto estará situado entre F y $2 \cdot F$, es decir, debe cumplirse que $F < s < 2 \cdot F$, tal como vimos al estudiar la unidad.

A partir de los datos que proporciona el enunciado del problema, podemos calcular el aumento lateral de la lente y la relación entre s y s'.

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} = -4 \cdot \frac{y}{y} = -4$$

Por tanto:

$$\frac{s'}{s} = -4 \rightarrow s' = -4 \cdot s \qquad [1]$$

Como el objeto luminoso está situado a 6 m de la pantalla, ha de cumplirse que:

$$|s| + |s'| = 6 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta el convenio de signos:

$$s' - s = 6 \text{ m} \qquad [2]$$

A partir de las expresiones [1] y [2] obtenemos el valor de s y s':

$$\left.\begin{array}{l} s' = -4 \cdot s \\ s' - s = 6 \end{array}\right\} \rightarrow -4 \cdot s - s = 6 \rightarrow \begin{array}{l} s = -1{,}2 \text{ m} \\ s' = -4 \cdot s = -4 \cdot (-1,\ 2) = 4{,}8 \text{ m} \end{array}$$

El valor de la distancia focal de la lente, f', se obtiene a partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{s' \cdot s}{s' - s} = \frac{-1{,}2 \cdot 4{,}8}{-1{,}2 - 4{,}8} = 0{,}96 \text{ m}$$

b) En este caso, se sigue cumpliendo la siguiente relación:

$$s' - s = 6 \text{ m} \rightarrow s' = 6 + s$$

Por tanto, aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{6 + s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0{,}96} \rightarrow \frac{-6}{s^2 + 6 \cdot s} = \frac{1}{0{,}96} \rightarrow s^2 + 6\ s + 5{,}76 = 0$$

Al resolver la ecuación de segundo grado, se obtiene:

$$s = -1{,}2 \text{ m} \ ; \ s = -4{,}8 \text{ m}$$

El primer valor es el obtenido en el apartado anterior; por tanto, en este caso:

$$s = -\ 4{,}8 \text{ m} \rightarrow s' = 6 + s = 6 - 4{,}8 = 1{,}2 \text{ m}$$

Por tanto, el nuevo valor del aumento lateral es:

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{1{,}2}{-4{,}8} = -0{,}25$$

NOTA: la resolución que de este problema se ofrece en el CD-ROM para el alumnado no es correcta, ya que en ella se ha considerado la distancia del objeto a la lente, en vez de a la pantalla.