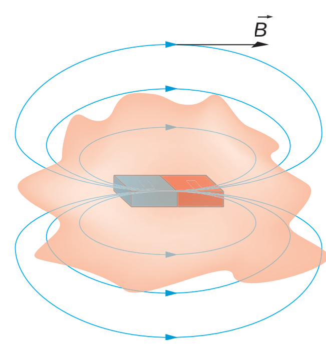
9 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

9.1. FLUJO MAGNÉTICO

1. ¿Por qué es nulo el flujo magnético a través de una superficie cerrada que rodea a un imán?

Las líneas de campo magnético son cerradas. En el caso de un imán, estas líneas, por el exterior, salen del polo norte y entran por el polo sur, como se muestra en la siguiente ilustración:

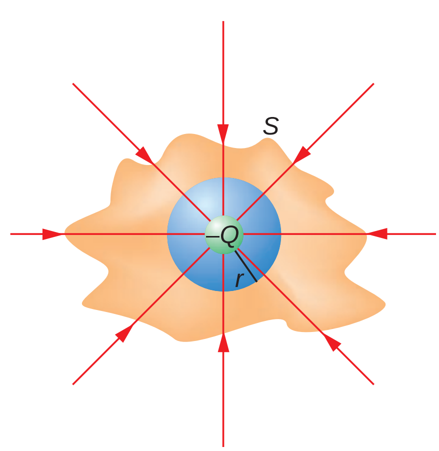


En ella se observa que el número de líneas que salen es igual al de líneas que entran; por tanto, el flujo magnético es cero.

2. ¿Por qué no ocurre lo mismo con cualquier carga eléctrica?

En el caso de una carga eléctrica, el flujo que atraviesa una superficie cerrada no es nulo. Esto es debido a que las líneas del campo eléctrico, a diferencia de las del campo magnético, son abiertas.

En la siguiente figura se aprecia el flujo de campo eléctrico que atraviesa dos superficies cerradas de distinta forma para el caso de una carga negativa:



9.2. EXPERIENCIAS DE FARADAY Y DE HENRY

1. ¿Qué fenómeno observaríamos en el ejemplo que se incluye en esta página a la derecha, si movemos con la misma velocidad, dirección y sentido el imán y la espira?

Si movemos ambos cuerpos con la misma velocidad, dirección y sentido, logramos que la velocidad relativa entre ambos sea nula. Por tanto, el flujo magnético que atraviesa la espira será constante, y no mediremos el paso de corriente inducida.

2. En lo que respecta a la intensidad de corriente que circula por la espira, ¿importa la velocidad con que movemos el imán respecto a la espira?

Cuanto mayor es la velocidad con que desplazamos el imán respecto a la espira, mayor es la variación de flujo que se produce, $d\Phi/dt$. Por tanto, la f.e.m. inducida sobre la espira es mayor, ya que, de acuerdo con la ley de Faraday de la inducción, $\varepsilon = -d\Phi/dt$.

Como la resistencia eléctrica de la espira no varía, si la f.e.m. inducida aumenta, también lo hace la intensidad que recorre la espira, ya que, de acuerdo con la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

3. En los ejemplos de la página anterior, relativos a las experiencias de Faraday y Henry, ¿qué sucede si introducimos o extraemos un núcleo de hierro en el interior de la bobina que genera el campo magnético?

El campo magnético en el interior de un solenoide es:

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot N}{L}$$

Por tanto, una bobina con núcleo de hierro tiene en su interior un campo magnético mucho más elevado, ya que el hierro posee una permeabilidad magnética, μ, mucho mayor que el aire.

Al introducir o extraer el núcleo de hierro, modificamos la permeabilidad magnética del sistema, y, como consecuencia, varían el campo magnético y el flujo magnético.

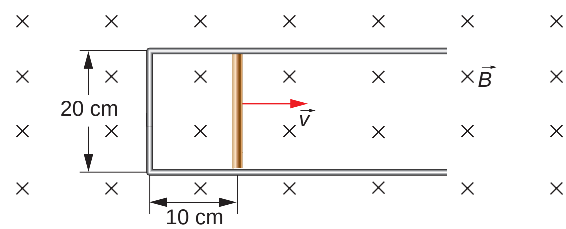
De acuerdo con la ley de Faraday, la f.e.m. inducida es directamente proporcional a la variación de flujo que se produce por unidad de tiempo. Podemos concluir, por tanto, que mientras extraemos o introducimos el núcleo de hierro, se induce una f.e.m. en el circuito.

4. ¿Cómo podemos variar la intensidad de corriente que circula, por ejemplo, por un solenoide?

Un sencillo procedimiento es introducir y extraer consecutivamente un imán dentro del solenoide. De ese modo se generará una corriente inducida que, al menos, cambiará de sentido cada vez que se cambie de sentido el movimiento del imán.

9.3. LEY DE FARADAY-HENRY

1. **Una espira rectangular posee un lado móvil que se desplaza en el seno de un campo magnético uniforme de 5 T con una velocidad constante de 5 cm · s^{-1}:**



Calcula:

a) La f.e.m. inducida en la espira en función del tiempo.

b) La intensidad que recorre la espira si su resistencia eléctrica es de 0,5 Ω.

c) La fuerza que debemos ejercer sobre el lado móvil de la espira para mantener constante la velocidad con que esta se mueve.

d) Señala el sentido de la corriente inducida.

a) En el circuito se produce una variación del flujo magnético, ya que varía la superficie del circuito. Dicha variación la podemos expresar en la forma:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot L \cdot dx = B \cdot L \cdot v \cdot dt$$

La f.e.m. inducida será, por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot L \cdot v \cdot t)}{dt} = -B \cdot L \cdot v = -5 \cdot 0,2 \cdot 0,05 = -0,05 \text{ V}$$

b) Aplicando la ley de Ohm, podemos calcular la intensidad de corriente inducida que recorre la espira:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,05}{0,5} = 0,1 \text{ A}$$

c) Para que la espira se mueva con velocidad constante, debemos ejercer sobre ella una fuerza igual y de sentido contrario a la que ejerce el campo sobre el conductor que avanza con velocidad v.

La fuerza electromagnética tiende a frenar la velocidad con que se desplaza el lado móvil, intentando con ello que no varíe el flujo magnético que atraviesa la espira.

De acuerdo con la ley de Laplace:

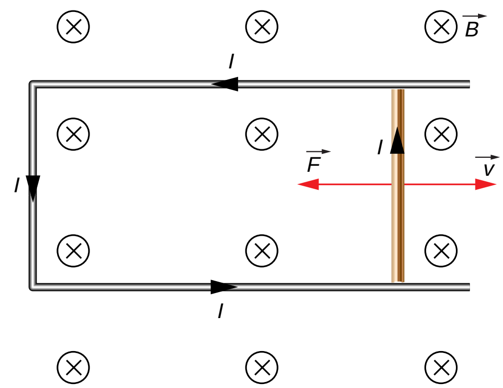
$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \rightarrow F = I \cdot l \cdot B \cdot sen\ 90° = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 5 = 0,1 \text{ N}$$

d) Como hemos visto en el apartado anterior, existe una fuerza, aplicada sobre el conductor que se desplaza, que tiende a disminuir la velocidad con que se mueve y que crea el propio campo magnético. De ahí el sentido que hemos asignado al vector fuerza en la figura de la página siguiente.

De acuerdo con esto, al aplicar las reglas del producto vectorial a la siguiente expresión:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$$

vemos que la intensidad debe circular por la espira como se indica en la siguiente ilustración:



9.4. AUTOINDUCCIÓN

1. Al desconectar ciertos aparatos de la red eléctrica, como, por ejemplo, una plancha, salta una chispa en el enchufe. Explica el motivo por el que ocurre a partir de los conceptos expuestos en este epígrafe.

La plancha, como todo circuito eléctrico, posee cierta autoinducción, L. Al desconectar el interruptor, varía de forma brusca la intensidad que recorre el circuito, que pasa de un valor, I, a cero, en un intervalo de tiempo Δt.

Dicha variación produce un campo magnético y, por tanto, un flujo magnético variable, que induce una f.e.m., ε, en el circuito, que se opone a la disminución que se produce en la intensidad:

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

El chispazo que observamos es la extracorriente de apertura que se ha generado justo en el momento de desconectar el circuito.

2. ¿Dónde es más fácil detectar el fenómeno que describe la actividad anterior: al desconectar un interruptor general (un magnetotérmico, por ejemplo) o al desconectar una lámpara?

El fenómeno es más fácil de detectar en una lámpara que en un interruptor general. La razón es que, al desconectar un interruptor general, no podemos ver los terminales y no apreciamos visualmente el chispazo, a diferencia de lo que ocurre con el interruptor de la lámpara, ya que, al apagarla, podemos ver el reflejo del chispazo que atraviesa la carcasa de plástico que protege al interruptor.

9.5. LA CORRIENTE ALTERNA

1. Busca información en la bibliografía acerca del motor eléctrico. Dibuja un esquema de cómo está construido y compara su estructura con la del generador de corriente eléctrica.

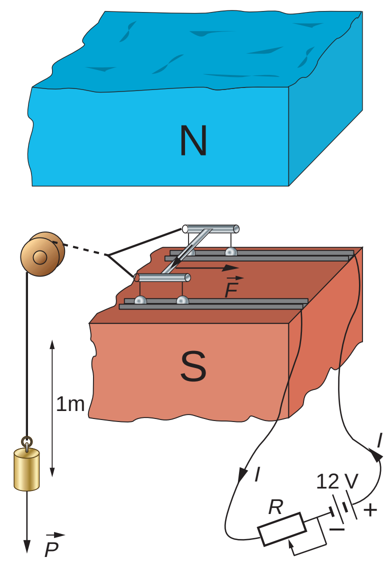
Un generador es un dispositivo que proporciona energía eléctrica. Al contrario, un motor es un dispositivo que consume energía eléctrica.

Ya sabemos cómo calcular la fuerza que actúa sobre un elemento conductor situado en el seno de un campo magnético:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$$

Esta fuerza podemos modificarla simplemente variando el valor de la intensidad de la corriente eléctrica que circula por él, el valor del campo o ambas magnitudes a la vez. Este es el principio de funcionamiento del motor eléctrico.

En la figura se muestra un ejemplo de motor eléctrico elemental. El él se incluye un reostato que permite modificar la intensidad de corriente que circula por el conductor. Al cerrar el circuito, aparece una fuerza electromagnética, $\vec{F}$, dirigida hacia la derecha que permite elevar una pesa.



9.6. TRANSFORMADORES

1. Alrededor de una barra de hierro se arrollan dos bobinas con distinto número de espiras. Una de ellas se conecta a un generador de corriente alterna de 24 V y la otra se conecta a una bombilla, actuando el dispositivo como si fuese un transformador.

La bombilla se ilumina correctamente cuando la d.d.p. entre sus bornes es 12 V, consumiendo, en ese caso, 24 W. Suponiendo que el transformador formado por las bobinas y la barra de hierro es 100 % eficiente, calcula la intensidad de corriente que circula.

Suponiendo que no existen pérdidas, en un transformador de corriente la potencia es constante a ambos lados del mismo:

$$P_{primario} = P_{secundario}$$

$$I_1 \cdot V_1 = I_2 \cdot V_2$$

Si la bombilla consume 24 W y la d.d.p. entre sus bornes es de 12 V, la intensidad que circula por el secundario debe ser:

$$I_2 = \frac{P_{secundario}}{V_2} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$$

Si tenemos en cuenta que la d.d.p. en el primario es de 24 V, la intensidad en el primario debe ser:

$$I_1 = \frac{P_{primario}}{V_1} = \frac{24}{24} = 1 \text{ A}$$

2. En la actividad anterior se mide la intensidad de corriente que circula por el generador y se obtiene un valor de 1,5 A. Calcula la potencia eléctrica que se pierde en el proceso de transformación. Señala algún argumento que explique la forma en que se pierde energía en el transformador.

Conocido el dato de la intensidad, podemos calcular la potencia real que llega a la bombilla:

$$P_{secundario} = I_2 \cdot V_2 = 1{,}5 \cdot 12 = 18 \text{ W}$$

Sin embargo, la potencia que suministra el primario es de 24 W. La potencia perdida es:

$$P_{primario} - P_{secundario} = 24 - 18 = 6 \text{ W}$$

La energía eléctrica que circula por las bobinas calienta los conductores, que transmiten al medio energía en forma de calor (efecto Joule). Este es el modo, básicamente, en que se "degrada" la energía eléctrica en un transformador.

No obstante, un transformador es una máquina donde la conversión de energía tiene rendimientos muy elevados, al tratarse de un máquina sin partes móviles, lo que evita el rozamiento entre superficies.

De hecho, en los transformadores reales, el rendimiento suele alcanzar fácilmente valores en torno al 95%, e incluso superiores.

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. Una persona mueve un imán de barra, acercándolo o alejándolo de una espira cuadrada que permanece fija.

El eje norte-sur del imán es perpendicular a la espira y su polo norte está encarado hacia esta. En esas condiciones, indica cuál será la dirección y el sentido de la corriente eléctrica que se induce en la espira.

Representa gráficamente la situación que propone el enunciado; te resultará útil para resolverlo.

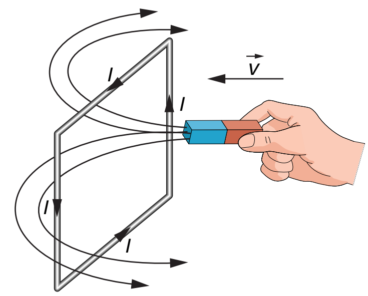
El sentido de las líneas de campo magnético es de norte a sur.

Según la ley de Lenz, el sentido de la intensidad inducida es aquel cuyo flujo magnético induce, a su vez, una f.e.m. que se opone a la f.e.m. inducida externamente.

En la siguiente página analizamos cada caso:

- El imán se acerca:

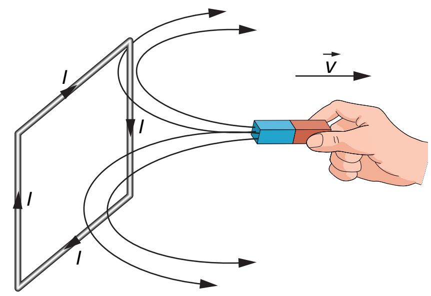
  Cuando el imán se acerca, aumenta el flujo magnético a través de la espira, debido al aumento de líneas de campo que la atraviesan. Por tanto, el sentido de la intensidad será aquel que cree un campo magnético que tienda a disminuir el flujo a través de la espira (ley de Lenz).



  La espira, por tanto, ha de crear un campo magnético hacia la izquierda. Según la regla del tornillo, ello implica que la intensidad, vista desde la posición del imán, se mueva en sentido antihorario.

- El imán se aleja:

  Cuando el imán se aleja, disminuye el flujo magnético a través de la espira, debido a que el número de líneas de campo que la atraviesan es menor. El sentido de la intensidad será aquel que cree un campo magnético que tienda a aumentar el flujo a través de la espira (ley de Lenz).



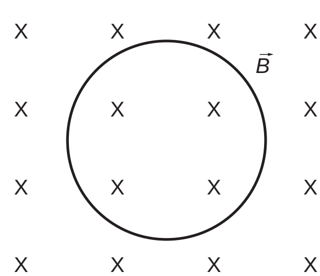
  La espira, por tanto, ha de crear un campo magnético hacia la derecha, lo que, según la regla del tornillo, implica que la intensidad, vista desde la posición del imán, se mueva en sentido horario.

2. Razona qué sentido tendrá la corriente inducida en una espira cuando:

a) Acercamos al plano de la espira el polo norte de un imán.

b) El plano de la espira se aleja del polo norte de un imán.

Para resolver esta cuestión supodremos que la espira está en el plano del papel, y el polo norte del imán, encima de él. De ese modo, el campo magnético, $\vec{B}$, creado por el imán será un campo entrante, como se muestra en la siguiente figura:

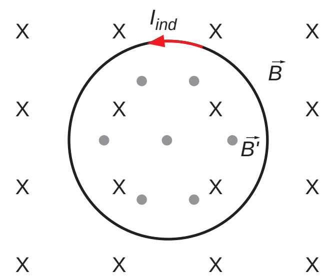


a) Mientras el imán se acerca a la espira, el flujo del campo magnético que la atraviesa aumenta, lo que induce en la espira una corriente cuya fuerza electromotriz viene dada por la ley de Faraday-Lenz:

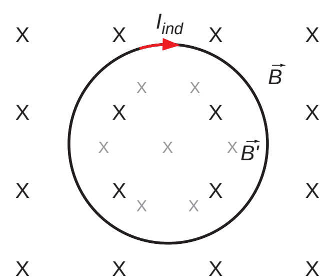
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\cdot\vec{S})}{dt}$$

Recuerda que el signo negativo que acompaña a la f.e.m. inducida indica que el sentido de la corriente se opone a la causa que la produce.

En este caso, como el flujo del campo magnético aumenta, la corriente eléctrica inducida tiene un sentido tal que crea un campo magnético en sentido contrario. Por tanto, la corriente inducida tendrá un sentido antihorario, como se muestra en la siguiente ilustración:



b) En este caso, al alejar el imán, el flujo de campo magnético que atraviesa la espira disminuye. Haciendo un razonamiento análogo al del apartado anterior, se llega a la conclusión de que en este caso la corriente tendrá un sentido horario, para generar un campo magnético en el mismo sentido que el inicialmente existente, como se muestra en la figura:



3. Una corriente eléctrica que circula por un hilo crea un campo magnético. Un campo magnético, ¿crea siempre una corriente eléctrica en un hilo que lo atraviesa? Razona la respuesta.

La respuesta a la pregunta que propone el enunciado es negativa. Para que un campo magnético cree una corriente eléctrica, este debe variar con el tiempo. Si es uniforme, no induce corriente.

4. ¿De qué depende la f.e.m. inducida en un circuito?

a) De que varíe en una magnitud grande o pequeña el flujo magnético que lo atraviesa.

b) De la variación del flujo magnético (rapidez con que cambia) a través de él.

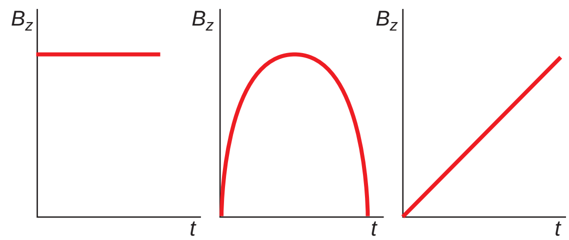
c) Del valor del flujo magnético que lo atraviesa, supuesto constante.

La f.e.m. inducida en un circuito eléctrico se calcula de acuerdo con la ley de Faraday-Henry:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

De ella se deduce que la f.e.m. inducida en un circuito depende de la variación del flujo magnético que lo atraviesa. Por tanto, la respuesta correcta es la **b).**

5. ¿Qué campo magnético, de los tres que se representan en las figuras, deberemos aplicar a una espira cuadrada que descansa en el plano *XY*, para que se induzca en esta una f.e.m. constante? ¿Qué sentido tendrá la corriente inducida en la espira? El campo magnético está dirigido a lo largo del eje *OZ*.



La f.e.m. inducida en la espira se calcula de acuerdo con la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \varepsilon = -\frac{d(B \cdot S \cdot cos\ \alpha)}{dt}$$

En ella, el ángulo α es el formado por el vector inducción magnética, $\vec{B}$, y el vector superficie, $\vec{S}$, que es un vector perpendicular al plano de la espira.

En el enunciado se indica que la espira descansa en el plano *XY*; ello significa que la superficie de la espira, *S*, y el ángulo que esta forma con el campo magnético son constantes. Por tanto, su variación respecto al tiempo es nula:

$$\varepsilon = -\frac{d(B \cdot S \cdot cos\ \alpha)}{dt} = -S \cdot cos\ \alpha \cdot \frac{dB}{dt}$$

En consecuencia, la f.e.m. inducida se deberá a la variación del campo magnético. Analicemos a continuación los tres campos magnéticos que proporciona el enunciado de la cuestión:

- El campo magnético de la izquierda es uniforme (constante). Por tanto, su variación respecto al tiempo es nula y no inducirá f.e.m.:

$$\varepsilon = -S \cdot cos\ \alpha \cdot 0 = 0$$

- El campo magnético del centro primero aumenta y después disminuye; varía con el tiempo; eso induciría en la espira una f.e.m. variable, no constante, como se solicita.

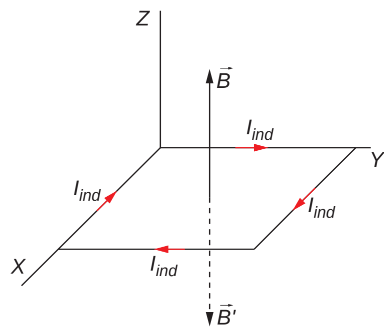
- El último campo representado varía de forma uniforme a lo largo del tiempo. En este caso, la variación del campo magnético respecto al tiempo se corresponde con el valor de la pendiente, *m*, que representa el campo magnético:

$$\frac{dB}{dt} = m$$

En este caso se induce en la espira una f.e.m. constante, cuyo valor viene dado por:

$$\varepsilon = -S \cdot cos\ \alpha \cdot m$$

De acuerdo con la ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida en la espira es tal que se opone a la causa que la produce. En este caso, al estar la espira situada en el plano *XY*, y el campo magnético creciente, en el sentido positivo del eje *Z*, para que se induzca un campo magnético, $\vec{B}'$, en sentido contrario, el sentido de la corriente inducida debe ser el que se muestra en la siguiente ilustración:



EJERCICIOS

6. ¿Qué es un transformador? ¿Por qué son útiles para el transporte de energía eléctrica? Si el primario de un transformador tiene 1 200 espiras y el secundario 100, ¿qué tensión habrá que aplicar al primario para tener en la salida del secundario 6 V?

Un transformador es un dispositivo que permite modificar la tensión de una corriente alterna. Se utiliza en el transporte de energía eléctrica, porque al permitir elevar la tesión de la corriente eléctrica transportada, se reducen las pérdidas de energía por efecto Joule.

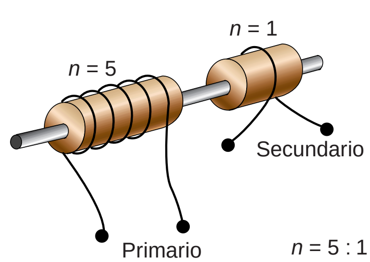
Para ampliar la respuesta, consúltese el epígrafe 9.6 (páginas 228 y 229) y la ampliación de contenidos sobre el transporte y la distribución de electricidad (páginas 232 y 233) incluidos en el libro del alumno.

En un transformador se cumple la siguiente relación entre las f.e.m. inducidas en los arrollamientos primario y secundario, ε_1 y ε_2, y su número de espiras, N_1 y N_2:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 6 \cdot \frac{1\,200}{100} = 72 \text{ V}$$

7. Disponemos de una barra de acero y un rollo de hilo de cobre. Indica cómo puedes construir un transformador cuya relación de transformación sea 5.

Sobre la misma barra de acero arrollamos, a cada uno de los lados, formando solenoides separados, el conductor de cobre.



Para lograr que la relación de transmisión sea 5, en uno de los lados, el número de vueltas del cable alrededor de la barra ha de ser 5 veces superior al del otro. Este será el primario del transformador, mientras que el arrollamiento del otro extremo será el secundario.

8. Un solenoide cilíndrico está formado por un arrollamiento de 100 espiras por centímetro y mide 20 cm de longitud y 2 cm de radio. Por el solenoide circula una corriente de 10 A. Calcula el coeficiente de autoinducción del solenoide, si suponemos que en su interior tan solo existe aire.

Dato: $\mu_{aire} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ U.I.

El número total de espiras del solenoide es:

$$N = 100 \cdot 20 = 2\ 000 \text{ espiras}$$

Por tanto, el coeficiente de autoinducción resulta:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2\ 000^2 \cdot \pi \cdot 0,02^2}{20 \cdot 10^{-2}} = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

9. Para realizar cierta experiencia se quiere construir un solenoide de 50 cm de largo, con un coeficiente de autoinducción de 2 mH. ¿Cuántos metros de alambre necesitaremos?

Supón que el diámetro del alambre es despreciable frente a la longitud del solenoide.

Con los datos que facilita el enunciado, y suponiendo para el radio un valor de 5 cm, podemos calcular el número de vueltas:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot \pi \cdot r^2}{l}$$

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot l}{\mu_0 \cdot \pi \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 0,05^2}} = 318,3 \simeq 319 \text{ vueltas}$$

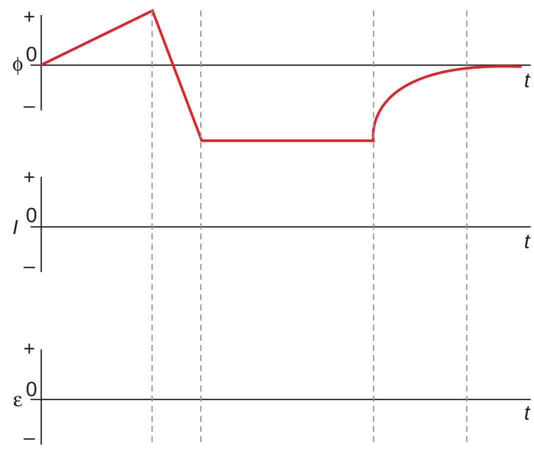
La longitud de cada vuelta es el perímetro de la circunferencia:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 0,05 = 0,1 \cdot \pi \text{ m}$$

siendo la longitud total del cable:

$$L = N \cdot P = 319 \cdot 0,1 \cdot \pi = 100,22 \text{ m}$$

10. La intensidad de la corriente que circula por una bobina varía con el tiempo. Por tanto, el flujo magnético, Φ, y la f.e.m. inducida, ε, también varían con el tiempo, siendo la variación de flujo magnético la que se indica en la primera gráfica.



A partir de esta gráfica, dibuja, en cada caso, la forma en que varía la intensidad de corriente, *I*, y la f.e.m. inducida, ε, de acuerdo con los sistemas de coordenadas propuestos.

De acuerdo con la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

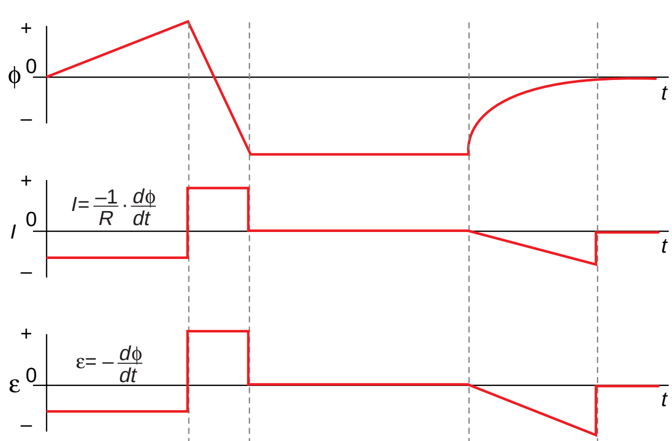
Por otra parte, de acuerdo con la ley de Ohm, la intensidad de corriente resulta:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{\frac{d\Phi}{dt}}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Para dibujar las derivadas, debemos tener en cuenta que:

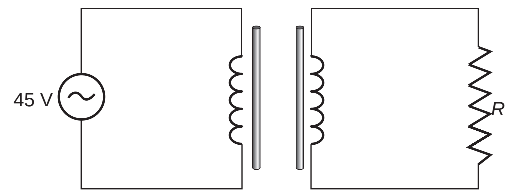
- Las derivadas de rectas de pendiente constante son rectas paralelas al eje *X* (rectas de pendiente nula).
- Las derivadas de rectas paralelas al eje *X* son nulas (derivadas de una constante).
- Las derivadas de las curvas de segundo grado son rectas de pendiente constante.

Las funciones que nos piden tienen, por tanto, la siguiente forma:



PROBLEMAS

11. Un transformador tiene 120 vueltas en el primario y 40 vueltas en el secundario. El secundario está conectado a una resistencia de 10 ohm y la d.d.p. aplicada en el primario es 45 V, siendo la corriente alterna.



Despreciando las pérdidas energéticas que se producen en el transformador, calcula la intensidad de corriente que circulará por el secundario.

En un transformador se cumple la siguiente relación:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Con los datos que facilita el enunciado podemos calcular la d.d.p. en el secundario del transformador:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 45 \cdot \frac{40}{120} = 15 \text{ V}$$

Aplicando ahora la ley de Ohm al secundario, resulta:

$$V_2 = I_2 \cdot R \rightarrow I_2 = \frac{V_2}{R} = \frac{15}{10} = 1{,}5 \text{ A}$$

12. Un transformador tiene 11 000 vueltas en el primario y 225 en el secundario. El secundario está conectado a una resistencia de 10 ohm y la d.d.p. aplicada en el primario es 220 V, siendo la corriente alterna.

Despreciando las pérdidas energéticas que se producen en el transformador, calcula la intensidad de corriente que circula por el secundario.

En un transformador se cumple la siguiente relación:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Con este valor podemos calcular la diferencia de potencial en el secundario:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 220 \cdot \frac{225}{11\,000} = 4{,}5 \text{ V}$$

Aplicando la ley de Ohm al secundario, obtenemos la intensidad de corriente que circula por él:

$$V_2 = I_2 \cdot R \rightarrow I_2 = \frac{V_2}{R} = \frac{4{,}5}{10} = 0{,}45 \text{ A}$$

13. El flujo magnético que atraviesa una espira conductora viene dado por la expresión:

$$\mathbf{\Phi(t) = 0{,}02 \cdot (t^3 - 4 \cdot t)}$$

En dicha expresión, el flujo se mide en $\mathbf{T \cdot m^2}$ si el tiempo se mide en segundos.

a) Representa gráficamente cómo varían con el tiempo el flujo magnético y la f.e.m. inducida.

b) ¿En qué instantes se anula el flujo magnético?

c) Calcula el valor de la f.e.m. en esos instantes.

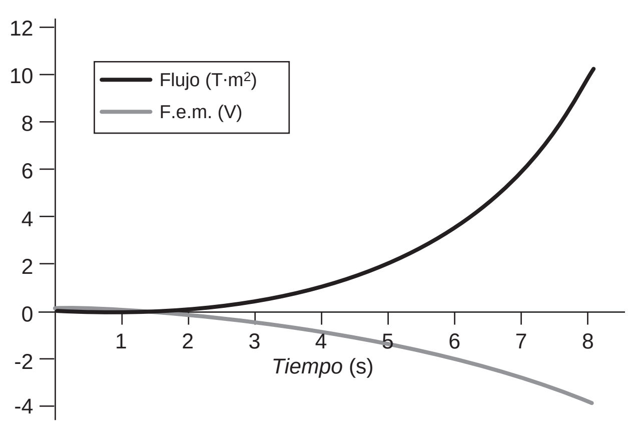
a) Según la ley de Faraday, la f.e.m inducida resulta:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-d[0,02 \cdot (t^3 - 4 \cdot t)]}{dt} = -0,02 \cdot (3 \cdot t^2 - 4)$$

Si damos valores al tiempo, el flujo y la f.e.m. inducida resultan:

Tiempo (s)	Flujo ($T \cdot m^2$)	F.e.m. (V)
0	0	0,08
1	–0,06	0,02
2	0	–0,16
3	0,3	–0,46
4	0,96	–0,88
5	2,1	–1,42
6	3,84	–2,08
7	6,3	–2,86
8	9,6	–3,76

Al representar gráficamente estos datos, resulta:



b) y c) Como se observa en la tabla anterior, el flujo magnético se anula en los instantes $t = 0$ y $t = 2$ s (cuando $t^3 - 4 \cdot t = 0$). Las f.e.m. en esos instantes son:

$$t = 0 \text{ s} \rightarrow \text{f.e.m.} = +0{,}08 \text{ V}$$
$$t = 2 \text{ s} \rightarrow \text{f.e.m.} = -0{,}16 \text{ V}$$

14. El flujo magnético que atraviesa una espira conductora varía con el tiempo de acuerdo con la expresión:

$$\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}1 \cdot t^2 - 0{,}4 \cdot t}$$

donde Φ viene expresada en T · m², y *t*, en segundos.

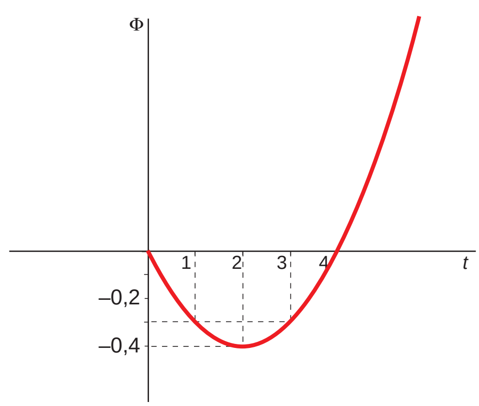
a) Halla una expresión de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.

b) Construye sendas gráficas de la variación con el tiempo del flujo y de la fuerza electromotriz inducida.

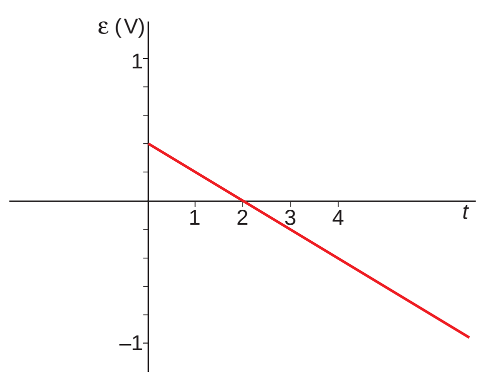
a) La fuerza electromotriz inducida se obtiene aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(0,1 \cdot t^2 - 0,4 \cdot t)}{dt} = -0,2 \cdot t + 0,4$$

b) La representación gráfica de la variación del flujo en función del tiempo es la siguiente:



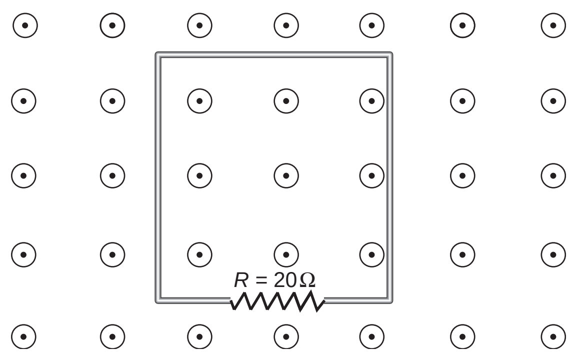
Y la que corresponde a la fuerza electromotriz inducida:



15. **El flujo magnético que atraviesa el circuito eléctrico de la figura varía con el tiempo, de acuerdo con la expresión:**

$$\Phi(t) = 2 \cdot t + 5 \cdot t^2$$

En esta expresión, Φ se mide en miliweber si *t* se mide en segundos. Las líneas de fuerza del campo magnético son perpendiculares al plano del papel y salen de él.



Si la resistencia del circuito es 20 Ω, calcula la intensidad de corriente inducida en el instante *t* = 3 s. Justifica el sentido de la corriente eléctrica inducida.

En primer lugar calculamos la f.e.m. inducida sobre el circuito. De acuerdo con la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(2 \cdot t + 5 \cdot t^2)}{dt} = -2 - 10 \cdot t \text{ mV}$$

En el instante $t = 3$ s, la f.e.m. es:

$$\varepsilon = -2 - 10 \cdot t = -2 - 10 \cdot 3 = -32 \text{ mV}$$

Por tanto, la intensidad inducida en el circuito resulta:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-32}{20} = -1{,}6 \text{ mA}$$

El sentido de la corriente inducida es aquel que hace que se oponga a la causa que la crea. En este caso, esa causa es el aumento del campo magnético, ya que la superficie permanece constante.

Por tanto, la corriente circulará de modo que el sentido del campo que cree sea hacia dentro del papel. De acuerdo con la regla del tornillo, la intensidad ha de girar en sentido horario, en el plano de la espira.

16. **El flujo magnético que atraviesa una espira conductora viene dado por la expresión:**

$$\Phi(t) = (t^2 - 4 \cdot t) \cdot 10^{-1}$$

En dicha expresión, el flujo se mide en $T \cdot m^2$ si el tiempo se mide en segundos.

a) Calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira, en función del tiempo.

b) Representa gráficamente cómo varían con el tiempo el flujo magnético y la f.e.m.

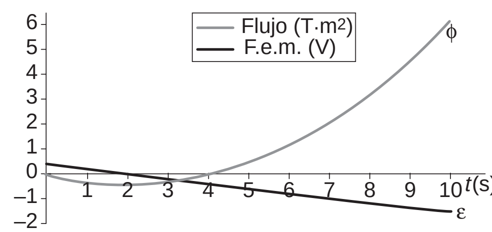
c) ¿En qué instantes se anula el flujo magnético? ¿Cuál es el valor de la f.e.m. en esos instantes?

a) De acuerdo con la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(t^2 - 4 \cdot t) \cdot 10^{-1}}{dt} = (-0,2 \cdot t + 0,4)\ \text{V}$$

b) Los valores que obtenemos para el flujo y la f.e.m. inducida, y su representación gráfica, son:

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flujo (T · m²)	0	–0,3	–0,4	–0,3	0	0,5	1,2	2,1	3,2	4,5	6
F.e.m. (V)	0,4	0,2	0	–0,2	–0,4	–0,6	–0,8	–1	–1,2	–1,4	–1,6



c) El flujo magnético se anula en los instantes $t = 0$ y $t = 4$ s (cuando $t^2 - 4 \cdot t = 0$). Las f.e.m. en esos instantes son:

$$t = 0\ \text{s} \rightarrow \text{f.e.m.} = 0,4\ \text{V} \quad ; \quad t = 4\ \text{s} \rightarrow \text{f.e.m.} = -0,4\ \text{V}$$

17. Consideramos una espira conductora, cuadrada y horizontal, de 10 m de lado. Un campo magnético uniforme, de 10^{-7} T, atraviesa la espira de abajo hacia arriba formando un ángulo de 30° con la vertical ascendente. A continuación, invertimos el sentido de este campo, empleando 0,1 s en tal proceso. Calcula:

a) El flujo magnético del campo inicial.

b) La fuerza electromotriz inducida generada por la inversión.

a) El flujo magnético se define como el producto del vector inducción magnética y el vector superficie:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

En la expresión anterior, α es el ángulo formado por dichos vectores, que, de acuerdo con el enunciado, es de 30°. Por tanto:

$$\Phi = 10^{-7} \cdot 10^2 \cdot \cos 30° = 8,7 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$$

b) Si se invierte el sentido del campo magnético, el ángulo formado por $\vec{B}'$ y $\vec{S}$ será de 150°; el flujo magnético que atraviesa la espira en ese caso es:

$$\Phi' = \vec{B}' \cdot \vec{S} = B' \cdot S \cdot \cos \alpha' = 10^{-7} \cdot 100 \cdot \cos 150° = -8,7 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$$

La variacion de flujo en el proceso de inversión es:

$$\Delta\Phi = \Phi' - \Phi = -8{,}7 \cdot 10^{-6} - 8{,}7 \cdot 10^{-6} = -1{,}73 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$$

En consencuencia, la f.e.m. inducida en el proceso será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-1{,}73 \cdot 10^{5}}{0{,}1} = 1{,}73 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

18 Una bobina cuadrada, plana, con 100 espiras, de lado $L = 5$ cm, está situada en el plano *XY*. Si aplicamos un campo magnético dirigido a lo largo del eje *Z* que varía entre 0,5 T y 0,2 T en el intervalo de 0,1 s:

a) ¿Qué fuerza electromotriz (f.e.m.) se inducirá en la bobina?

b) Si ahora el campo permanece constante de valor 0,5 T y la bobina gira en 1 segundo hasta colocarse sobre el plano *XZ*, ¿cuál será la f.e.m. inducida en este caso?

c) Si en el caso anterior la bobina se desplaza a lo largo del eje *Z* sin girar, ¿cuál será la f.e.m. inducida?

a) La expresión que permite calcular la f.e.m. inducida en una bobina de N espiras es la siguiente:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

En el supuesto que nos proponen:

$$N = 100 \text{ espiras} \quad ; \quad \Delta t = 0{,}1 \text{ s}$$

Para calcular la variación del flujo debemos calcular el flujo inicial y el final:

$$\Phi_{inicial} = \vec{B}_{inicial} \cdot \vec{S} = B_{inicial} \cdot S \cdot cos\ \alpha = 0{,}5 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \cdot cos\ 0° = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

$$\Phi_{final} = \vec{B}_{final} \cdot \vec{S} = B_{final} \cdot S \cdot cos\ \alpha = 0{,}2 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) \cdot cos\ 0° = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

$$\Delta\Phi = \Phi_{final} - \Phi_{inicial} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} - 1{,}25 \cdot 10^{-3} = -0{,}75 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

Por tanto, la f.e.m. inducida en la bobina es:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -100 \cdot \frac{-0{,}75 \cdot 10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}75\ \text{V}$$

b) En este caso, la variación de flujo se calcula del siguiente modo:

$$\Phi_{inicial} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\ \theta = 0{,}5 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot cos\ 0° = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

$$\Phi_{final} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\ \theta' = 0{,}5 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot cos\ 90° = 0\ \text{Wb}$$

$$\Delta\Phi = \Phi_{final} - \Phi_{inicial} = 0 - 1{,}25 \cdot 10^{-3} = -1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

Y la f.e.m. inducida será:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -100 \cdot \frac{-1{,}25 \cdot 10^{-3}}{1} = 0{,}125\ \text{V}$$

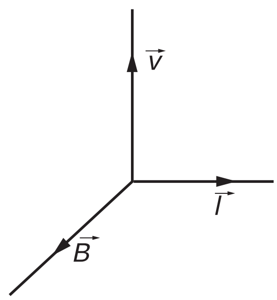
c) El campo magnético es uniforme, de valor 0,5 T, la superficie de la bobina no varía, y el ángulo que forman en este caso $\vec{B}$ y $\vec{S}$ es de 0°. De acuerdo con ello, el flujo magnético que atraviesa la espira es constante, de valor:

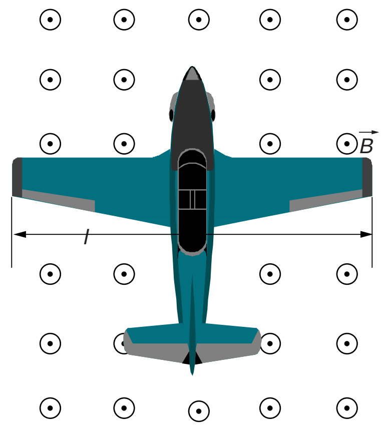
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0{,}5 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot cos\ 0° = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

Al no haber variación de flujo, la f.e.m. inducida en la bobina es cero; es decir, no se crea fuerza electromotriz.

19. Un avión vuela horizontalmente a 200 m · s^{-1} en una región donde la componente vertical del campo magnético terrestre tiene una intensidad de 36 μT. En esas condiciones, la f.e.m. inducida entre los extremos de las alas del avión es 0,20 V. Con esos datos, calcula la distancia que separa los extremos de las alas del avión.

El fuselaje del avión está realizado de material conductor. Podemos considerar, por tanto, las dos alas del avión como una barra conductora que se desplaza perpendicularmente al campo magnético.





En este caso, la d.d.p. resulta:

$$\varepsilon = B \cdot (\vec{l} \times \vec{v}) = B \cdot l \cdot v \cdot sen\ 90° = B \cdot l \cdot v$$

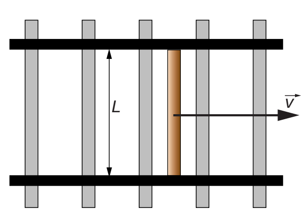
Al despejar y sustituir los datos que facilita el enunciado, obtenemos la distancia que separa ambos extremos:

$$l = \frac{\varepsilon}{B \cdot v} = \frac{0,2}{36 \cdot 10^{-6} \cdot 200} = 27,78 \text{ m}$$

20. Los rieles de una vía férrea están separados un metro y se encuentran aislados eléctricamente uno del otro. Un tren, que pasa sobre los rieles a 100 km/h, establece una conexión eléctrica entre ellos. Si el campo magnético terrestre tiene una componente vertical de 0,20 gauss, calcula la d.d.p. que existe entre las ruedas del tren que conectan los dos rieles.

Se trata de calcular la f.e.m. inducida sobre el eje del tren, que cruza perpendicularmente las vías.

La situación es la representada en la siguiente figura. Como se aprecia en ella, el esquema es equivalente a una espira con un lado móvil.



En este caso, al ser el campo constante, la variación del flujo se produce debido al aumento de la superficie expuesta al campo magnético:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos 0°$$

$$d\Phi = B \cdot L \cdot dx = B \cdot L \cdot v \cdot dt$$

Al aplicar la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B \cdot L \cdot v \cdot dt}{dt}$$

$$\varepsilon = -B \cdot L \cdot v = -0{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 100 \cdot \frac{1\ 000}{3\ 600} = -5{,}56 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

21 Una bobina de 50 vueltas y 10 cm² de sección está situada con su eje paralelo a las líneas de un campo magnético de 1 T:

a) Si el campo disminuye linealmente con el tiempo hasta anularse en dos segundos, calcula la fuerza electromotriz inducida.

b) Si la bobina gira alrededor de un eje normal al campo magnético inicial a la velocidad constante de 10 rad · s⁻¹, ¿cuál será la expresión de la fuerza electromotriz inducida?

a) La fuerza electromotriz inducida en una bobina de 50 espiras se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

En este caso, $N = 50$ espiras, y $\Delta t = 2$ s. La variación de flujo es:

$$\Phi_{inicial} = \vec{B}_{inicial} \cdot \vec{S} = B_{inicial} \cdot S \cdot \cos \alpha = 1 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 0° = 10^{-3}\ \text{Wb}$$

$$\Phi_{final} = \vec{B}_{final} \cdot \vec{S} = B_{final} \cdot S \cdot \cos \alpha = 0 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 0° = 0\ \text{Wb}$$

$$\Delta\Phi = \Phi_{final} - \Phi_{inicial} = 0 - 10^{-3} = -10^{-3}\ \text{Wb}$$

La f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\ 50 \cdot \frac{-10^{-3}}{2} = 0{,}025\ \text{V}$$

b) El ángulo que forma el vector superficie de la bobina con el campo magnético en este caso es:

$$\alpha = \omega \cdot t$$

Y el flujo magnético que la atraviesa, en función del tiempo:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S \cdot \cos (\omega \cdot t)$$

Por tanto, la expresión que corresponde a la f.e.m. inducida en cada instante es:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot \frac{d\,[B \cdot S \cdot \cos (\omega \cdot t)]}{dt} = -N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\ (\omega \cdot t) =$$

$$= -\ 50 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot sen\ (10 \cdot t) = -\ 0{,}5 \cdot sen\ (10 \cdot t)\ \text{V}$$

22. Una espira gira con velocidad angular constante en el seno del siguiente campo magnético:

$$\boldsymbol{B(t) = B_0 \cdot sen(\omega \cdot t)}$$

Calcula la f.e.m. inducida en la espira.

El flujo magnético viene dado por:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot cos\ \theta$$

Si tenemos en cuenta la definición de la velocidad angular:

$$\theta = \omega \cdot t$$

podemos escribir la expresión inicial en la forma:

$$\Phi = \int_S B_0 \cdot sen\ (\omega \cdot t) \cdot cos\ (\omega \cdot t) \cdot dS$$

Por tanto:

$$\Phi = B_0 \cdot sen\ (\omega \cdot t) \cdot cos\ (\omega \cdot t) \cdot \int_S dS = B_0 \cdot sen\ (\omega \cdot t) \cdot cos\ (\omega \cdot t) \cdot S$$

Teniendo en cuenta las propiedades del ángulo doble:

$$\Phi = B_0 \cdot sen\ (\omega \cdot t) \cdot cos\ (\omega \cdot t) \cdot S = \frac{B_0 \cdot S}{2} \cdot sen\ (2 \cdot \omega \cdot t)$$

De acuerdo con la ley de Faraday, la f.e.m. inducida resulta:

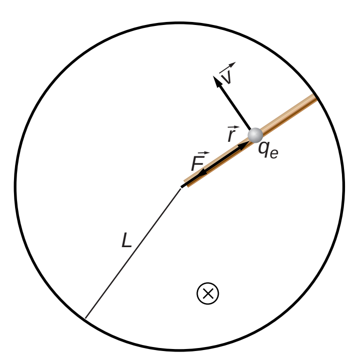
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{B_0 \cdot S}{2} \cdot sen\ (2 \cdot \omega \cdot t)\right) = -B_0 \cdot S \cdot \omega \cdot cos\ (2 \cdot \omega \cdot t)$$

23. En un campo magnético uniforme cuya inducción es $\vec{B}$, se mueve una barra conductora de longitud *L*, describiendo una circunferencia perpendicular al campo. Si el período de dicho movimiento es *T*, calcula la f.e.m. inducida entre sus extremos.

La barra no es un circuito cerrado que origine variaciones de flujo. Es una varilla conductora con electrones deslocalizados que se mueven en el interior de un campo magnético.

Por tanto:

$$|\vec{F}| = q_e \cdot |\vec{v} \times \vec{B}|$$



Teniendo en cuenta que:

$$dW = F \cdot dr$$

$$dV = \frac{dW}{q_e} = \frac{F \cdot dr}{q_e}$$

y que:

$$|\vec{F}| = F = q_e \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90° = q_e \cdot v \cdot B$$

resulta:

$$dV = \frac{q_e \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90°}{q_e} \cdot dr = v \cdot B \cdot dr$$

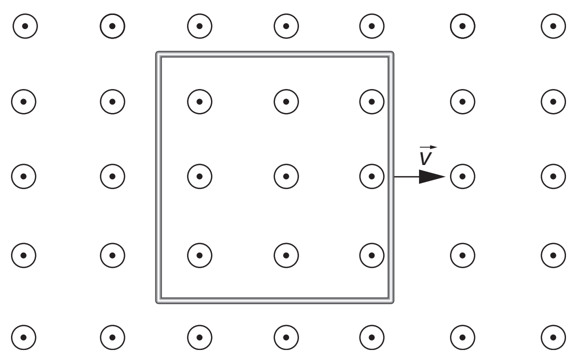
Como $v = \omega \cdot r$:

$$dV = \omega \cdot r \cdot B \cdot dr \rightarrow V = \int_0^V dV = \int_L^0 \omega \cdot B \cdot r \cdot dr \rightarrow V = -\frac{\omega \cdot B \cdot L^2}{2}$$

y, por tanto:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \rightarrow \varepsilon = -\frac{B \cdot L^2 \cdot \pi}{T}$$

24. El plano de una espira cuadrada, de 20 cm de lado, es perpendicular a un campo magnético de 0,5 T. La espira se mueve en su plano con velocidad constante, a 2 m/s. Calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira cuando esta tiende a salir del campo magnético.



Cuando la espira comienza a salir del campo magnético, el flujo magnético que la atraviesa disminuye. Debido a ello, se induce sobre la espira una f.e.m.:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt}$$

Al ser el campo magnético uniforme, la disminución del flujo se produce a costa de una disminución de la superficie expuesta al campo magnético:

$$d\Phi = -\vec{B} \cdot d\vec{S} = -B \cdot dS \cdot cos\ 0°$$

$$d\Phi = -B \cdot L \cdot dx = -B \cdot L \cdot v \cdot dt$$

Al aplicar la ley de Faraday, obtenemos la fuerza electromotriz inducida en la espira:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{-B \cdot l \cdot v \cdot dt}{dt} = B \cdot l \cdot v = 0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 2 = 0{,}2\ \text{V}$$

25. Una espira circular se coloca con su plano perpendicular a un campo magnético uniforme. Cuando el área de la bobina disminuye de forma constante, a razón de 0,05 m²/s, se induce en ella una f.e.m de 10 mV. Calcula el valor de la inducción del campo magnético que atraviesa la espira.

Según la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt}$$

En nuestro caso, al tratarse de un campo magnético uniforme perpendicular a la superficie:

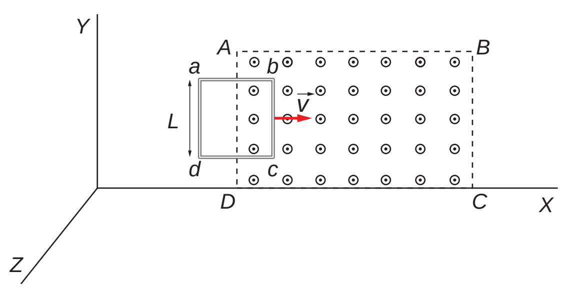
$$\varepsilon = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -\frac{d(B \cdot S)}{dt} = -\left(B \cdot \frac{dS}{dt} + \frac{dB}{dt} \cdot S\right) = -B \cdot \frac{dS}{dt}$$

Sustituyendo y despejando, resulta:

$$\varepsilon = -B \cdot \frac{dS}{dt} \rightarrow B = \frac{\varepsilon}{-\frac{dS}{dt}} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{-(-0,05)} = 0,2 \text{ T}$$

Observa que se ha dado signo negativo a la derivada, ya que en el enunciado se indica que el área disminuye con el tiempo.

26 Una espira cuadrada de lado $L = 10$ cm designada en la figura por los vértices *abcd* se introduce a velocidad constante, $v = 1$ m · s^{-1} en una zona del espacio (*ABCD* en la figura), donde existe un campo magnético uniforme dirigido a lo largo del eje *Z* y de valor $\vec{B} = 0,25 \cdot \vec{k}$ T.



Si en el instante inicial, $t = 0$, el lado *bc* de la espira coincide con *AD*:

Nota: la designación correcta de los lados coincidentes es la que aparece en este enunciado.

a) ¿Cuánto valdrá el flujo magnético que atraviesa la espira en un tiempo *t*, en el que la espira ha penetrado horizontalmente en *ABCD* una distancia $x = 3$ cm?

b) ¿Cuánto valdrá la f.e.m. inducida?

c) ¿Cuál será el sentido de la corriente inducida?

a) El flujo magnético que atraviesa la espira se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

En este caso, $B = 0,25$ T, y $\alpha = 0°$. El valor de S es el que corresponde a la superficie de la espira que se encuentra en el interior del campo magnético después de haber penetrado 3 cm:

$$S = 10 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

El flujo es, por tanto:

$$\Phi = B \cdot S \cdot cos\ \alpha = 0{,}25 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot cos\ 0° = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

b) La expresión que permite calcular la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Inicialmente, antes de entrar en el campo magnético, $\Phi_{inicial} = 0$. Por tanto:

$$\Delta\Phi = \Phi_{final} - \Phi_{inicial} = 7{,}5 \cdot 10^{-4} - 0 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

El instante, t, en que la espira ha penetrado 3 cm en el campo magnético, se obtiene teniendo en cuenta que esta se mueve con m.r.u. de velocidad 1 m $\cdot$ s^{-1}:

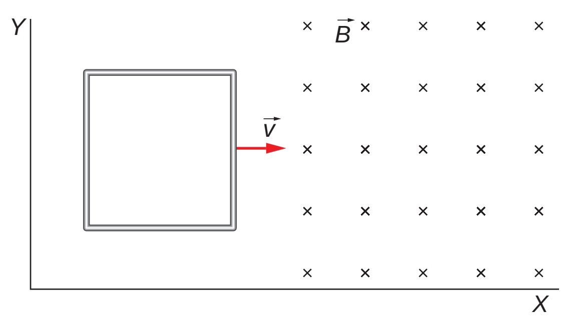
$$v = \frac{x}{t} \rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{1} = 3 \cdot 10^{-2}\ \text{s}$$

De acuerdo con ello:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{7{,}5 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}} = -\ 0{,}025\ \text{V}$$

c) Al entrar la espira en el campo magnético, el flujo magnético que la atraviesa aumenta. Como la corriente inducida genera un campo magnético que se opone al inicial, su sentido será horario.

27. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, situada sobre el plano *XY*, se desplaza con una velocidad $v = 2 \cdot \vec{i}$ cm · s^{-1}, penetrando en el instante $t = 0$ en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme, $\vec{B} = 200 \cdot \vec{k}$ mT, según se indica en la figura:



a) Determina la fuerza electromotriz inducida y represéntala gráficamente en función del tiempo.

b) Calcula la intensidad de la corriente inducida en la espira si su resistencia es de 10 Ω. Haz un esquema indicando el sentido de la corriente.

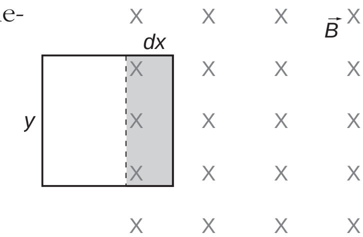
a) Al penetrar la espira en la región del campo magnético, existe un flujo magnético que atraviesa la espira que va aumentando con el tiempo hasta que la espira está completamente dentro de dicha región. Esta variación de flujo magnético induce una fuerza electromotriz en la espira que viene determinada por la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El signo negativo indica que la fuerza electromotriz se opone a la variación de flujo magnético que la produce. El flujo magnético a través de la superficie de la espira se calcula mediante la expresión:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \rightarrow d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

Como se aprecia en la figura de la derecha, el elemento de superficie es:



$$dS = y \cdot dx = y \cdot v \cdot dt$$

La fuerza electromotriz, ε, es, por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B \cdot y \cdot v \cdot dt}{dt} = -B \cdot y \cdot v$$

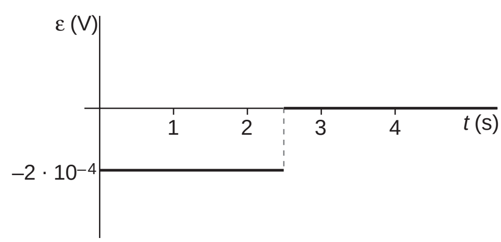
Sustituyendo valores:

$$\varepsilon = -200 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05 \cdot 0,02 = -2 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

Como hemos comentado, esta f.e.m. es inducida durante el tiempo que tarda la espira en entrar completamente en la región en que actúa el campo magnético. Posteriormente, la variación de flujo magnético, y, por tanto, la f.e.m. inducida, es nula. El tiempo que tarda la espira en entrar completamente en el campo es:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{0,05}{0,02} = 2,5 \text{ s}$$

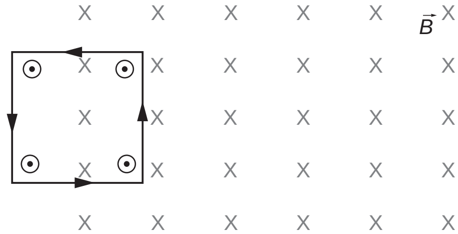
La representación gráfica de la f.e.m. inducida en función del tiempo es la siguiente:



b) La intensidad de la corriente inducida, en valor absoluto, es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \rightarrow I = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

El sentido de esta corriente es tal que el flujo del campo magnético creado por ella se opone al flujo del campo magnético que la induce. Por tanto, su sentido es el contrario al de las agujas del reloj.



NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

28. Un campo magnético uniforme está confinado en una región cilíndrica del espacio, de sección circular y radio $R = 5$ cm, siendo las líneas del campo paralelas al eje del cilindro (esto puede conseguirse mediante un solenoide cilíndrico por el que pasa una corriente y cuya longitud sea mucho mayor que su diámetro, $2 \cdot R$). Si la magnitud del campo varía con el tiempo según la ley $B(t) = 5 + 10 \cdot t$ (dado en unidades del S.I.), calcula la fuerza electromotriz inducida en un anilla conductora de radio r, cuyo plano es perpendicular a las líneas de campo, en los siguientes casos:

a) El radio del anillo es $r = 3$ cm y está situado de forma que el eje de simetría de la región cilíndrica, donde el campo es uniforme, pasa por el centro del anillo.

b) $r = 3$ cm y el centro del anillo dista 1 cm de dicho eje.

c) $r = 8$ cm y el eje pasa por el centro del anillo.

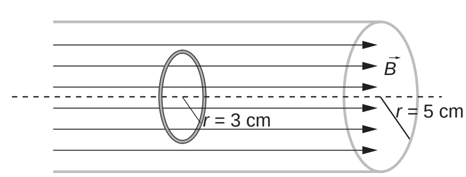
d) $r = 8$ cm y el centro del anillo dista 1 cm de dicho eje.

Puesto que el campo magnético es variable con el tiempo, se producirá una variación del flujo magnético que atraviesa la espira en cada instante, lo que dará lugar a una fuerza electromotriz inducida en el anillo conductor que, según la ley de Faraday, se opone a la causa que lo produce:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt}$$

Puesto que el campo magnético está confinado en una región cilíndrica del espacio, siendo el plano de la espira perpendicular al eje del cilindro, debemos considerar, en cada caso, la porción de la superficie de la espira que se encuentra bajo la acción del campo magnético.

a) El anillo conductor está atravesado completamente por las líneas del campo magnético, como se aprecia en la figura:



Los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 0°, por lo que la f.e.m. inducida en el anillo es:

$$\varepsilon = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos 0°)}{dt} = -S \cdot \frac{dB}{dt}$$

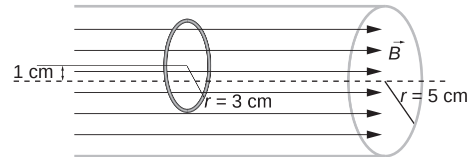
La superficie de la espira atravesada por el campo magnético es:

$$S = \pi \cdot r^2 \rightarrow S = \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

La f.e.m. inducida es, por tanto:

$$\varepsilon = -9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d(5 + 10 \cdot t)}{dt} = -9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 10 = -0{,}028 \text{ V}$$

b) En este caso, aunque no coincide el centro del anillo con el eje del cilindro, la espira sigue estando completamente en el interior de la zona de influencia del campo magnético.

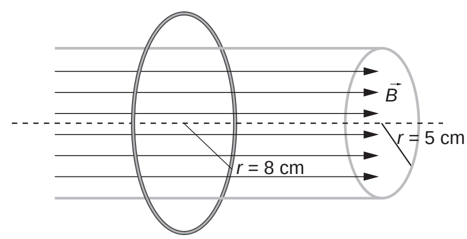


Por tanto, la superficie atravesada por el campo es la misma que en el apartado anterior, por lo que la f.e.m. inducida también lo es:

$$\varepsilon = -9 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d\,(5 + 10 \cdot t)}{dt} = -0{,}028 \text{ V}$$

c) Cuando el radio del anillo conductor es mayor que el del cilindro, coincidiendo su centro con el eje del cilindro, la superficie de la espira atravesada por el campo magnético es la sección del cilindro:

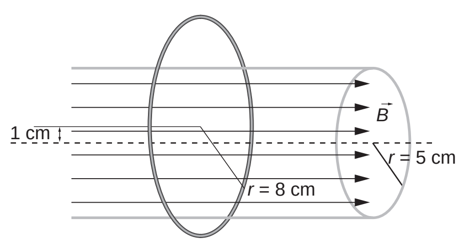
$$S = \pi \cdot R^2 \rightarrow S = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$



La f.e.m. inducida en el anillo conductor es:

$$\varepsilon = -25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d\,(5 + 10 \cdot t)}{dt} = -25 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 10 = -0{,}079 \text{ V}$$

d) En esta situación, pese a estar desplazado el centro del anillo respecto al eje del cilindro, la superficie de la espira atravesada por el campo magnético es la misma que en el apartado c). Por tanto, también lo es la f.e.m. inducida:



NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

29. Determina la fuerza electromotriz inducida en una espira circular de radio 10 cm por un campo magnético variable en el tiempo de forma $B(t) = B_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t)$, con una amplitud de 80 mT y una frecuencia $f = 50$ Hz, y que forma 30° con la normal a la espira.

La expresión que permite calcular la f.e.m. inducida en la espira es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El flujo que atraviesa la espira circular es:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\,\alpha = B_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t) \cdot S \cdot cos\,\alpha$$

Por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\,[B_0 \cdot S \cdot cos\ \alpha \cdot sen\ (\omega \cdot t)]}{dt} =$$

$$= -B_0 \cdot S \cdot cos\ \alpha \cdot \omega \cdot cos\ (\omega \cdot t) = -B_0 \cdot S \cdot cos\ \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot cos\ (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Sustituyendo los datos de que disponemos se obtiene:

$$\varepsilon = -80 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 \cdot cos\ 30° \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot cos\ (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) =$$

$$= -0{,}68 \cdot cos\ (100 \cdot \pi \cdot t)$$

30 **A una espira circular de radio R = 5 cm, que descansa en el plano *XY*, se le aplica durante un intervalo de tiempo de 5 segundos un campo magnético variable con el tiempo y cuya dirección es perpendicular a la superficie de dicha espira, de valor:**

$$\vec{B}\ (t) = 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

donde t es el tiempo, expresado en segundos.

a) ¿Cuánto valdrá el flujo magnético máximo que atraviesa la espira?

b) ¿Cuánto valdrá la fuerza electromotriz inducida?

c) Responde a las cuestiones anteriores en el caso de que la espira estuviera situada en el plano *XZ*.

a) El flujo magnético se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

donde, en este caso:

$$\vec{B} = 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k}\ \text{T}$$

$$\vec{S} = S \cdot \vec{k} = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \vec{k} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \vec{k}\ \text{m}^2$$

Por tanto:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \vec{k} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot t\ \text{Wb}$$

El valor máximo del flujo se da para t = 5 s:

$$\Phi_{máx} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot 5 = 3{,}93 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

b) La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\ (2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot t)}{dt} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot \pi = 7{,}85 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

c) Si la espira estuviera situada en el plano *XZ*, su vector superficie sería perpendicular al vector campo magnético, por lo que tanto el flujo como la f.e.m. inducida serían cero:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{B} = 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k} \\ \vec{S} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \vec{j}\end{array}\right\} \rightarrow \Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0{,}1 \cdot t \cdot \vec{k} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \vec{j} = 0\ \text{Wb} \rightarrow \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 0\ \text{V}$$

31. Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con la expresión:

$$\boldsymbol{B(t) = 0{,}01 \cdot t + 0{,}04 \cdot t^2}$$

donde *t* está expresado en segundos y *B* en teslas. Calcula:

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo.

b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina para $t = 5$ s.

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina viene dado por la expresión:

$$\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot cos\ \alpha$$

donde N es el número de espiras que componen la bobina; S es la superficie atravesada por el campo magnético (la sección de la bobina), y α es el ángulo que forman los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$.

En este caso, $\alpha = 0°$, puesto que el campo magnético está dirigido perpendicularmente al plano de la bobina.

Por tanto, el flujo magnético que atraviesa la bobina, en función del tiempo, es:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot cos\ \alpha = 30 \cdot (0{,}01 \cdot t + 0{,}04 \cdot t^2) \cdot \pi \cdot 0{,}04^2$$

$$\Phi = 4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (t + 4 \cdot t^2)\ \text{Wb}$$

b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina la obtenemos aplicando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \varepsilon = -\frac{d\,[4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (t + 4 \cdot t^2)]}{dt}$$

$$\Phi = -4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (1 + 8 \cdot t)\ \text{V}$$

En el instante $t = 5$ s, esta f.e.m. vale:

$$\varepsilon\ (t = 5\ \text{s}) = -4{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot (1 + 8 \cdot 5) = -0{,}062\ \text{V}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.